

# ÍNDICE

CONTENIDO	PÁGINA
PRESENTACIÓN	3
ENFOQUE DE LA MATERIA	4
CONTRIBUCIÓN DEL AREA DE MATEMÁTICAS AL PERFIL DEL EGRESADO	6
EVALUACIÓN	7
SECUENCIA DE UNIDADES POR SEMESTRE	8
MAPA DE CONOCIMIENTOS POR EJES TEMÁTICOS	9
<b>PROGRAMA DE MATEMATICAS I</b>	<b>11</b>
UBICACIÓN DEL CURSO	11
PROPÓSITOS DEL CURSO	12
CONTENIDOS TEMÁTICOS	13
BIBLIOGRAFÍA	13
MATEMATICAS I	14
UNIDAD 1 NÚMEROS Y OPERACIONES BÁSICAS	14
UNIDAD 2 VARIACIÓN DIRECTAMENTE PROPORCIONAL Y FUNCIONES LINEALES	18
UNIDAD 3 ECUACIONES LINEALES	21
UNIDAD 4 SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES	23
<b>PROGRAMA DE MATEMÁTICAS II</b>	<b>27</b>
UBICACIÓN DEL CURSO	27
PROPÓSITOS DEL CURSO	28
CONTENIDOS TEMÁTICOS	29
BIBLIOGRAFÍA	29
MATEMÁTICAS II	30
UNIDAD 1 ECUACIONES CUADRÁTICAS	30
UNIDAD 2 FUNCIONES CUADRÁTICAS Y APLICACIONES	32
UNIDAD 3 ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA PLANA	35
UNIDAD 4 CONGRUENCIA SEMEJANZA Y TEOREMA DE PITÁGORAS	38

<b>PROGRAMA DE MATEMÁTICAS III</b>	<b>41</b>
UBICACIÓN DEL CURSO	<b>41</b>
PROPÓSITOS DEL CURSO	<b>42</b>
CONTENIDOS TEMÁTICOS	<b>43</b>
BIBLIOGRAFÍA	<b>43</b>
<b>MATEMÁTICAS III</b>	<b>44</b>
UNIDAD 1 ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA	<b>44</b>
UNIDAD 2 ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA	<b>47</b>
UNIDAD 3 LA RECTA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA	<b>49</b>
UNIDAD 4 LA PARÁBOLA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA	<b>51</b>
UNIDAD 5 CIRCUNFERENCIA, ELIPSE Y SU ECUACIÓN CARTESIANA	<b>53</b>
<b>PROGRAMA DE MATEMÁTICAS IV</b>	<b>56</b>
UBICACIÓN DEL CURSO	<b>56</b>
PROPÓSITOS DEL CURSO	<b>57</b>
CONTENIDOS TEMÁTICOS	<b>59</b>
BIBLIOGRAFÍA	<b>59</b>
<b>MATEMÁTICAS IV</b>	<b>60</b>
UNIDAD 1 FUNCIONES POLINOMIALES	<b>60</b>
UNIDAD 2 FUNCIONES RACIONALES Y FUNCIONES CON RADICALES	<b>62</b>
UNIDAD 3 FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS	<b>64</b>
UNIDAD 4 FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS	<b>67</b>
LIGAS DE INTERÉS EN LA RED	<b>69</b>
COMISIÓN ESPECIAL PARA LA ACTUALIZACIÓN DE LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO CORRESPONDIENTES A LA MATERIA DE: MATEMÁTICAS I-IV	<b>71</b>

## PROGRAMAS DE MATEMÁTICAS SEMESTRES I - IV

### PRESENTACIÓN

A diferencia de otros sistemas, en la UNAM el bachillerato tiene carácter propedéutico; no es terminal, no es técnico, no está enfocado hacia un área específica del conocimiento. Esta es una determinación fundamental para la temática, las estrategias y los aprendizajes de los programas de cualquier materia. Los programas de Matemáticas I - IV se modificaron a través de algunos ajustes, se investigó en qué unidades el tiempo era insuficiente, se omitieron algunos contenidos, se aumentaron o disminuyeron los tiempos, se da mayor claridad a los aprendizajes, se hace énfasis en el uso de las tecnologías digitales. No se pierde de vista, en ningún momento, que la formación de los alumnos se da en un entorno de cultura básica matemática.

El Colegio de Ciencias y Humanidades ofrece estudios de nivel medio superior, se distingue entre otras cosas por formar alumnos que estén en condiciones de aprovechar y utilizar durante toda su vida cada oportunidad que se les presente, de actualizar, profundizar y enriquecer ese primer saber y adaptarse a un mundo en permanente cambio (aprender a aprender), para poder influir sobre su propio entorno (aprender a hacer), promover el desarrollo de un ser sensible, con un sentido estético, responsable, solidario, tratando de lograr el despliegue completo del hombre en toda su riqueza y en la complejidad de sus expresiones y de sus compromisos (aprender a ser), individuo, miembro de una familia y de una colectividad (aprender a vivir juntos) y como fin último lograr un ser humano pleno.

El centro de los programas de matemáticas son los aprendizajes de los alumnos, donde los saberes se construyen, sus conceptos y métodos surgen de un proceso ligado a la **resolución de problemas**, actividad fundamental para lograr un ser analítico, lógico y crítico, donde se pone de manifiesto la comunicación y el diálogo en un ambiente de aprendizaje.

Los aprendizajes esenciales en los programa de Matemáticas I - IV quedan comprendidos en cuatro ejes del desarrollo temático: Álgebra, Geometría Euclidiana, Geometría Analítica y Funciones, estos aprendizajes permiten al alumno madurar en su pensamiento lógico-deductivo y acceder a conocimientos más especializados contenidos en Probabilidad y Estadística, Cálculo Diferencial e Integral y Cibernética y Computación.

La tecnología digital ha impactado muchos aspectos de la vida diaria, la educación no está al margen. Para matemáticas, existen varias herramientas que pueden utilizarse en temas de bachillerato. Las tecnologías digitales son sólo otras herramientas que no desplazan a las ya existentes ni son la solución mágica del problema del aprendizaje, son artefactos con potencial para apoyar algunos procesos de enseñanza y aprendizaje. Las tecnologías digitales ya están aquí, debemos poner atención y estudiar su utilidad, en particular a las llamadas herramientas universales: la hoja de cálculo, la geometría y estadística dinámicas y calculadoras con CAS<sup>1</sup>. Esta propuesta hace indicaciones puntuales sobre dónde y cómo pueden usarse.

## **ENFOQUE DE LA MATERIA**

### **Enfoque Disciplinario**

La enseñanza de la Matemática atiende los principios educativos del Colegio de Ciencias y Humanidades, para cumplirlos debe lograr habilidades del pensamiento que permitan a los estudiantes ser capaces de adquirir por sí mismos nuevos conocimientos, además analizar, interpretar y modificar el mundo que lo rodea.

Por lo que en el CCH se concibe a la matemática como una disciplina que:

---

<sup>1</sup> CAS (Computer algebra system) Sistema de álgebra computarizado, software como *Derive*, *Mathematica* o *Maple*

- Posee un carácter dual: De ciencia y herramienta. Como ciencia tiene un desarrollo que admite titubeos, conjeturas y aproximaciones, al igual que rigor, exactitud y formalidad, por ser el producto de una actividad humana que evoluciona, construye, organiza y sistematiza conocimientos, a partir de la necesidad de resolver problemas teóricos o prácticos. Como herramienta, constituye un poderoso instrumento que contribuye con técnicas, procedimientos, métodos y teorías para la obtención de conocimientos y sus aplicaciones en diversos campos del saber, tanto humanístico como científico y tecnológico.
- Manifiesta una gran unidad. No obstante la diversidad de ramas y especialidades en las que actualmente se divide, éstas se vinculan complementan o trabajan desde otro punto de vista a través de las otras partes que la integran.
- Contiene un conjunto de simbologías propias, bien estructuradas, sujetas a reglas específicas (simbología numérica, geométrica, algebraica etc.) que permiten establecer representaciones de distinto nivel de generalidad sobre características, propiedades, relaciones, comportamientos, etc., aspecto que contribuye a avanzar en su construcción como ciencia y a extender el potencial de sus aplicaciones.

## **Enfoque Didáctico**

La columna vertebral de la metodología didáctica es la resolución de problemas, que consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas cuidadosamente seleccionadas para despertar el interés de los alumnos, y los inviten a reflexionar. La resolución de problemas promueve el trabajo grupal, el dialogo entre alumnos, entre el maestro y los alumnos y apoya la construcción de un vínculo entre iguales para fomentar el trabajo en equipo, la solidaridad entre compañeros y la aceptación de la corresponsabilidad en el proceso educativo, favoreciendo el desarrollo de habilidades del pensamiento que permitan al alumno el aprender a aprender y el aprender a hacer.

## CONTRIBUCIÓN DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS AL PERFIL DEL EGRESADO

La creación del Colegio de Ciencias y Humanidades abrió un nuevo paradigma educativo basado en los principios de aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser, y en un enfoque pedagógico centrado en el estudiante y su aprendizaje.

Ahora en el siglo XXI, el estudiante enfrenta nuevos retos tanto en el ámbito escolar como en su posterior inserción en actividades profesionales; en una sociedad de acelerado acceso a la información y creciente avance tecnológico, es necesario que el trabajo en el aula favorezca el desarrollo de habilidades que contribuyan a formar a un ser capaz de aprender por sí mismo, que logre un desarrollo integral para hacerlo mejor ciudadano, con una actitud crítica ante la realidad y una cultura básica que lo capacite para estudios posteriores.

El área de Matemáticas, como uno de los pilares principales en la formación de los estudiantes, contribuye al perfil del egresado al formar a un alumno que esté preparado para:

- Aplicar y adaptar una variedad de estrategias para resolver problemas.
- Generar conocimientos a través de la resolución de problemas.
- Utilizar su conocimiento matemático en la resolución de problemas en contextos que lo requieran.
- Utilizar diversas formas de razonamiento que le permita en el análisis de eventos, tomar decisiones y ser consciente de la incertidumbre o certidumbre de los resultados de éstas.
- Elaborar conjeturas, construir argumentos de forma oral y escrita para validar o refutar los de otros.
- Incorporar a su lenguaje y modos de sistematización y argumentación habituales diversas formas de representación matemática (numérica, tabular, gráfica, geométrica y algebraica) para comunicar sus ideas y consolidar su pensamiento matemático.
- Utilizar las nuevas tecnologías para la búsqueda de información relevante y su sistematización.
- Utilizar las tecnologías digitales para favorecer la adquisición de conocimientos.
- Adquirir el hábito de la lectura y comprensión de textos científicos y tanto escolares como de divulgación.
- Valorar las aportaciones de las matemáticas en todos los campos del saber.
- Exponer y aplicar sus conocimientos matemáticos con seguridad en sí mismo.

## **EVALUACIÓN**

La evaluación, elemento fundamental en la enseñanza, es motivo de continuo debate por las diversas concepciones que los profesores tienen al respecto. Para orientar este proceso, es necesario tener en cuenta que el enfoque de enseñanza del Colegio está basado en el logro de aprendizajes, lo que conlleva a diseñar instrumentos de evaluación que permitan valorar si se alcanzan y hasta qué nivel. Entre los más comunes se tienen: actividades de aprendizaje para una evaluación formativa continua, exámenes parciales individuales o por equipo, prácticas relativas a las tecnologías digitales, trabajos de investigación, tareas de refuerzo, bitácora o portafolio.

Otro tipo de consideraciones de igual importancia en la evaluación, es tener presente el desarrollo de habilidades, las cuales proveen registros a ser tomados en cuenta al valorar el desempeño de los alumnos cuando resuelven problemas, comunican su conocimiento y lo transfieren al mundo real, amplían su criterio o adquieren el hábito de trabajar en equipo. También cobra relevancia la promoción de actitudes y valores como la honestidad, la tolerancia y solidaridad.

Desde una perspectiva ideal se considera necesario un seguimiento continuo de los progresos de los alumnos, un ponerse a su lado para observar la forma en que trabajan, para reconocer sus éxitos y corregir sus errores y así estimular su desarrollo de manera inmediata.

Dentro de un contexto de apreciación, la evaluación más que ser un filtro o una limitante para el avance de los estudiantes, debe ser vista como un elemento que forma parte del aprendizaje, al dedicar un espacio para integrar los conocimientos y reflexionar sobre lo aprendido.

### SECUENCIA DE UNIDADES POR SEMESTRE

<b>MATEMÁTICAS I</b>	<b>MATEMÁTICAS II</b>	<b>MATEMÁTICAS III</b>	<b>MATEMÁTICAS IV</b>
<b>UNIDAD 1</b> 30 HORAS NÚMEROS Y OPERACIONES BÁSICAS.	<b>UNIDAD 1</b> 15 HORAS ECUACIONES CUADRÁTICAS.	<b>UNIDAD 1</b> 15 HORAS ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA.	<b>UNIDAD 1</b> 25 HORAS FUNCIONES POLINOMIALES.
<b>UNIDAD 2</b> 20 HORAS VARIACIÓN DIRECTAMENTE PROPORCIONAL Y FUNCIONES LINEALES.	<b>UNIDAD 2</b> 15 HORAS FUNCIONES CUADRÁTICAS Y APLICACIONES.	<b>UNIDAD 2</b> 10 HORAS ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA.	<b>UNIDAD 2</b> 15 HORAS FUNCIONES RACIONALES Y FUNCIONES CON RADICALES.
<b>UNIDAD 3</b> 15 HORAS ECUACIONES LINEALES.	<b>UNIDAD 3</b> 25 HORAS ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA PLANA.	<b>UNIDAD 3</b> 20 HORAS LA RECTA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA.	<b>UNIDAD 3</b> 20 HORAS FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARITMICAS.
<b>UNIDAD 4</b> 15 HORAS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.	<b>UNIDAD 4</b> 25 HORAS CONGRUENCIA, SEMEJANZA Y TEOREMA DE PITÁGORAS.	<b>UNIDAD 4</b> 15 HORAS LA PARÁBOLA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA.	<b>UNIDAD 4</b> 20 HORAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.
		<b>UNIDAD 5</b> 20 HORAS CIRCUNFERENCIA, ELIPSE, Y SUS ECUACIONES CARTESIANAS	

### MAPA DE CONOCIMIENTOS POR EJES TEMÁTICOS<sup>2</sup>

LÍNEAS TEMÁTICAS	1er SEMESTRE	2º SEMESTRE	3er. SEMESTRE	4º SEMESTRE
<b>Eje 1: Álgebra</b> Ecuaciones con una o más incógnitas, procedimientos algebraicos diversos, formas de estudio a través de las representaciones algebraicas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• NÚMEROS Y OPERACIONES BÁSICAS.</li> <li>• ECUACIONES LINEALES.</li> <li>• SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ECUACIONES CUADRÁTICAS Y Uso de procedimientos algebraicos en la unidad de funciones cuadráticas.</li> <li>• Uso de procedimientos algebraicos en la parte de aplicación de geometría.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Manejo del álgebra para pasar de una forma a otra; solución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones, localización de las intersecciones con los ejes o bien entre cónicas.</li> <li>• Se amplía la visión de lo que es una ecuación, un sistema y el sentido del álgebra misma.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Amplio manejo algebraico para manipular funciones.</li> <li>• Solución de ecuaciones de grado mayor a dos se incorpora en funciones polinomiales.</li> <li>• Acercamiento a intervalos y desigualdades.</li> <li>• Repaso y extensión de la noción de exponente.</li> </ul>
<b>Eje 2: Geometría Euclidiana.</b>  Exploración de figuras geométricas, trazos con regla y compás, razonamiento reflexivo, método deductivo, congruencia, semejanza, teorema de Pitágoras y aplicaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La proporcionalidad directa, como un inicio para entender el concepto de semejanza.</li> <li>• En problemas de variación proporcional, ecuaciones y sistemas de ecuaciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA PLANA.</li> <li>• CONGRUENCIA, Y</li> <li>• SEMEJANZAS Y TEOREMA DE PITÁGORAS.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA</li> <li>• Se retoman muchos conceptos geométricos (ángulo, segmento, área, mediatriz, mediana, paralelas, etcétera) para resolver problemas de corte euclidiano. Se incluye una construcción de cada cónica y la forma de obtener las secciones cónicas.</li> <li>• Se utiliza el concepto de tangente, para la pendiente y para el ángulo entre dos rectas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En funciones trigonométricas se retoman y utilizan el teorema de Pitágoras, el concepto de semejanza, y la noción de ángulo y su medida.</li> <li>• En funciones polinomiales y racionales al construir gráficas para resolver problemas geométricos.</li> </ul>

<sup>2</sup> En este cuadro se sintetizan los aspectos relevantes que se trabajan curso a curso en los cuatro ejes temáticos. Los elementos escritos en mayúsculas son los nombres de las unidades, mientras que con minúsculas se nombran aquellos contenidos que sirven de base, se retoman o utilizan en unidades relativas a otros ejes.

## MAPA DE CONOCIMIENTOS POR EJES TEMÁTICOS (CONTINUACIÓN)

LÍNEAS TEMÁTICAS	1er SEMESTRE	2º SEMESTRE	3er. SEMESTRE	4º SEMESTRE
<b>Eje 3:</b> <b>Geometría Analítica.</b> Sistema de coordenadas. Plano Cartesiano. Estudio analítico de problemas de corte euclidiano y de lugares geométricos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Manejo del Plano Cartesiano.</li> <li>• Primer acercamiento al estudio de la relación entre gráfica y expresión algebraica a través de sus parámetros</li> <li>• Bases para el concepto de pendiente y relación de paralelismo.</li> <li>• Resolución de sistemas de ecuaciones lineales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se trabaja la parábola vertical en dos formas: <math>y = ax^2 + bx + c</math> <math>y = a(x \mp h)^2 + k</math></li> <li>• Se refuerza el estudio gráfica- parámetro.</li> <li>• Noción de simetría.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA.</li> <li>• LA RECTA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA.</li> <li>• LA PARÁBOLA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA.</li> <li>• CIRCUNFERENCIA, ELIPSE Y SUS ECUACIONES CARTESIANAS.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se sigue trabajando el plano cartesiano, la relación gráfica-parámetro, simetrías, traslaciones y reflexiones.</li> <li>• En las funciones racionales se grafican y analizan algunas hipérbolas, aunque no con la definición de éstas como cónicas.</li> </ul>
<b>Eje 4: Funciones.</b> Concepto de función y sus elementos. Diversos tipos de variación, estudio de sus comportamientos. Relación parámetro-gráfica-variación. Vinculación ecuación y función. Gama amplia de aplicaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• VARIACIÓN DIRECTAMENTE PROPORCIONAL Y FUNCIONES LINEALES.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• FUNCIONES CUADRÁTICAS Y APLICACIONES. (incluye mención de los números complejos)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Manejo amplio del plano cartesiano a través de Geometría Analítica.</li> <li>• Uso de las cónicas como ejemplo de relaciones no funciones.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• FUNCIONES POLINOMIALES.</li> <li>• FUNCIONES RACIONALES Y CON RADICALES.</li> <li>• FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS</li> <li>• FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS</li> </ul>

## PROGRAMA DE MATEMÁTICAS I

### UBICACIÓN DEL CURSO

El curso de Matemáticas I está enfocado principalmente a la revisión y estudio de algunos conocimientos básicos de Aritmética y Álgebra, pero sin descuidar la perspectiva de que éstos sirven de sustento y están relacionados con conceptos y procedimientos de los otros ejes temáticos. No se trata de incluir contenidos de estos temas por sí mismos, sino en función de una metodología propia y de la relación que éstos guardan con otras ramas de la Matemática.

Números y operaciones básicas debe centrarse en la construcción del sentido de los diferentes tipos de números, sus relaciones, la operatividad correcta y fluida que favorezca la búsqueda de patrones numéricos y su expresión simbólica. Ligado también a la operatividad numérica, se encuentran procesos de estimación o aproximación que coadyuvan al logro de un pensamiento flexible necesario en la construcción de conceptos.

El concepto de variación permite el estudio de las funciones y el manejo del plano cartesiano, entretrejiéndolos con la búsqueda de representaciones (algebraica, tabular y gráfica) para estudiar diversas situaciones que involucran cambio. La construcción de modelos de variación, se asocia con habilidades para explorar y visualizar patrones numéricos, gráficos o simbólicos y construir representaciones de funciones.

En cuanto a las unidades del álgebra es importante que se comprenda la riqueza de la estrategia algebraica que permite, al alumno, establecer relaciones entre cantidades conocidas y desconocidas, así como modelar diferentes situaciones y hacer las interpretaciones de las representaciones matemáticas a diversos contextos. Más que la repetición interminable de ejercicios que aparentan responder a un desglose exhaustivo de casos, se pretende que analice la estructura básica de ellos y vea cómo pasar de una situación nueva a otra que ya conoce.

La resolución de problemas como estrategia fundamental de aprendizaje permite revisar los contenidos a través de problemas de diversa índole, dando contextos de aplicación y referentes que facilitan la comprensión de los aprendizajes propuestos en las unidades del curso. Así también, esta estrategia es importante para enfocar actividades propias de las matemáticas y modelar fenómenos del mundo real, con ello se crean excelentes oportunidades para que los estudiantes puedan extraer conjeturas, reflexiones, generalizaciones y construir un entendimiento firme en matemáticas.

## **PROPÓSITOS DEL CURSO**

Al finalizar el primer curso de Matemáticas, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumno:

- Conoce y maneja algunas estrategias para la resolución de problemas.
- Da significado a los algoritmos de las operaciones básicas y el manejo de la jerarquía de las operaciones.
- Reconoce que la resolución algebraica de ecuaciones involucra un proceso que permite reducir una ecuación dada a otra más simple, hasta alcanzar una forma estándar.
- Desarrolla su capacidad de transitar por distintos registros de representación: verbal, tabular, algebraico y gráfico.
- Resuelve problemas que dan lugar a una ecuación de primer grado, o un sistema de ecuaciones.
- Utiliza las representaciones algebraica, gráfica y tabular para estudiar fenómenos que involucran variación directamente proporcional y de tipo lineal.
- Utiliza las representaciones algebraica y gráfica para modelar situaciones con ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones.
- Adquiere la capacidad para resolver ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconoce sistema de ecuaciones consistente e inconsistente.

## CONTENIDOS TEMÁTICOS

### MATEMÁTICAS I

UNIDAD	NOMBRE DE LA UNIDAD	HORAS
1	Números y Operaciones Básicas	30
2	Variación Directamente Proporcional y Funciones Lineales	20
3	Ecuaciones Lineales	15
4	Sistemas de Ecuaciones Lineales	15

#### BIBLIOGRAFIA SUGERIDA

Allen, R. (2008). *Álgebra intermedia*. México, PEARSON.

García, M. (2005). *Matemáticas I para preuniversitarios*. México, ESFINGE.

Klymchuk, S. (2008). *Acertijos con Dinero: desarrollo del razonamiento matemático y pensamiento lateral*. México, Trillas.

Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. Décima edición. PEARSON. Addison Wesley.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México, CENGAGE.

Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). *Álgebra*. México. PEARSON.

Sergiy, K. (2008). *Acertijos con Dinero*. México, Trillas.

## MATEMÁTICAS I

### UNIDAD 1. NÚMEROS Y OPERACIONES BÁSICAS

**PROPÓSITOS:** Enriquecer el pensamiento numérico a través de la resolución de problemas, dar significado a los algoritmos de las operaciones básicas y el manejo de la jerarquía de las operaciones, así como tender un puente hacia el álgebra a través de la aritmética. Tiempo 30 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>En relación a la actividad de resolución de problemas, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa en forma verbal y escrita la solución de problemas con números racionales, los términos en los que ésta se plantea y explica el proceso de cálculo utilizado para resolverlos.</li> <li>• Decide sobre las operaciones adecuadas -y su secuencia de ejecución- en la resolución de problemas numéricos.</li> <li>• Utiliza diversas estrategias para contar, estimar o calcular cantidades, teniendo en cuenta la precisión requerida.</li> </ul>	<p><b>Resolución de problemas de corte aritmético.</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Números enteros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso, orden, localización y representación en la recta numérica.</li> <li>• Operaciones básicas y leyes de los signos.</li> <li>• Prioridad de las operaciones.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Números racionales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Distintos significados y representaciones:               <ul style="list-style-type: none"> <li>-Cociente.</li> <li>-Parte de un todo.</li> <li>-Razón.</li> <li>-Porcentajes.</li> <li>-Fracciones equivalentes.</li> <li>-Notación decimal.</li> </ul> </li> </ul>	<p><b>Para el logro de los aprendizajes se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciar con un diagnóstico verbal o escrito de la situación académica de los estudiantes.<sup>3</sup></li> <li>• Presentar los diferentes conjuntos numéricos (<math>\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}</math> y <math>\mathbb{R}</math>) como introducción al tema.</li> <li>• Utilizar problemas clásicos sobre números como: cuadrados mágicos, pirámides, números de Fibonacci, Torre de Hanoi, Triángulo de Pascal, etcétera.</li> <li>• Plantear problemas de pérdida y ganancia, medición, volúmenes, perímetros, excavaciones, áreas, profundidades marinas, etcétera, que requieren del manejo de las leyes de los signos.</li> </ul>

<sup>3</sup> La mayoría de las estrategias sugeridas, son actividades que el profesor puede proponer a los estudiantes y algunas son para desarrollarlas de forma conjunta.

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Distingue en problemas numéricos la información relevante de la irrelevante; así como también los elementos conocidos de los que se desean conocer.</li> <li>• Formula conjeturas sobre situaciones y problemas numéricos, mismos que comprueba mediante el uso de ejemplos y contraejemplos; método de ensayo y error, etc.</li> </ul> <p><b>En cuanto al manejo de los números:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza la recta numérica y las propiedades de los números para calcular expresiones aritméticas.</li> <li>• Avanza en el significado de las operaciones aritméticas fundamentales y utiliza distintas representaciones: material concreto, diagramas, gráficos, y/o explicaciones verbales.</li> <li>• Utiliza los algoritmos de suma, resta, multiplicación y división con números enteros y racionales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Orden, representación y localización en la recta numérica.</li> <li>• Operaciones básicas.</li> <li>• Mínimo común múltiplo y máximo común divisor.</li> <li>• Jerarquía de las operaciones. Uso de signos de agrupación y prioridad del cálculo.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Potencias y radicales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estudio de las potencias con exponentes positivos, negativos y fraccionarios.</li> <li>• Ejercicios y problemas que involucren operaciones con potencias y radicales.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Introducción al álgebra</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Patrones y traducción del lenguaje común al algebraico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajar con problemas que involucren una cadena de operaciones aritméticas para desarrollar el cálculo mental.</li> <li>• Recurrir a lecturas del periódico u otros medios de comunicación para que los alumnos interpreten gráficas y den significado a los signos de los números.</li> <li>• Proponer problemas que involucren la aplicación de porcentajes, así como su representación gráfica (barras y circular), insistir en que la cantidad base del cálculo del porcentaje representa el 100% o la unidad.</li> <li>• Promover el uso de las tecnologías digitales para elaborar gráficos, búsqueda de información, manejo de datos etc.</li> <li>• Recurrir a la recta numérica para dar sentido y significado a las operaciones de números con signo.</li> </ul>
---	---	--

<ul style="list-style-type: none"><li>• Representa a los números racionales de diversas formas: fracción común, porcentaje y decimal.</li><li>• Reconoce que las fracciones equivalentes tienen la misma expresión decimal.</li><li>• Compara números enteros y racionales mediante la ordenación y representación gráfica.</li><li>• Utiliza las formas de representación decimal y racional de un porcentaje para realizar cálculos.</li><li>• Encuentra un número racional entre dos números racionales dados.</li><li>• Utiliza fracciones o decimales según convenga. Elige el redondeo adecuado en el caso de manejar decimales.</li><li>• Utiliza la jerarquía y propiedades de las operaciones, las reglas de uso de los paréntesis y leyes de los signos para el cálculo de expresiones aritméticas con más de una operación.</li></ul>		<ul style="list-style-type: none"><li>• Promover el uso adecuado de la calculadora ya que ésta ayuda a explorar los números, por ejemplo: distinguir entre los números racionales e irracionales, la división entre cero, generar aproximaciones de números irracionales con la tecla de la función radical, conversión a números decimales, etc. (se recomienda estar pendiente de que el alumno no abuse del empleo de esta herramienta).</li><li>• Usar la recta numérica para representar la suma, resta, multiplicación y división de números enteros y racionales, como recurso para dar significado a los procedimientos de las operaciones básicas.</li><li>• Visualizar la propiedad de densidad de los números racionales en la recta numérica usando una escala conveniente para localizar entre dos racionales dados, otro racional.</li><li>• Construir la recta real con los elementos de los distintos conjuntos numéricos, haciendo mención de la densidad de los racionales y de la existencia de los irracionales para “rellenarla”.</li></ul>
--	--	--

<ul style="list-style-type: none"><li>• Resuelve operaciones con potencias y radicales aplicando las leyes de los exponentes.</li><li>• Utiliza la notación científica en diferentes contextos.</li><li>• Reconoce patrones numéricos y modela su comportamiento.</li></ul>		<ul style="list-style-type: none"><li>• Plantear problemas de series numéricas o geométricas (por ejemplo: números triangulares, cuadrangulares, etcétera) que conduzcan a encontrar patrones numéricos.</li></ul>
---	--	--

## UNIDAD 2. VARIACIÓN DIRECTAMENTE PROPORCIONAL Y FUNCIONES LINEALES

**PROPÓSITOS:** A partir de la noción de proporcionalidad, iniciar el estudio de la variación, la idea de relación funcional y sus diferentes registros, además de analizar la función de los parámetros en las gráficas de las expresiones  $y = ax$  y  $y = ax + b$ .  
Tiempo 20 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>En la presentación de diversas situaciones que involucran cambio, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Describe verbalmente en qué consiste el cambio y cuáles son los aspectos involucrados en él.</li> <li>Identifica cuál es la variable dependiente y la independiente en un contexto dado.</li> </ul> <p><b>Ante una serie de datos, una tabla o situación verbal, en donde existe variación directamente proporcional, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Obtiene los valores de <math>x</math> o <math>y</math>, auxiliándose del reconocimiento de patrones o de proporciones.</li> <li>Obtiene o identifica, según el caso, la constante de proporcionalidad.</li> </ul>	<p><b>Variación Directamente Proporcional</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Situaciones que involucran cambio. Introducción a la noción de variación.</li> <li>Identificación de las variables dependiente e independiente en situaciones concretas.</li> <li>Variación directamente proporcional entre dos cantidades. Uso de tablas y gráficas. Análisis del cociente <math>\frac{y}{x} = a</math>, constante de proporcionalidad (<math>a &gt; 0</math>).</li> <li>Problemas de variación directamente proporcional.</li> </ul>	<p><b>Para el logro de los aprendizajes se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Iniciar el estudio de las funciones, sin agotar todos los aspectos relacionados con el concepto, pues se irán incorporando con creciente grado de abstracción y formalidad a lo largo de los cuatro semestres, tanto en las unidades expresamente destinadas a trabajar con funciones, como en aquellas en las cuales desde otra óptica se puede reforzar alguna faceta de las mismas (en Geometría Analítica, por ejemplo).</li> <li>Hacer énfasis en que el concepto de variación permea al eje de funciones. Aquí se inicia con la variación más sencilla: la variación directamente proporcional; misma que posteriormente podrá retomarse desde otro punto de vista o para contrastar con otras formas de variación.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compara diversos valores de <math>y</math> con los correspondientes de <math>x</math> <math>\left(\frac{y}{x}\right)</math> e identifica su razón como la constante de proporcionalidad <math>k</math>.</li> <li>• Localiza en el plano cartesiano los puntos asociados a los datos que posee y traza la gráfica.</li> <li>• A partir del análisis de una gráfica, obtiene información de la situación que representa y lo expresa verbalmente. Obtiene el modelo algebraico correspondiente.</li> </ul> <p><b>Ante una serie de datos, una tabla o una situación verbal que dé lugar a una Función Lineal, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Transita entre sus diferentes registros (tabular, gráfico y algebraico) asociados a una función lineal de la forma: <math>y = ax + b</math>, con <math>b \neq 0</math>.</li> <li>• Distingue, por el contexto de la situación, si se trata de una variable discreta o continua, y lo toma en cuenta para construir la gráfica.</li> <li>• Reconoce a <math>b</math> como el parámetro que nos indica el punto de intersección de la recta <math>y = ax + b</math> con el eje <math>y</math>.</li> </ul>	<h3>Funciones Lineales</h3> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formas de representación de una función lineal: tablas, gráficas y modelo algebraico.</li> <li>• Variación Lineal. Comparación entre los cambios de <math>y</math> respecto a los de <math>x</math> <math>\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)</math>.</li> <li>• Análisis de los parámetros <math>a</math> y <math>b</math> en el comportamiento de la recta: <math>y = ax + b</math></li> <li>• Relación entre <math>a</math> y el cociente <math>\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)</math>.</li> <li>• Situaciones de diversos contextos que se modelan con una función lineal.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Retomar algunos conceptos aritméticos como múltiplo, fracciones equivalentes, razones, regla de tres, etcétera, para iniciar el estudio de la variación directamente proporcional.</li> <li>• Mantener una etapa inicial en la que el concepto de variación y el análisis de las situaciones se manejen básicamente en lenguaje común o en las representaciones que el alumno incorpore, antes de introducir las simbolizaciones convencionales.</li> <li>• Reforzar el concepto de función lineal, para ello es conveniente transitar entre sus diferentes registros (tabular, gráfico y algebraico).</li> <li>• Explorar e identificar patrones de comportamiento, por lo que es conveniente aprovechar esto para desarrollar dicha habilidad de pensamiento.</li> <li>• Señalar la conveniencia de una escala u otra al graficar.</li> </ul>
--	--	--

<ul style="list-style-type: none"><li>• Reconoce a <math>a</math> como el parámetro que determina una mayor o menor inclinación, respecto del eje <math>x</math>, de la recta <math>y = ax + b</math>.</li><li>• Relaciona la inclinación de la recta con la <b>razón</b> que compara los cambios de <math>y</math> con los de <math>x</math> (es decir <math>\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}</math>).</li><li>• Grafica funciones de la forma <math>y = ax + b</math>, sin tabular, a partir de la información que proporcionan los parámetros <math>a</math> y <math>b</math>.</li><li>• Modela situaciones que se representan con una función lineal y utiliza los modelos para obtener información adicional.</li><li>• Interpreta en el contexto de un problema el papel que juegan los parámetros y las variables.</li></ul>		<ul style="list-style-type: none"><li>• Resaltar el potencial de aplicaciones que tienen la <b>variación directamente proporcional y las funciones lineales</b>, por lo que se requiere presentar problemas de diversos contextos.</li><li>• Utilizar las tecnologías digitales para apoyar la comprensión de los conceptos involucrados en la unidad, por ejemplo, modificar el valor de los parámetros <math>a</math> y <math>b</math> para visualizar los cambios en la grafica.</li></ul>
--	--	---

### UNIDAD 3. ECUACIONES LINEALES

**PROPÓSITOS:** Avanzar en el manejo del lenguaje algebraico a través de plantear problemas que conducen a ecuaciones lineales y su resolución por métodos algebraicos. Estudiar la noción de ecuación desde diversas perspectivas y su relación con las funciones lineales.

Tiempo 15 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>En cuanto a la resolución de problemas, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa la relación entre los datos e incógnita de una situación por medio de una ecuación lineal.</li> <li>• Interpreta en el contexto del problema, el significado de la solución.</li> <li>• Relaciona un problema dado con otro que ya ha resuelto para facilitar su solución.</li> </ul> <p><b>Con relación a los conocimientos el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprende que las ecuaciones lineales con una incógnita, son un caso especial de igualdad entre expresiones algebraicas.</li> <li>• Aplica adecuadamente las leyes de los signos, la prioridad de las operaciones y el uso de paréntesis al resolver una ecuación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planteamiento y resolución de problemas de diversos contextos que dan lugar a ecuaciones lineales con una incógnita.</li> <li>• Ecuaciones lineales con una incógnita, como: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Caso especial de una igualdad entre expresiones algebraicas.</li> <li>- Condición que debe satisfacer un número buscado.</li> <li>- Caso particular de una función lineal.</li> </ul> </li> <li>• Resolución de ecuaciones lineales con una incógnita, por métodos algebraicos.</li> <li>• Resolución de ecuaciones de primer grado de diferentes tipos, que se reducen a la forma: <math display="block">ax + b = 0 \text{ con } a, b \in \mathbb{R}</math> </li> </ul>	<p><b>Para el logro de los aprendizajes se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciar con el planteamiento de problemas, además de reforzar la traducción entre los lenguajes verbal y algebraico, se pretende que el alumno aprecie el uso de procedimientos algebraicos sobre los puramente aritméticos.</li> <li>• Utilizar problemas de muy diversos contextos (geométricos, finanzas, mezclas, compra de artículos, tarifas entre otros), que además de brindar un panorama amplio de aplicaciones, ayude también a reforzar las vinculaciones entre diversas ramas de la Matemática.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza las propiedades de la igualdad al resolver ecuaciones.</li> <li>• Reduce por medio de operaciones y propiedades una ecuación lineal a otra más simple de resolver.</li> <li>• Verifica que la solución de la ecuación satisface la expresión original.</li> <li>• Observa que cualquier forma que adopte una ecuación de primer grado, desde la más simple hasta la más compleja siempre se puede expresar de la forma <math>ax + b = 0</math>.</li> <li>• Identifica que en algunos casos las ecuaciones de primer grado corresponden a casos particulares de funciones lineales.</li> <li>• Relaciona la solución de una ecuación de la forma: <math>ax + b = 0</math>, con el punto donde la gráfica de la función <math>y = ax + b</math>, corta al eje <math>x</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación gráfica de la solución de una ecuación lineal con una incógnita.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentar, en la etapa de ejercitación de la resolución de ecuaciones, la secuencia de pasos aumentando el grado de dificultad, desde ecuaciones con la incógnita en un solo término, en dos, pero en el mismo miembro de la igualdad, hasta ecuaciones con expresiones racionales. Con ello se estará reforzando una estrategia general de resolución de ecuaciones.</li> </ul>
---	---	---

## UNIDAD 4. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

**PROPÓSITOS:** Resolver sistemas de ecuaciones lineales de orden  $2 \times 2$  y  $3 \times 3$ . Enfatizar en la interpretación gráfica de la solución y resolver problemas en diversos contextos. Tiempo 15 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>A partir de una situación dada o problema que da lugar a un sistema de ecuaciones lineales, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza tablas de valores para explorar aquellos que satisfacen las condiciones dadas.</li> <li>• Traduce las condiciones o restricciones del problema a un sistema de ecuaciones.</li> <li>• Relaciona que una ecuación lineal en dos variables tiene por gráfica una línea recta y viceversa.</li> <li>• Identifica el punto de intersección de dos líneas rectas, como la solución del sistema de ecuaciones lineales asociado a dichas rectas.</li> <li>• Distingue, por el contexto del problema, si se trata de una variable discreta o una continua, y lo tomará en cuenta al graficar el sistema y obtener su solución.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemas que llevan a plantear sistemas de ecuaciones lineales y su solución por medio de una tabla de valores y gráficamente.</li> <li>• Gráfica de la ecuación lineal en dos variables. Pendiente, ordenada y abscisa al origen.</li> <li>• Gráfica de un sistema de ecuaciones lineales <math>2 \times 2</math>, en un mismo plano. Interpretación geométrica de la solución.</li> <li>• Sistemas Compatibles (consistentes) e Incompatibles (inconsistentes).</li> <li>• Sistemas equivalentes.</li> <li>• Métodos algebraicos de solución de un sistema de ecuaciones lineales <math>2 \times 2</math> y <math>3 \times 3</math>: Suma y resta y sustitución.</li> <li>• Problemas de aplicación de <math>2 \times 2</math> y <math>3 \times 3</math>.</li> </ul>	<p><b>Para el logro de los aprendizajes se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Profundizar en los conceptos de ecuación-incógnita y función-variable, para comprender sus vinculaciones y diferencias, ya que esta unidad no está destinada a obtener la ecuación de la recta, ni a estudiarla desde el punto de vista de la Geometría Analítica.</li> <li>• Retomar lo que el alumno aprendió sobre la gráfica de funciones lineales y dar un paso más al manejar las intersecciones con ambos ejes (abscisa y ordenada al origen).</li> <li>• Iniciar el manejo del paralelismo por exploración de los parámetros y analizar la consistencia o inconsistencia de los sistemas de ecuaciones.</li> </ul>

<p><b>A partir de un sistema de ecuaciones que obtenga o se le proporcione, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica a partir de los parámetros de una expresión lineal dada, la ordenada y la abscisa al origen.</li> <li>• Obtiene de manera gráfica la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y percibe sus limitaciones.</li> <li>• Identifica a partir de la gráfica de un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2, si es compatible o incompatible.</li> <li>• Infiere la compatibilidad (con solución) e incompatibilidad (sin solución) de un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2, a partir de los parámetros de las ecuaciones.</li> <li>• Utiliza el concepto de sistemas de ecuaciones equivalentes para transformar un sistema en otros más sencillos.</li> <li>• Resuelve sistemas de ecuaciones lineales 2x2 y 3x3 por medio del método que considere conveniente: <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Suma y resta</li> <li>b) Sustitución</li> </ul> </li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proponer, desde el inicio de la unidad, la solución de problemas que involucren un sistema de ecuaciones lineales de manera informal (por ensayo-error, tabulación y gráficamente), para introducir los conceptos de simultaneidad, sistema de ecuaciones y su solución.</li> <li>• Distinguir en los problemas que se utilicen para introducir el método gráfico de solución, cuándo se trata de una variable discreta y cuándo de una continua. Es conveniente tratar ejemplos con variables de ambos tipos.</li> <li>• Enfatizar en la inexactitud de los métodos anteriores y la necesidad de utilizar un método que no dependa de la precisión en los trazos o de la percepción visual para obtener el resultado.</li> <li>• Trabajar la algoritmia, sin descuidar el significado de los métodos de solución, esto es, el alumno debe comprender qué significa la búsqueda de la solución.</li> </ul>
--	--	---

<ul style="list-style-type: none"><li>• Dado un sistema de ecuaciones lineales <math>3 \times 3</math>, utiliza el método de suma y resta para transformarlo a la forma triangular, y a partir de ahí, obtiene su solución.</li><li>• Resuelve problemas que involucren sistemas de ecuaciones de los tipos estudiados en esta unidad, e interpreta el sentido de la solución hallada.</li></ul>		<ul style="list-style-type: none"><li>• Introducir el concepto de sistemas equivalentes y la forma de obtenerlos antes de estudiar los métodos algebraicos de solución, con la finalidad de que el alumno avance en la comprensión del “por qué se hace” y no solamente se quede con el “cómo se hace”.</li><li>• Proponer varios ejemplos que faciliten el paso de una expresión verbal a su expresión algebraica debido a la dificultad en este proceso.</li><li>• Manejar un repertorio diversificado de problemas (geométricos, numéricos, velocidades, mezclas, tiempos de trabajo, económicos, etcétera)</li><li>• Analizar los casos de rectas que se cortan, coincidentes y paralelas. Su relación con las pendientes Y sus características algebraicas.</li><li>• Pasar de un registro a otro (verbal, tabular, gráfico y algebraico), durante toda la unidad.</li></ul>
--	--	---

		<ul style="list-style-type: none"><li>• Recurrir a las tecnologías digitales para el análisis gráfico de sistemas lineales <math>3 \times 3</math>, por tratarse de planos en el espacio la interpretación gráfica tiene mayor dificultad.</li><li>• Verifica y/o resuelve sistemas de ecuaciones <math>2 \times 2</math> a través del uso de las tecnologías digitales.</li></ul>
--	--	--

## PROGRAMA DE MATEMÁTICAS II

### UBICACIÓN DEL CURSO

Las unidades que se trabajan en este curso, corresponden a los ejes de Álgebra, Funciones y Geometría Euclidiana. En la unidad de ecuaciones cuadráticas se revisan conceptos y procedimientos que serán el fundamento en la mayoría de los cursos de matemáticas del Colegio, además de establecer una liga con el tema de funciones cuadráticas al vincularse estrechamente en sus características particulares. El resto del curso está dedicado a temas de Geometría Euclidiana que mediante el manejo del método deductivo se favorece la argumentación y el razonamiento lógico necesario tanto en el campo de las matemáticas como en otras disciplinas.

De manera más amplia, la secuencia de aprendizajes correspondientes al estudio de la ecuación y la función cuadrática permite, por un lado, avanzar en el concepto de función al introducir un nuevo tipo de variación que conlleva conceptos como concavidad y simetría, y, por otro, la relación entre estas unidades enriquece ambas temáticas y contribuye a la formación de significados sobre la resolución de ecuaciones.

En el caso de la geometría euclidiana, ésta ayuda al alumno a describir los objetos y sus partes de acuerdo a sus formas, dimensiones y propiedades; contribuye de manera significativa a favorecer un pensamiento reflexivo cuando el estudiante en un primer momento, explora, identifica propiedades y relaciones que puede enunciar en proposiciones generales, construye y proporciona argumentos que validen dichas proposiciones, y finalmente, establece relaciones lógicas entre ellas, aun sin llegar necesariamente a un rigor axiomático propio de estudios más especializados.

Así, las unidades correspondientes al eje de geometría euclidiana, contemplan las etapas de exploración, deducción y aplicación, mismas que permiten establecer un equilibrio entre dos tendencias<sup>4</sup> de la enseñanza de la geometría a nivel bachillerato. En consecuencia, en la unidad “Elementos básicos de Geometría plana”, se pretende que el alumno explore, observe patrones de comportamiento, conjeture y comience a argumentar; mientras que en la unidad de “Congruencia,

---

<sup>4</sup> Una tendencia propone un formalismo axiomático, mientras que la otra no trasciende la presentación mecanicista de hechos geométricos.

Semejanza y Teorema de Pitágoras”, a partir del conocimiento básico de estos conceptos, se introduce al alumno al razonamiento deductivo y a la comprensión del por qué de las demostraciones.

## **PROPÓSITOS DEL CURSO**

Al finalizar el segundo curso de matemáticas, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumno:

- Adquiere la capacidad para resolver ecuaciones cuadráticas por diferentes métodos y los aplica en la resolución de problemas.
- Avanza en la comprensión del concepto de función, distingue las diferencias y similitudes entre las funciones lineales y cuadráticas. Modela con estas últimas algunas situaciones de variación cuadrática y de optimización.
- Incrementa su capacidad de resolver problemas, al incorporar estrategias y procedimientos para realizar construcciones geométricas y para comprender o proporcionar argumentos que justifican un enunciado.
- Percibe que existe una estructura en los conocimientos de la Geometría Euclidiana y que ésta estudia figuras y cuerpos presentes en su entorno.
- Identifica relaciones y patrones de comportamiento en diversas situaciones o problemas geométricos, y a partir de esto establece conjeturas o infiere algunas conexiones entre resultados.
- Valora la importancia de proporcionar una argumentación como la vía que otorga validez al conocimiento geométrico.
- Aplica conceptos, procedimientos y resultados de la Geometría Euclidiana para resolver problemas.
- Hace uso de software para a un mejor entendimiento de los temas.

**CONTENIDOS TEMÁTICOS  
MATEMÁTICAS II**

<b>UNIDAD</b>	<b>NOMBRE DE LA UNIDAD</b>	<b>HORAS</b>
<b>1</b>	<b>ECUACIONES CUADRÁTICAS</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>FUNCIONES CUADRÁTICAS Y APLICACIONES</b>	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA PLANA</b>	<b>25</b>
<b>4</b>	<b>CONGRUENCIA , SEMEJANZA Y TEOREMA DE PITÁGORAS</b>	<b>25</b>

**BIBLIOGRAFÍA SUGERIDA**

Álvarez, E. (2012). *Elementos de Geometría*. Colombia, Universidad de Medellín.

Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). *Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones*. México, McGRAW HILL, INTERAMERICANA

Clemens, S., O'Daffer, P. y Cooney, T. (2005). *Geometría*. México, PEARSON.

Fillooy, E. y Zubieta, G. (2001) *Geometría*. México, GRUPO EDITORIAL IBEROAMERICANA

Lozano, C. y Vázquez, A. (2009). *Geometría y trigonometría*. México, PRENTICE HALL.

Larson, R. y Hostetler, R. (2006). *Álgebra*. México, Publicaciones Cultural.

Rees, P. y Sparks, F. (2005). *Álgebra*. México, REVERTE.

García, M. (2005). *Matemáticas I para preuniversitarios*. México, ESFINGE.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. México, CENGAGE.

## MATEMÁTICAS II

### UNIDAD 1. ECUACIONES CUADRÁTICAS

**PROPÓSITOS:** Profundizar en el estudio de las ecuaciones y sus métodos de resolución. Mostrar el poder del álgebra para encontrar métodos de solución tanto alternos como generales y su aplicación en la resolución de problemas. Establecer la relación que existe entre el grado de la ecuación y el número de soluciones. Tiempo 15 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>En relación con la actividad de resolución de problemas, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza las condiciones que se establecen en el enunciado de un problema, y expresa las relaciones entre lo conocido y lo desconocido a través de una ecuación de segundo grado.</li> <li>• Relaciona un problema nuevo con otro que ya sabe resolver.</li> <li>• Elige el método algebraico de resolución que resulta más conveniente, a partir de analizar el modelo algebraico de un problema.</li> <li>• Interpreta en el contexto del problema lo que significan las soluciones y elige, si es el caso, aquella que tiene sentido en ese contexto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemas que dan lugar a ecuaciones cuadráticas con una incógnita.</li> <li>• Resolución de ecuaciones cuadráticas de la forma:  <math>ax^2 + c = 0</math>  <math>ax^2 + bx = 0</math>  <math>a(x + m)^2 = n</math>  <math>(ax + b)(cx + d) = 0</math></li> <li>• Métodos de solución de la ecuación cuadrática <math>ax^2 + bx + c = 0</math>:            - Factorización            - Método de completar cuadrados            - Fórmula general</li> <li>• Discriminante <math>b^2 - 4ac</math> y naturaleza de las raíces.</li> </ul>	<p><b>Para el desarrollo de la unidad se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciar con un problema de tipo geométrico, numérico, físico u otros que lleven a los alumnos a plantear ecuaciones cuadráticas.</li> <li>• En la solución de ecuaciones cuadráticas por el método de factorización, es útil plantear ejercicios en los que se tiene un producto de dos binomios igualado a cero y analizar las condiciones en que esto es posible, haciendo notar en cada caso que la dificultad se reduce a resolver una ecuación lineal sencilla.</li> </ul>

<p><b>Con relación a los conocimientos y destrezas propios del tema, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza para resolver una ecuación cuadrática los métodos: factorización, completar un trinomio cuadrado perfecto y fórmula general.</li> <li>• Transforma una ecuación cuadrática a la forma adecuada para su resolución por un método específico.</li> <li>• Deduce la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas.</li> <li>• Identifica cuáles son los parámetros <math>a, b</math> y <math>c</math>, aún en ecuaciones “desordenadas” o incompletas y los sustituye correctamente en la fórmula general.</li> <li>• Calcula el valor del discriminante <math>b^2 - 4ac</math>, para conocer la naturaleza de las raíces (reales o complejas).</li> <li>• Construye una ecuación cuadrática a partir de sus raíces reales.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Introducir el método de completar cuadrados con el desarrollo de expresiones cuadráticas de la forma <math>a(x \pm m)^2 = n</math> que lo conduzca a una ecuación que no pueda resolver con los métodos vistos hasta el momento. Por lo que se requiere realizar el proceso inverso de completar cuadrados.</li> <li>• Apoyar al estudiante con actividades de generalización, para que llegue a la fórmula general de la ecuación cuadrática.</li> <li>• Enfrentar al alumno a problemas de optimización, que lo lleve a plantear y resolver una ecuación cuadrática.</li> </ul>
---	--	--

## UNIDAD 2. FUNCIONES CUADRÁTICAS Y APLICACIONES

**PROPÓSITOS:** Continuar con el estudio de las funciones a partir de situaciones que varían en forma cuadrática, contrastar este tipo de variación con la lineal. Analizar el comportamiento de las gráficas de funciones cuadráticas en términos de sus parámetros e iniciar la resolución de problemas de optimización con métodos algebraicos.

Tiempo 15 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>En relación con la actividad de resolución de problemas, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explora en situaciones o problemas las condiciones, valores, relaciones y comportamientos, a través de tablas, diagramas, etc. de manera que obtenga información, como un paso previo a establecer la representación algebraica de una función cuadrática.</li> <li>• Resuelve problemas sencillos de máximos y mínimos aprovechando las propiedades de la función cuadrática.</li> <li>• Interpreta el comportamiento de la gráfica dentro del contexto de una situación dada.</li> </ul> <p><b>Con relación a los conocimientos y destrezas propios del tema, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Obtiene el modelo de la función cuadrática de una situación dada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Situaciones que involucran cambio y que dan origen a funciones cuadráticas.</li> <li>• Variación cuadrática.</li> <li>• Estudio gráfico y analítico de la función <math>y = ax^2 + bx + c</math>, en particular:           <math display="block">y = ax^2</math> <math display="block">y = ax^2 + c</math> <math display="block">y = a(x - h)^2 + k</math> </li> <li>• Ceros de la función.</li> <li>• Concavidad, máximo o mínimo.</li> <li>• Problemas de máximos y mínimos.</li> </ul>	<p><b>Para el desarrollo de la unidad se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciar con problemas de movimiento o geométricos.</li> <li>• Proponer a los estudiantes situaciones que requieran modelarse con funciones cuadráticas, como arreglos de números poligonales o el patrón de comportamiento del número de diagonales en un polígono.</li> <li>• Reconoce en una tabla si existe variación cuadrática por medio de diferencias finitas.</li> <li>• Construir gráficas en clase y posteriormente emplear la graficadora y/o la computadora (por ejemplo Excel y GeoGebra) para explorar el comportamiento de los parámetros.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica las diferencias entre los dos tipos de variación que conoce (lineal y cuadrática).</li> <li>• Distingue una ecuación cuadrática de una función cuadrática.</li> <li>• Relaciona el número de intersecciones de la curva de una función cuadrática con el eje x, con la naturaleza de las raíces; en particular identifica su ausencia con la existencia de raíces complejas.</li> <li>• Transita por los diferentes tipos de registros de la función cuadrática (tabular, algebraico y gráfico).</li> <li>• Encuentra el significado del papel que juegan los parámetros en el comportamiento de la gráfica determinada por la expresión:       <math display="block">y = ax^2</math> <math display="block">y = ax^2 + c</math> <math display="block">y = a(x - h)^2 + k</math> </li> <li>• Integra a su lenguaje matemático términos como concavidad, vértice, máximo, mínimo, traslación y simetría.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprovechar la propiedad de simetría de las funciones cuadráticas, para que los alumnos grafiquen de manera más rápida.</li> <li>• Propiciar mediante el análisis de distintos ejemplos, tanto del comportamiento del registro tabular como gráfico, revisar los conceptos de máximos y mínimos.</li> <li>• Analizar en la expresión <math>y = ax^2</math>, las posibilidades del parámetro “a” y su relación con la orientación y apertura de la gráfica correspondiente.</li> <li>• Resaltar la importancia de los métodos algebraicos en la resolución de problemas de optimización en diversos contextos, por ejemplo, numéricos, de áreas, costos y ganancias.</li> </ul>
---	--	--

<ul style="list-style-type: none"><li>• Expresa la función <math>y = ax^2 + bx + c</math> en la forma estándar <math>y = a(x - h)^2 + k</math> por el método de completar cuadrados para describir su gráfica a partir del análisis de sus parámetros.</li><li>• Interpreta las coordenadas del vértice en términos del valor máximo o mínimo de la función.</li></ul>		
--	--	--

### UNIDAD 3. ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA PLANA

**Propósitos:** Explorar las figuras geométricas mediante su construcción, para descubrir patrones de comportamiento que permitan la formulación y validación de resultados generales. Aplicar los conocimientos adquiridos en la argumentación de la resolución de problemas. Tiempo: 25 horas.

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>Con relación a los conocimientos y destrezas del tema, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Describe y reconoce los elementos de una figura (punto, punto de Intersección, líneas rectas, segmentos, semirrectas, ángulos etc.). Los expresa en forma verbal y escrita.</li> <li>• Avanza mediante la construcción, en la comprensión de los conceptos: segmento de recta, punto medio, líneas paralelas, líneas perpendiculares, mediatriz, ángulo y bisectriz.</li> <li>• Clasifica los ángulos por su abertura (agudo, recto, obtuso, llano) y posición (adyacentes, suplementarios, complementarios, opuestos por el vértice).</li> <li>• Reconoce ángulos rectos en cualquier figura geométrica que los contenga.</li> </ul>	<p><b>Construcciones con regla y compás</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Segmentos.</li> <li>• Ángulos.</li> <li>• Perpendicular a una recta dada que pasa por un punto:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Que pertenece a una recta o</li> <li>- fuera de ella.</li> </ul> </li> <li>• Mediatriz de un segmento.</li> <li>• Bisectriz de un ángulo.</li> <li>• Recta paralela a otra que pasa por un punto dado.</li> </ul>	<p><b>Para el desarrollo de la unidad se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciar con una revisión de los antecedentes históricos de la geometría y la forma como se sistematiza este conocimiento.</li> <li>• Proponer a los alumnos la elaboración de dibujos libres, por ejemplo, los que se realizan en dibujo técnico o mosaicos de Escher u otros, para incrementar la destreza manual en el manejo de instrumentos geométricos.</li> <li>• Inducir al alumno a que establezca propiedades y características de figuras geométricas a través de construcciones con regla y compás.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Describe los tipos de ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal e identifica aquellos pares de ángulos que son congruentes.</li> <li>• Aplica los conceptos anteriores en la resolución de problemas.</li> <li>• Clasifica los triángulos según sus lados y ángulos.</li> <li>• Explica en qué casos es posible construir un triángulo, a partir de tres segmentos dados.</li> <li>• Muestra y justifica que en todo triángulo la: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Suma de los ángulos interiores es igual a <math>180^\circ</math>.</li> <li>- Suma de los ángulos exteriores es igual a <math>360^\circ</math>.</li> <li>- Suma de dos ángulos interiores es igual al ángulo exterior no adyacente.</li> </ul> </li> <li>• Aplica las propiedades de triángulos en la resolución de problemas.</li> <li>• Distingue las características que determinan a cada una de las rectas notables de un triángulo.</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Ángulos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Clasificación de ángulos por su amplitud.</li> <li>• Clasificación por pares de ángulos.</li> <li>• Ángulos formados por rectas paralelas cortadas por una transversal.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Geometría del Triángulo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Clasificación por sus lados y ángulos.</li> <li>• Propiedades del triángulo: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Suma de los ángulos interiores.</li> <li>- Suma de los ángulos exteriores.</li> <li>- Relación de dos ángulos interiores con el ángulo exterior no adyacente.</li> <li>- Desigualdad del triángulo.</li> </ul> </li> <li>• Propiedades del triángulo isósceles.</li> <li>• Rectas notables del triángulo: Mediatriz, bisectriz, mediana y altura.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En el caso de la construcción de un triángulo cuando se proporcionan tres lados, la actividad también se presta para que el alumno obtenga lo que establece la desigualdad del triángulo.</li> <li>• Utilizar material concreto (recorte y doblado de papel), para mostrar las propiedades del triángulo.</li> <li>• Hacer énfasis en la noción de perpendicularidad y en su uso para “medir” la distancia de un punto a una recta.</li> <li>• Apoyarse en construcciones de figuras que permitan visualizar las propiedades que se quieren demostrar. Esto con la finalidad de establecer vínculos adecuados que favorezcan obtener una argumentación válida.</li> <li>• Resaltar la diferencia entre mostrar y demostrar; así como propiciar que el alumno argumente en forma oral y escrita la validez de los resultados obtenidos.</li> </ul>
--	---	--

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traza las rectas notables (bisectriz, mediatriz, mediana y altura) del triángulo con regla y compás, y obtiene los puntos notables (incentro, circuncentro, baricentro y ortocentro).</li> <li>• Argumenta sobre la validez de las construcciones realizadas y las explica de forma oral y escrita.</li> <li>• Describe los polígonos por sus características (regulares e irregulares).</li> <li>• Calcula el perímetro y área de un polígono regular.</li> <li>• Obtiene el área de un polígono irregular por triangulación.</li> <li>• Aproxima el perímetro y área del círculo.</li> <li>• Identifica las líneas notables de la circunferencia.</li> <li>• Localiza el centro de una circunferencia.</li> <li>• Utiliza los conocimientos adquiridos en esta unidad, en la resolución de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Puntos notables de un triángulo: circuncentro, incentro, baricentro y ortocentro.</li> <li>• Problemas de aplicación de las propiedades del triángulo.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Polígonos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Clasificación por sus lados y ángulos.</li> <li>• Perímetro y área.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>Círculo y circunferencia</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rectas y segmentos.</li> <li>• Localización del centro de una circunferencia.</li> <li>• Perímetro y área del círculo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propiciar que el alumno encuentre la expresión general para la suma de los ángulos interiores de un polígono de <math>n</math>-lados, mediante la propiedad de suma de los ángulos interiores de un triángulo.</li> <li>• Se recomienda trabajar problemas que involucren las construcciones en diferentes contextos.</li> <li>• Usar el software de geometría dinámica para que el alumno visualice, descubra y/o conjeture propiedades y características de figuras geométricas.</li> <li>• Hacer notar a los alumnos que algunos puntos notables de un triángulo, están alineados.</li> <li>• Proponer la investigación de la fórmula de Héron, para obtener una aproximación del área de polígonos irregulares.</li> </ul>
---	--	---

## UNIDAD 4. CONGRUENCIA, SEMEJANZA Y TEOREMA DE PITÁGORAS

**Propósitos:** Avanzar en el estudio en los conceptos de congruencia, semejanza y Teorema de Pitágoras y resaltar el papel del razonamiento lógico en los procesos de algunas demostraciones y en la resolución de problemas.

Tiempo: 25 horas.

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>Con relación a los conocimientos y destrezas, el alumno en el tema de:</b></p> <p><b>Congruencia.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica la diferencia entre igualdad y congruencia.</li> <li>• Identifica y construye segmentos y ángulos congruentes.</li> <li>• Utiliza correctamente la notación propia de la geometría.</li> <li>• Reconoce, cuándo dos triángulos son congruentes con base en la definición.</li> <li>• Construye un triángulo congruente a otro, considerando los elementos mínimos.</li> <li>• Establece como válidos los criterios de congruencia.</li> </ul>	<p><b>Congruencia</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Figuras congruentes.</li> <li>• Congruencia de triángulos.               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Construcción de un triángulo a partir de condiciones dadas (LAL, LLL y ALA).</li> </ul> </li> <li>• Criterios de congruencia de triángulos Apoyarse en construcciones de figuras que permitan visualizar las propiedades que se quieren demostrar. Esto con la finalidad de establecer vínculos adecuados que favorezcan obtener una argumentación válida.</li> <li>• Problemas.</li> </ul>	<p><b>Para el desarrollo de la unidad se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Enfatizar en la nomenclatura que se está utilizando y fomentar su uso.</li> <li>• Realizar actividades donde el alumno verifique la congruencia de triángulos superponiéndolos, después de su construcción.</li> <li>• Usar la congruencia de triángulos para justificar las construcciones de:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Bisectriz de un ángulo.</li> <li>- Mediatriz de un segmento.</li> <li>- Perpendicular a una recta.</li> <li>- Teorema del triángulo isósceles y su recíproco.</li> </ul> </li> <li>• Utilizar contraejemplos para refutar enunciados falsos.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce la importancia de la demostración para aceptar o rechazar conjeturas.</li> <li>• Aplica los criterios de congruencia de triángulos para justificar congruencia entre lados, ángulos y triángulos.</li> <li>• Resuelve problemas por medio de los criterios de congruencia.</li> </ul> <p><b>Semejanza y Teorema de Pitágoras.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce cuándo dos figuras son semejantes.</li> <li>• Identifica la congruencia de figuras geométricas, como un caso particular de semejanza.</li> <li>• Establece las condiciones que definen la semejanza de triángulos.</li> <li>• Construye triángulos semejantes a partir de elementos mínimos.</li> <li>• Establece como válidos los criterios de semejanza y los aplica en la resolución de problemas.</li> </ul>	<p><b>Semejanza y teorema de Pitágoras</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Figuras semejantes.</li> <li>• Semejanza de triángulos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Criterios de semejanza de triángulos.</li> <li>- Construcción de triángulos semejantes (LLL, LAL y AAA).</li> <li>- Teorema de Thales y su recíproco.</li> <li>- Razón entre perímetros y entre áreas de triángulos semejantes.</li> </ul> </li> <li>• Teorema de la altura de un triángulo rectángulo. Justificación.</li> <li>• Teorema de Pitágoras y su recíproco. Justificación.</li> <li>• Problemas de longitudes y áreas que involucran semejanza, congruencia y Teorema de Pitágoras.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Enfatizar en la identificación de ángulos y lados homólogos para justificar la congruencia o semejanza de triángulos.</li> <li>• Resaltar la diferencia entre mostrar y demostrar; así como propiciar que el alumno argumente en forma oral y escrita la validez de los resultados obtenidos.</li> <li>• Introducir al concepto de semejanza mediante los modelos a escala como lo son: mapas, maquetas, planos, fotos, etc.</li> <li>• Mostrar propiedades de las figuras geométricas usando la geometría dinámica.</li> <li>• Presentar y pedir algunas demostraciones del Teorema de Pitágoras, incluyendo la que se basa en la semejanza de triángulos.</li> <li>• Revisar problemas de distancias inaccesibles.</li> <li>• Solicitar trabajos de investigación relativos a la sección áurea,</li> </ul>
--	--	---

<ul style="list-style-type: none"><li>• Divide un segmento en <math>n</math> partes iguales y a partir de esta construcción infiere el Teorema de Thales.</li><li>• Reconoce y justifica el Teorema de Pitágoras, desde el punto de vista geométrico y algebraico.</li><li>• Utiliza los conocimientos adquiridos en esta unidad, en la resolución de problemas.</li></ul>		diversas demostraciones del teorema de Pitágoras, geometrías no euclidianas, etc.
--	--	---

## PROGRAMA DE MATEMÁTICAS III

### UBICACIÓN DEL CURSO

La primera unidad se dedica al estudio de las razones trigonométricas elementales y emplea elementos de geometría plana que se abordaron en las dos últimas unidades en Matemáticas II, ya que a partir del concepto de semejanza de triángulos se obtienen las razones trigonométricas y sus distintas representaciones, como las recíprocas e inversas; también se estudian algunas identidades trigonométricas derivadas del Teorema de Pitágoras y se hace énfasis en la resolución de problemas al aplicar las leyes de senos o cosenos.

En cuanto a la geometría analítica, que abarca la mayor parte del curso, su enfoque se centra en el método analítico que permite representar y analizar a través del álgebra, a las curvas y los objetos geométricos, que desde el punto de vista euclidiano sólo admiten formas particulares de construcción, estudio y análisis de sus elementos.

Es importante que el alumno perciba cómo a través de la introducción de un sistema de coordenadas y del manejo del método analítico, se obtienen procedimientos generales de construcción y análisis; se facilita la deducción de resultados geométricos, ya que esta tarea queda sujeta a las reglas del álgebra, y se favorece y profundiza el estudio del comportamiento de los lugares geométricos al identificar las características de los parámetros que las definen. Todo ello permite extender el campo de aplicaciones de la geometría euclidiana. Aunque una parte importante del método analítico consiste en obtener la forma algebraica que representa a un lugar geométrico, el tratamiento de la temática no se centra en manejar un conjunto de fórmulas, se intenta aprender **estrategias generales** y diversas formas de representación que apoyan la comprensión y facilitan el trabajo, dependiendo de los elementos o condiciones que se estipulan en un problema.

Actualmente, existe *software* en diversas versiones (Geogebra, WinPlot, *Geolab*, *Cabri*, *Derive*, etcétera) que favorece, entre otras, la exploración de las características de las cónicas por parte del alumno, el reconocimiento de patrones de

comportamiento, la formulación de conjeturas, el establecimiento de relaciones entre la gráfica de una cónica y los parámetros de la ecuación asociada; por lo que es recomendable su uso para enriquecer el estudio de la Geometría Analítica. Además, pueden usarse videos (*Khan Academic*, en *Youtube*) sobre temas de geometría analítica.

## PROPÓSITOS DEL CURSO

Al finalizar el tercer curso de matemáticas, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumno:

- Adquiere el conocimiento y la habilidad para manipular las razones trigonométricas y resolver problemas de triángulos rectángulos y oblicuángulos en diferentes contextos.
- Reconoce que se incrementan las posibilidades de análisis y aplicación de la Geometría Euclidiana, al incorporar al estudio de los objetos y relaciones geométricas la representación y los procedimientos del álgebra.
- Percibe a los sistemas de coordenadas como la noción fundamental para realizar el estudio analítico de los lugares geométricos.
- Resuelve problemas de aplicación donde usa distintas expresiones analíticas de las curvas estudiadas.
- Tiene habilidad básica, con software, para graficar expresiones de diferentes cónicas.
- Encuentra los puntos de intersección de diferentes expresiones analíticas estudiadas en este curso.
- Utiliza las propiedades de lugares geométricos y obtiene la ecuación que los representa.

**CONTENIDOS TEMÁTICOS  
MATEMÁTICAS III**

<b>UNIDAD</b>	<b>NOMBRE DE LA UNIDAD</b>	<b>Horas</b>
<b>1</b>	<b>Elementos de Trigonometría</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>Elementos Básicos de Geometría Analítica</b>	<b>10</b>
<b>3</b>	<b>La Recta y su Ecuación Cartesiana</b>	<b>20</b>
<b>4</b>	<b>La Parábola y su Ecuación Cartesiana</b>	<b>15</b>
<b>5</b>	<b>La Circunferencia, Elipse y sus Ecuaciones Cartesianas</b>	<b>20</b>

**BIBLIOGRAFÍA SUGERIDA**

Joaquín Ruiz Basto (2005). Geometría Analítica. México. Grupo Patria Cultural, S.A. de C.V.

Lehman, (2011). Geometría Analítica, México, Limusa.

Heriberto Morales, Alberto Molina, (2002) Matemáticas III, México, Trillas.

Fuenlabrada, Samuel. (2000). *Geometría Analítica*. México. Mc Graw-Hill,

Holliday, Berchie et al.(2002). *Geometría Analítica con Trigonometría*. México. McGraw-Hill.

Swokowski, Earl. (2002) *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. México. Grupo Editorial Iberoamérica.

De Oteysa, Elena et al. (2007) Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y geometría Analítica. México. Pearson educación.

## MATEMÁTICAS III

### UNIDAD 1. ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA

**PROPOSITOS:** Avanzar en el estudio de las razones trigonométricas definidas en un triángulo rectángulo y mostrar su utilidad en la solución de problemas en distintos contextos. Así como, sentar las bases para el tratamiento de las funciones trigonométricas.

Tiempo: 15 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>Con relación a los conocimientos del tema el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza las razones trigonométricas que se derivan de los triángulos rectángulos semejantes.</li> <li>• Determina las razones trigonométricas para los ángulos de <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math> y <math>60^\circ</math>.</li> <li>• Usa la calculadora para obtener los valores de las razones seno, coseno y tangente de un ángulo y dada la razón determina el ángulo.</li> <li>• Resuelve problemas que involucren triángulos rectángulos.</li> <li>• Deduce algunas identidades trigonométricas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Razones trigonométricas para ángulos agudos de un triángulo rectángulo.</li> <li>• Solución de triángulos rectángulos.</li> <li>• Solución de problemas de aplicación:               <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Ángulo de elevación.</li> <li>b) Ángulo de depresión.</li> <li>c) Distancias inaccesibles.</li> </ol> </li> <li>• Identidades trigonométricas fundamentales:               <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Recíprocas.</li> <li>b) Pitagóricas.</li> </ol> </li> </ul>	<p><b>Para el logro de los aprendizajes se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciar con un breve bosquejo histórico de la trigonometría o que los estudiantes elaboren una investigación sobre Hiparco, Aristarco u otros.</li> <li>• Proponer problemas o situaciones donde el alumno pueda observar la relación entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo, como la medida de la anchura de un río, la altura de un árbol, etc.</li> <li>• Mostrar el beneficio de las razones trigonométricas, a través de un problema ya resuelto por semejanza.</li> <li>• Emplear triángulos rectángulos semejantes, para mostrar que las</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplica las leyes de senos y de cosenos, para resolver problemas sobre triángulos oblicuángulos.</li> <li>• Utiliza la trigonometría, el teorema de Pitágoras y la semejanza de triángulos en la resolución de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución de triángulos oblicuángulos:             <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Ley de senos.</li> <li>b) Ley de cosenos.</li> <li>c) Problemas que se resuelven con triángulos oblicuángulos.</li> </ol> </li> </ul>	<p>razones trigonométricas son invariantes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apoyar a los alumnos en la obtención de los valores de las razones trigonométricas, para los ángulos de <math>30^\circ</math>, <math>60^\circ</math> y <math>45^\circ</math>, por medio de un triángulo equilátero e isósceles rectángulo o con el diseño de un problema.</li> <li>• Estimar la solución de un problema y la contrasta con la obtenida por métodos trigonométricos; analiza la validez de la misma en el contexto del problema.</li> <li>• Resolver problemas de triángulos rectángulos cuando se encuentran en diferentes planos, forman parte de polígonos o permiten el cálculo de medidas de sólidos regulares.</li> <li>• Resolver problemas de lugares inaccesibles, por ejemplo: el perímetro de la Tierra, distancia de la Tierra al Sol, el cálculo del diámetro del Sol, etc.</li> <li>• Proponer un problema que requiera para su solución el uso de triángulos oblicuángulos, por ejemplo calcular la altura de una peña donde existe un obstáculo</li> </ul>
--	--	--

		<p>natural que impide arribar a ella.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Deducir una de las leyes de senos o cosenos.</li></ul>
--	--	--

## UNIDAD 2. ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA

**PROPÓSITOS:** Proporcionar los elementos necesarios para iniciar el estudio del método analítico. Introducir el concepto de lugar geométrico y sus distintas representaciones. Tiempo 10 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>Con relación a los conocimientos y destrezas del tema, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ubica un punto dadas sus coordenadas <math>(x, y)</math> en el plano cartesiano o <math>(r, \theta)</math> en el plano polar.</li> <li>• Deduce la fórmula para determinar la distancia entre dos puntos y la aplica en diferentes situaciones.</li> <li>• Establece la relación entre la pendiente de un segmento y su ángulo de inclinación.</li> <li>• Calcula las coordenadas del punto medio de un segmento.</li> <li>• Obtiene la expresión algebraica y la gráfica de un lugar geométrico.</li> <li>• Transita de la representación algebraica a su forma gráfica en el plano cartesiano y viceversa.</li> <li>• Identifica procesos inversos al resolver problemas como por ejemplo</li> </ul>	<p><b>Estudio analítico del :</b></p> <p><b>Punto en el plano.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación de puntos en el plano de coordenadas rectangulares y polares.</li> </ul> <p><b>Segmento rectilíneo en el plano cartesiano.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Localización.</li> <li>• Longitud.</li> <li>• Ángulo de inclinación.</li> <li>• Punto medio.</li> </ul> <p><b>Lugar geométrico en el plano cartesiano:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Recta.</li> <li>• Circunferencia.</li> <li>• Parábola.</li> </ul>	<p><b>Para el logro de los aprendizajes se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Introducir los sistemas de coordenadas a través de problemas, que hagan ver la necesidad de contar con un sistema de referencia para localizar puntos en un plano, por ejemplo en mapas, juego del submarino, localización de puntos en el globo terráqueo .</li> <li>• Resolver problemas por medio de los conceptos estudiados en la unidad por ejemplo perímetros, áreas, pendientes de rampas etc.</li> <li>• Plantear actividades con doblado de papel o regla y compás para identificar las propiedades de algunos lugares geométricos (parábola, elipse, circunferencia).</li> <li>• Utilizar software de geometría dinámica para explorar, descubrir y comprobar propiedades de las</li> </ul>

<p>determinar los vértices de un triángulo dados los puntos medios de sus lados.</p>		<p>figuras geométricas, empleando los dos tipos de coordenadas, rectangular y polar.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Utilizar elementos históricos de curvas mecánicas para introducir la noción de lugar geométrico por ejemplo la cicloide.</li></ul>
--	--	---

### UNIDAD 3. LA RECTA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA

**PROPÓSITOS:** Avanzar en la comprensión del método analítico a través del estudio de la ecuación de la recta en sus diferentes representaciones. Resolver problemas geométricos y en otros contextos. Tiempo 20 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>Con relación a los conocimientos y destrezas del tema, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce a la recta como un lugar geométrico e identifica los elementos que la definen.</li> <li>• Determina si un punto pertenece o no a una recta.</li> <li>• Entiende a la pendiente de una recta como un invariante.</li> <li>• Verifica si tres puntos del plano son o no colineales.</li> <li>• Analiza en la ecuación <math>y = mx + b</math> el papel que juegan los parámetros.</li> <li>• Obtiene la ecuación de la recta a partir de sus elementos: puntos, punto y pendiente, ángulo de inclinación y ordenada al origen.</li> <li>• Identifica y transita en las diferentes formas la ecuación de la recta (ordinaria, general y simétrica).</li> </ul>	<p><b>La recta en el plano cartesiano.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuación de la recta dados:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dos puntos.</li> <li>- Un punto y la pendiente.</li> <li>- La pendiente y la ordenada al origen.</li> <li>- Un punto y el ángulo de inclinación.</li> </ul> </li> <li>• Rectas paralelas y rectas perpendiculares.</li> <li>• Intersección entre dos rectas.</li> <li>• Distancia de una recta a un punto.</li> <li>• El ángulo entre dos rectas.</li> <li>• Ecuaciones de las rectas notables del triángulo (mediatrices, medianas y alturas).</li> </ul>	<p><b>Para el logro de los aprendizajes se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciar con la noción de linealidad a través de ternas de puntos para determinar si están alineados o no.</li> <li>• Utilizar el modelo <math>y = mx + b</math>, para determinar la ecuación de la recta, conocidos dos puntos o un punto y la pendiente.</li> <li>• Emplear la ecuación <math>\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}</math>, para determinar el ángulo entre rectas y obtener la relación de perpendicularidad.</li> <li>• Utilizar software dinámico (Cabri, GeoGebra, Sketch-Pad, etc.) para trabajar rectas como lugar geométrico, intersecciones entre ellas, segmentos, ángulos entre rectas y pendientes.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transita entre las diferentes representaciones de la recta: grafica, tabular y algebraica.</li> <li>• Obtiene el ángulo entre dos rectas.</li> <li>• Infiere las condiciones de perpendicularidad y paralelismo entre rectas y resuelve problemas relacionados con tales conceptos</li> <li>• Resuelve problemas sobre ecuaciones de alturas, mediatrices, medianas y concurrencia de éstas.</li> <li>• Utiliza los conocimientos adquiridos en esta unidad en la resolución de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución de problemas de corte euclidiano y en contexto.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionar actividades donde a partir de casos particulares se concluya la condición de paralelismo y perpendicularidad.</li> <li>• Verificar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es <math>180^\circ</math>.</li> </ul> <p><b>Respecto a la resolución de problemas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantear problemas de la vida cotidiana que se modelen con la ecuación de la recta.</li> <li>• Plantear problemas que permitan la interpretación de los parámetros de la recta en diversos contextos.</li> <li>• Resolver problemas que se modelen con una ecuación lineal, que permitan hacer predicciones.</li> <li>• Resolver problemas que involucren todos los conceptos vistos en la unidad.</li> </ul>
--	--	--

## UNIDAD 4. LA PARÁBOLA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA

**PROPÓSITO:** Iniciar el estudio de las cónicas por medio del método analítico. Revisar los elementos que definen a la parábola y utilizar sus procedimientos en la resolución de problemas. Tiempo 15 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>El alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza una construcción de la parábola, y en función de ella:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica los elementos que la definen.</li> <li>- Reconoce la simetría de esta curva.</li> <li>- Enuncia la definición de parábola como lugar geométrico.</li> <li>-</li> </ul> </li> <li>• Deduce la ecuación de la parábola con vértice en el origen y fuera de él.</li> <li>• Determina el vértice, foco, directriz, el eje de simetría y el lado recto de la parábola.</li> <li>• Entiende que un punto pertenece a una parábola si y sólo si, sus coordenadas satisfacen la ecuación correspondiente.</li> <li>• Obtiene la gráfica de una parábola dada la ecuación y viceversa.</li> </ul>	<p style="text-align: center;"><b>Estudio de la Parábola</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La parábola como lugar geométrico.</li> <li>• Elementos que la determinan: foco, vértice, directriz, eje de simetría y lado recto.</li> <li>• Ecuación de la parábola con eje de simetría paralelo a un eje de coordenadas:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ordinaria con vértice en el origen.</li> <li>- Ordinaria con vértice fuera del origen.</li> <li>- General.</li> </ul> </li> <li>• Resolución de problemas en diversos contextos.</li> <li>• Sistemas de ecuaciones formados por:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Una ecuación lineal y una parábola.</li> </ul> </li> </ul>	<p><b>Para el desarrollo de la unidad se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajar con material concreto para identificar las secciones cónicas.</li> <li>• Identificar casos en donde aparecen o se forman parábolas y sus propiedades:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chorros de abrevadero.</li> <li>- Lanzamiento de objetos.</li> <li>- Faros de luz de automóviles (paraboloides) .</li> <li>- Antenas.</li> </ul> </li> <li>• Invitar a los alumnos a museos (el de la Luz, Universum, entre otros), donde se muestren aplicaciones de la parábola.</li> <li>• Usar construcciones con regla y compás y/o doblado de papel, para que los estudiantes reconozcan los</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"><li>• Transita entre las formas general y ordinaria de una parábola, tanto horizontal como vertical.</li><li>• Interpreta el papel de los parámetros de la ecuación de la parábola y los relaciona con la gráfica.</li><li>• Resuelve problemas que involucren la intersección de una recta con una parábola y entre parábolas.</li><li>• Resuelve problemas de aplicación.</li></ul>	<p>- Dos parábolas.</p>	<p>elementos de la parábola.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Proponer problemas que involucren arcos, puentes o socavones parabólicos para que el alumno determine si cabe un objeto con dimensiones dadas.</li></ul> <p><b>Utilizar algún software de Geometría Dinámica para:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Realizar construcciones y explorar relaciones entre los elementos de la parábola.</li><li>• Visualizar que la abertura de la parábola está en función de la distancia que hay del foco al vértice.</li><li>• Verificar la solución de un sistema formado por una parábola y una recta o dos parábolas.</li><li>• Encontrar un sistema de ecuaciones no lineales, donde la solución sean dos puntos dados.</li></ul>
---	-------------------------	---

## UNIDAD 5. CIRCUNFERENCIA, ELIPSE Y SUS ECUACIONES CARTESIANAS

**PROPÓSITOS:** Reafirmar el método analítico al obtener las ecuaciones de la circunferencia y la elipse, así como resolver problemas en situaciones donde estén presentes. Avanzar en el reconocimiento de formas y estructuras para mostrar el poder del método. 20 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>Con relación a los conocimientos y destrezas del tema, el alumno:</b></p> <p><b>Respecto a la circunferencia</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Deduce la ecuación ordinaria de la circunferencia e identifica sus elementos (radio y coordenadas del centro).</li> <li>• Obtiene la ecuación general de la circunferencia.</li> <li>• Entiende que un punto pertenece a una circunferencia si y sólo si, sus coordenadas satisfacen la ecuación correspondiente.</li> <li>• Determina el centro y el radio de una circunferencia a partir de una ecuación dada en forma general u ordinaria.</li> <li>• Encuentra la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en un</li> </ul>	<p><b>Estudio de la circunferencia</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La circunferencia como lugar geométrico.</li> <li>• Elementos que definen a la circunferencia.</li> <li>• Ecuación ordinaria con centro en el origen y fuera de él.</li> <li>• Ecuación General.</li> <li>• Resolución de problemas geométricos y en contexto.</li> </ul> <p><b>Estudio de la elipse</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La elipse como lugar geométrico.</li> <li>• Elementos de la elipse: vértices, focos, ejes mayor y menor, distancia focal y excentricidad.</li> </ul>	<p><b>Para el logro de los aprendizajes se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Introducir el concepto de circunferencia con ejemplos en diferentes contextos.</li> <li>• Solicitar investigaciones sobre situaciones históricas en las que aparece la circunferencia o la elipse (los griegos y las cónicas, Ptolomeo y su modelo, Kepler, Copérnico y su modelo, Newton y el movimiento de los planetas y cuerpos celestes).</li> <li>• Introducir el concepto de intervalos donde se identifiquen los valores posibles de <math>x</math> y de <math>y</math> que satisfagan la ecuación de la circunferencia o de la elipse.</li> <li>• Trazar la elipse por el método del jardinero o algún otro para conocer sus elementos y</li> </ul>

<p>punto dado de ésta.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve problemas, como por ejemplo: Encontrar la ecuación de la tangente a la circunferencia, la ecuación de la circunferencia que pasa por tres puntos, la intersección entre recta y circunferencia y en otros contextos.</li> </ul> <p><b>Respecto a la elipse</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye una elipse e identifica sus elementos.</li> <li>• Reconoce los tipos diferentes de simetría de la elipse.</li> <li>• Interpreta el significado de la elipse como lugar geométrico.</li> <li>• Deduce la ecuación de la elipse con centro en el origen.</li> <li>• Obtiene la ecuación de la elipse con centro fuera del origen.</li> <li>• Identifica el papel de los parámetros <math>a, b</math> y <math>c</math> en la gráfica de la elipse y los emplea en su construcción.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuación ordinaria de la elipse con ejes paralelos a los ejes coordenados con centro en el origen y fuera de él.</li> <li>• Ecuación general.</li> <li>• Resolución de problemas geométricos y en contexto.</li> </ul>	<p>propiedades.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantear situaciones donde se aplique la propiedad física de reflexión en la elipse, para resolver problemas médicos, de acústica u otros.</li> </ul> <p><b>Utilizar Geometría Dinámica para:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizar los parámetros de la circunferencia y la elipse para establecer la relación con su gráfica.</li> <li>• Realizar construcciones en donde puede verse a la circunferencia como caso límite de la elipse.</li> <li>• Trazar tangentes a la elipse y a la circunferencia, para establecer sus relaciones.</li> <li>• Resolver en forma grafica sistemas de ecuaciones no lineales.</li> </ul>
---	---	--

<ul style="list-style-type: none"><li>• Analiza la excentricidad de una elipse para determinar su forma.</li><li>• Utiliza la ecuación general u ordinaria para decidir si puntos del plano pertenecen o no a dicha ecuación.</li><li>• Determina los elementos de la elipse a partir de su ecuación general u ordinaria.</li><li>• Transita de la forma ordinaria a la general y viceversa (utiliza el método de completar trinomio cuadrado perfecto).</li><li>• Resuelve problemas de intersección entre cónicas.</li><li>• Resuelve problemas geométricos y en otros contextos.</li></ul>		
---	--	--

## PROGRAMA DE MATEMÁTICAS IV

### UBICACIÓN DEL CURSO

La orientación del programa apunta a la consolidación e integración de conceptos y procedimientos de los ejes temáticos abordados en los cursos anteriores, tanto en el manejo de expresiones algebraicas y del plano cartesiano, como en el estudio de relaciones numéricas entre objetos matemáticos. El curso busca profundizar y ampliar el concepto de función; identificar sus elementos; incorporar la notación funcional; analizar cualitativamente las relaciones entre los parámetros de la representación algebraica, numérica, gráfica y la forma de variación de la función en cuestión; también, explorar simetrías y transformaciones en el plano e introducir la noción de función inversa, fomentando así, *la reversibilidad del pensar*, esto es, la inversión de una secuencia de operaciones o de un proceso del pensamiento.

Este semestre constituye un momento de síntesis y culminación, tanto en lo temático como en lo metodológico de las matemáticas del *tronco común* del Colegio; a la vez, prepara el inicio de otra etapa, en donde el concepto de función jugará un papel importante en el estudio del cálculo, la estadística y otras disciplinas.

El objeto función permite avanzar en los ejes metodológicos del área de matemáticas y en el desarrollo de habilidades, trabajar con conceptos de mayor abstracción, establecer generalizaciones, obtener modelos algebraicos, analizar comportamientos, así como: determinar parámetros, interpretar gráficas, resultados y construir sentido dentro del contexto de situaciones de modelización y resolución de problemas.

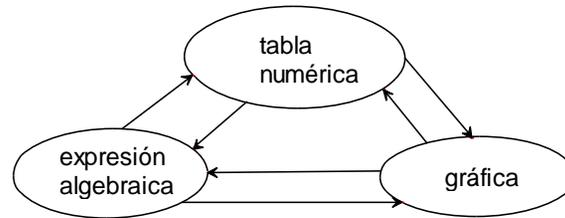
Las funciones que se trabajan corresponden a formas esenciales de variación, lo que permite mostrar una amplia gama de aplicaciones de esta herramienta fundamental de la matemática.

En cuanto objetos matemáticos, las funciones se expresan y aprenden a través de los registros de representación: algebraico, numérico (tabla) y gráfico. Manipular las representaciones de una función es la llave de entrada a su conocimiento.

## PROPÓSITOS DEL CURSO

A través de diversas actividades, encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión conceptual y de procedimientos, al finalizar el curso el alumno:

- Incrementa su capacidad de resolución de problemas al conocer y manejar nuevas herramientas para modelar y analizar situaciones y fenómenos que se pueden representar con las funciones estudiadas en el curso.
- Enriquece y utiliza de manera integrada diversos conceptos y procedimientos de aritmética, álgebra y trigonometría, así como geometría euclidiana y analítica en el estudio y modelización de fenómenos y situaciones diversas, en que intervienen las funciones abordadas en el curso.
- Modela diversas situaciones que involucran variación y a través del análisis del comportamiento de la función respectiva, obtiene información y conclusiones sobre la situación modelada.
- Apoyado con software realiza exploraciones numéricas y gráficas, sistemáticas, captando las relaciones entre los parámetros de la expresión analítica (algebraica) de funciones de distinto tipo y las gráficas correspondientes. Identifica la forma básica de la gráfica asociada con la expresión analítica y viceversa; esto es, dada una expresión algebraica infiere el comportamiento gráfico y dada la gráfica, deduce información relevante de ella. En base a lo anterior, consolida su manejo del plano cartesiano.
- Analiza, de las funciones estudiadas en el curso, la variación (el cambio) en forma puntual, global y en intervalos. Entiende la noción de tasa de variación y la aplica en diferentes situaciones modeladas por diversas funciones.
- Comprende y maneja el concepto función como una relación entre las variables independiente y dependiente, que asocia a cada elemento de la primera variable, un único elemento de la segunda variable.
- Para funciones elementales, realiza la transición, en los dos sentidos, entre los registros de representación típicos de las funciones, como muestra el diagrama de abajo.



Este curso, cuya temática son las funciones, puede resumirse en las siguientes *cinco grandes ideas*:  
**El concepto de función** (definición y propiedades)

- **Familias de funciones** (relaciones entre parámetros y rasgos gráficos)
- **Combinación y transformación de funciones** (operar algebraicamente con funciones)
- **Múltiples representaciones** (traducción entre registros de representación e identificación del mismo objeto en diferentes representaciones).

Con estas ideas, fundamentales del objeto función, se pueden identificar aprendizajes esenciales en el tema.

## CONTENIDOS TEMÁTICOS

### MATEMÁTICAS IV

UNIDAD	NOMBRE DE LA UNIDAD	HORAS
1	Funciones Polinomiales	25
2	Funciones Racionales y Funciones con Radicales	15
3	Funciones Exponenciales y Logarítmicas	20
4	Funciones Trigonométricas	20

### BIBLIOGRAFIA

L. Murphy Johnson, Arnold R. Steffensen. (2009). Álgebra y Trigonometría con Aplicaciones. México, Trillas

Earl W. Swokowski, Jeffery A. Cole. (2007). Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica. México D.F. Cengage Learning wadsworth.

Dennis G. Zill, Jacqueline M. Dewar. (2003). Álgebra y Trigonometría. Colombia. Mc Graw Hill.

Franklin D. Demana, Bert K. Waits, Gregory D. Foley, Daniel Kennedy. (2007). Precálculo gráfico, numérico, Algebraico. Naucalpan de Juarez. Pearson Addison wesley.

Louis Leithold. (1999). Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica. México. Oxford University Press.

## MATEMÁTICAS IV

### UNIDAD 1. FUNCIONES POLINOMIALES

**PROPÓSITOS:** Avanzar en el estudio de las funciones al introducir la notación funcional y la noción de dominio y rango. Relacionar la expresión algebraica de una función polinomial con su gráfica y analizar su comportamiento. En contexto, usar las gráficas y tablas para explicar los procesos involucrados. Tiempo 25 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>Con relación a los conocimientos y destrezas, el alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explora situaciones que se pueden modelar con una relación funcional.</li> <li>• Reconoce en un contexto el dominio y el rango de una función.</li> <li>• Reconoce las condiciones necesarias para determinar si una relación es función.</li> <li>• Usa la notación de intervalos para representar dominio y rango de una función.</li> <li>• Comprende el significado de la notación funcional y la utiliza para representar y evaluar funciones polinomiales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Situaciones que se modelan con una función polinomial.</li> <li>• Noción generalizada de función.               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Relación entre dos variables.</li> <li>- Regla de correspondencia.</li> <li>- Notación. <math>f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0.</math></li> <li>- Intervalos.</li> <li>- Dominio y rango.</li> </ul> </li> <li>• División sintética, teorema del residuo, teorema del factor y su recíproco.</li> <li>• Ceros de la función y raíces de la ecuación.</li> </ul>	<p><b>Para el desarrollo de la unidad se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Iniciar la unidad con ejemplos no necesariamente numéricos de relaciones entre dos conjuntos enfatizando dominio, rango y regla de correspondencia.</li> <li>• Presentar diferentes tipos de gráficas que permitan diferenciar funciones de las que no lo son.</li> <li>• Revisar las características de las funciones lineales y cuadráticas, para extenderlas a las funciones polinomiales de grado mayor a dos.</li> <li>• Comenzar con el estudio de las funciones polinomiales con raíces enteras y después las racionales, enfatizando las características de sus coeficientes.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establece la relación entre una función polinomial y su ecuación asociada <math>f(x) = c</math>, en particular con <math>c = 0</math>.</li> <li>• Aplica la división sintética, el teorema del residuo, el teorema del factor y su recíproco para determinar los ceros de <math>f(x)</math>.</li> <li>• Expresa un polinomio como producto de sus factores y bosqueja su gráfica.</li> <li>• Construye una función polinomial a partir de las raíces reales de su ecuación y bosqueja la gráfica asociada a ella.</li> <li>• Reconoce a las funciones como modelos de variación de fenómenos naturales, económicos y sociales.</li> <li>• Resuelve problemas de aplicación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Graficación de funciones</li> <li>• Problemas de aplicación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresar un polinomio como producto de sus factores y bosquejar su gráfica evaluando en un número diferente de las raíces de la función.</li> <li>• Trabajar problemas de áreas de figuras geométricas y volúmenes de cuerpos regulares para la obtención de una expresión funcional y, a partir de esta buscar las soluciones e interpretarlas en el contexto del problema.</li> </ul> <p><b>Con el uso de las tecnologías digitales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Graficar funciones para verificar bosquejos a lápiz y papel..</li> <li>• Obtener los máximos y mínimos en resolución de problemas.</li> <li>• Analizar los parámetros de <math>f(x) = ax^n + b</math> lo que permite entender la graficación de las funciones polinomiales.</li> <li>• Encontrar o aproximar el valor de las raíces no enteras.</li> </ul>
---	--	--

## UNIDAD 2. FUNCIONES RACIONALES Y FUNCIONES CON RADICALES

**PROPÓSITOS:** Continuar con el estudio de las funciones al introducir las funciones racionales y funciones con radicales y usarlas para modelar algunas situaciones. Analizar su gráfica, dominio, rango, asíntotas y discontinuidades.

Tiempo 15 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>Con relación a los conocimientos y destrezas , el alumno en el tema de:</b></p> <p><b>Funciones Racionales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explora situaciones que se modelan con funciones racionales.</li> <li>• Analiza las restricciones de una situación para establecer el dominio y construir su gráfica.</li> <li>• Identifica los elementos de una función racional: ceros, asíntotas y huecos para graficarla.</li> <li>• Establece el dominio y rango de la función.</li> <li>• Resuelve problemas de aplicación.</li> </ul>	<p><b>Funciones Racionales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones de la forma:           <math display="block">f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}, q(x) \neq 0</math>           , con <math>p(x)</math> y <math>q(x)</math>, polinomios de coeficientes reales, de grado menor o igual a dos.         </li> <li>• Elementos de las funciones:           <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dominio</li> <li>- Rango</li> <li>- Asíntotas verticales y horizontales</li> <li>- Puntos de discontinuidad</li> <li>- Ceros de la función</li> </ul> </li> <li>• Gráfica de funciones racionales.</li> <li>• Problemas de aplicación.</li> </ul>	<p><b>Para el desarrollo de la unidad se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajar con problemas que involucren la expresión <math>v = \frac{d}{t}</math> , con distancia constante.</li> <li>• Utilizar las fórmulas de fuerza electrostática entre dos cargas y fuerza de gravitación entre dos masas para ilustrar la variación inversa y otras aplicaciones.</li> <li>• Proponer problemas de optimización como: la construcción de una lata cilíndrica de un volumen dado, distancia mínima de dos móviles que se separan en direcciones perpendiculares, figuras geométricas inscritas o circunscritas en otra figura.</li> </ul>

<p><b>Funciones Radicales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explora problemas que se modelen con este tipo de función.</li> <li>• Explora la función mediante una tabla de valores y la grafica en el plano cartesiano.</li> <li>• Identifica los elementos de la función: dominio y rango. Traza su gráfica.</li> <li>• Resuelve problemas de aplicación.</li> </ul>	<p><b>Funciones con radicales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones de la forma: <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>f(x) = \sqrt{ax \pm b}</math></li> <li>- <math>f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}</math></li> </ul> </li> </ul> <p>con <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementos de las funciones: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dominio</li> <li>- Rango</li> <li>- Ceros de la función</li> </ul> </li> <li>• Gráfica de funciones con radicales.</li> <li>• Problemas de aplicación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Considerar la resolución de desigualdades para que el alumno identifique el dominio, sin caer en un estudio exhaustivo.</li> </ul> <p><b>Con el uso de lastecnologías digitales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verificar los bosquejos.</li> <li>• Graficar diferentes funciones y trazar las asíntotas verticales y horizontales.</li> <li>• Construir la expresión algebraica a partir de condiciones dadas.</li> <li>• Explorar la función alrededor de los puntos de discontinuidad.</li> <li>• Explorar los cambios en las gráficas a partir de las modificaciones en sus parámetros.</li> </ul>
--	--	--

### UNIDAD 3. FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

**PROPÓSITOS:** Iniciar el estudio de las funciones trascendentes presentando formas de variación de fenómenos de la naturaleza, que las funciones exponencial y logarítmica permiten modelar. Retomar los conceptos de dominio y rango, así como el análisis de las relaciones entre los parámetros de estas funciones y su gráfica. Tiempo 20 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>El alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explora situaciones o fenómenos que corresponden a crecimiento o decaimiento exponencial, las relaciones o condiciones existentes y analiza la forma de variación.</li> <li>• Identifica patrones de cambio involucrados en el crecimiento o decrecimiento de una función exponencial.</li> <li>• Bosqueja la gráfica de funciones exponenciales.</li> <li>• Identifica dominio y rango de una función exponencial.</li> <li>• Reconoce que en una función <math>f(x) = ab^x</math> con <math>b &gt; 1</math>, para valores de <math>x</math> igualmente espaciados, son constantes las razones de los valores correspondientes de <math>f(x)</math>.</li> </ul>	<p><b>Funciones exponenciales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Situaciones que involucran crecimiento o decaimiento exponencial.</li> <li>• Estudio analítico y gráfico del comportamiento de funciones exponenciales del tipo: <math>f(x) = ab^x</math> con <math>b &gt; 1</math> ó <math>0 &lt; b &lt; 1</math> y <math>a \neq 0</math>.</li> <li>• Relación entre los parámetros de <math>f(x) = ab^x</math> con su gráfica.</li> <li>• Importancia de la función <math>f(x) = ae^x</math> y sus aplicaciones.</li> <li>• Resolución de problemas</li> </ul> <p><b>Funciones logarítmicas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definición, gráfica y sus elementos (dominio y rango).</li> </ul>	<p><b>Para el desarrollo de la unidad se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentar diferentes contextos que involucren números <i>grandes</i> y <i>pequeños</i>.</li> <li>• Explorar situaciones que involucren crecimiento o decaimiento exponencial, como crecimiento de población, interés compuesto, decaimiento radiactivo, depreciación, etc.</li> <li>• Usar sucesiones geométricas para ilustrar el crecimiento o decaimiento exponencial e identificar el factor de cambio.</li> <li>• Resuelve problemas de reinversión que permiten aproximarse al número <i>e</i>.</li> <li>• Plantear el contexto histórico que llevó a introducir y utilizar logaritmos.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza la relación entre las graficas de funciones exponenciales con diferentes bases incluyendo el número <math>e</math>.</li> <li>• Resuelve ecuaciones exponenciales sencillas.</li> <li>• Resuelve problemas en diferentes contextos, que se modelen con funciones exponenciales.</li> <li>• Verifica mediante gráficas o tablas que la función logarítmica es la función inversa de la exponencial.</li> <li>• Elabora la gráfica de una función logarítmica e identifica su dominio y rango.</li> <li>• Expresa verbalmente las relaciones: <math display="block">b^y = x \leftrightarrow y = \log_b x</math></li> <li>• Representa una expresión logarítmica en forma exponencial y viceversa.</li> <li>• Opera con logaritmos de distintas bases y aplica las propiedades de éstos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La función logaritmo como inversa de la función exponencial.</li> <li>• Propiedades de los logaritmos.</li> <li>• Cambio de base.</li> <li>• Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.</li> <li>• Situaciones que involucran, variación de tipo logarítmico.</li> <li>• Resolución de problemas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proponer problemas que se resuelvan con logaritmos de diferente base.</li> </ul> <p><b>Con el uso de software</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar la hoja de cálculo para mostrar los procesos de recursividad al construir tablas de funciones exponenciales.</li> <li>• Graficar: <math>f(x) = b^x</math>, <math>y = x</math>, <math>f(x) = \log_b x</math> En esta construcción señalar que una gráfica es la imagen de la otra y viceversa, si <math>y = x</math> se considera un espejo.</li> <li>• Graficar familias de funciones exponenciales y logarítmicas variando los parámetros de las funciones.</li> </ul>
--	---	--

<ul style="list-style-type: none"><li>• Resuelve ecuaciones exponenciales por medio de logaritmos.</li><li>• Resuelve problemas de aplicación.</li></ul>		
--	--	--

## UNIDAD 4. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

**PROPÓSITOS:** Extender el concepto de razón trigonométrica a función trigonométrica a través de una gráfica y una tabla. Estudiar las funciones seno y coseno en su forma característica de variación y el análisis de sus parámetros. Modelar situaciones de comportamiento periódico para resolver problemas. El círculo unitario es un elemento fundamental para desarrollar la temática.

Tiempo: 20 horas

APRENDIZAJES	TEMÁTICA	ESTRATEGIAS
<p><b>El alumno:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Convierte medidas angulares de grados a radianes y viceversa.</li> <li>• Explora situaciones o fenómenos de variación periódica.</li> <li>• Expresa en forma verbal y escrita el significado de las razones trigonométricas.</li> <li>• Establece la relación del ángulo y las razones trigonométricas con el uso del círculo unitario.</li> <li>• Extiende el concepto de razón trigonométrica a función, mediante la elaboración de una tabla o gráfica.</li> <li>• Grafica las funciones  <math>f(x) = \text{sen } x</math> y <math>f(x) = \text{cos } x</math>            y determina el dominio, rango, período.</li> <li>• Aprende a usar el círculo unitario para encontrar los ceros de las funciones seno y coseno</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Situaciones que involucran variación periódica.</li> <li>• Medidas angulares en grados y radianes. Conversiones.</li> <li>• Razones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> <li>• Círculo unitario, análisis para seno, coseno y tangente. Ángulos positivos y negativos.</li> <li>• Funciones trigonométricas:            Grafica, dominio, rango, amplitud, periodo y frecuencia.</li> <li>• Gráfica de las funciones:  <math>f(x) = A \text{sen}(Bx + C)</math>  <math>f(x) = A \text{cos}(Bx + C)</math>            Análisis del comportamiento de la gráfica respecto de los parámetros <math>A, B</math> y <math>C</math>.</li> </ul> <p>Problemas de aplicación.</p>	<p><b>Para el desarrollo de la unidad se sugiere:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentar ejemplos de variación periódica como: fases lunares, horas de luz solar, mareas, movimiento circular, de un péndulo, de un resorte, ondas electromagnéticas, sonoras, etc.</li> <li>• Elaborar una tabla que relacione las medidas angulares entre grados a radianes.</li> <li>• Elaborar una tabla para obtener seno, coseno y tangente de los ángulos <math>0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi</math> empleando los triángulos rectángulos y el círculo unitario.</li> <li>• Establecer la relación entre frecuencia y periodo y presentarlos en contextos.</li> <li>• Usar el círculo unitario para encontrar los ceros de las funciones y con ello encontrar el valor angular</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza e identifica los parámetros que aparecen en las funciones:  <math>f(x) = A \operatorname{sen}(Bx + C)</math>  <math>f(x) = A \operatorname{cos}(Bx + C)</math>  como amplitud, frecuencia, desplazamiento y desfaseamiento.</li> <li>• Utiliza las funciones trigonométricas para representar fenómenos de variación periódica.</li> </ul>		<p>correspondiente.</p> <p><b>Con el uso de software</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verificar el trazo de las gráficas elaboradas con lápiz y papel.</li> <li>• Reafirme o descubra la relación de los parámetros <math>A, B</math> y <math>C</math> en las funciones:  <math>f(x) = A \operatorname{sen}(Bx + C)</math>  <math>f(x) = A \operatorname{cos}(Bx + C)</math></li> <li>• Encuentra los puntos de interés en la gráfica (ceros, máximos y mínimos).</li> <li>• Explorar las gráficas que resultan de operar diferentes funciones.</li> </ul>
---	--	--

## LIGAS DE INTERÉS EN LA RED

### 1).- Libros maravillosos. (s.f.) Recuperado el 27 de septiembre de 2013

[www.librosmaravillosos.com/](http://www.librosmaravillosos.com/)

Entere los libros que contiene:

- El diablo de los números
- El hombre que calculaba
- La seducción de las Matemáticas
- Matemáticas recreativas, entre otros

### 2).- Illuminations Instituto de Verano (2009) NCTM, E. U. Recuperado el 20 de septiembre de 2013

<http://illuminations.nctm.org/Activities.aspx?grade=all>

(Actividades interactivas de la NCTM)

### 3).- Proyecto Descartes INTEF (s.f.) España. Recuperado el 26 de septiembre de 2013

<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/index.html>

(El Proyecto Descartes abarca desde temas de la primaria hasta bachillerato)

### 4).- Proyecto Gauss INTEF (s.f.) España. Recuperado el 27 de septiembre de 2013

[http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales\\_didacticos/materiales\\_didacticos.htm](http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/materiales_didacticos.htm)

(El proyecto Gauss contiene materiales interactivos para temas de primaria hasta bachillerato)

### 5).- Universo matemático Antonio Pérez (guionista y presentador) (2005) España. Recuperado el 27 de septiembre de 2013

[http://www.planetamatematico.com/index.php?option=com\\_content&task=view&id=93&Itemid=103](http://www.planetamatematico.com/index.php?option=com_content&task=view&id=93&Itemid=103)

Serie galardonada que consta de 10 capítulos emitidos en el programa de Televisión Educativa de TVE-2 "La Aventura del Saber". Entre los capítulos están:

1. *Pitágoras: mucho más que un teorema*
2. *Historias de Pi*
3. *Números y cifras: un viaje en el tiempo*
4. *Fermat: el margen más famoso de la historia*

**6).- Wolframalpha. (s.f.) Recuperado el 22 de septiembre de 2013**

<http://www.wolframalpha.com/>

Wolfram | Alpha introduce una nueva forma de obtener el conocimiento y respuestas de muchas áreas del conocimiento incluidas las Matemáticas.

7).- "Gacetilla Matemática" Desde 1998 el objetivo de G.M. es difundir en la red el fabuloso mundo de las matemáticas anécdotas, problemas, libros, enlaces, los más grandes matemáticos etc.

<http://www.arrakis.es/~mcj/>

8) **El portal académico del CCH**, Recuperado el 20 de noviembre de 2013. Contiene guías para el profesor, material interactivo, así como textos de interés pedagógico.

<http://portalacademico.cch.unam.mx/>

9) KhanAcademy. Recuperado el 20 de noviembre de 2013. Contiene diferentes videos con explicaciones de temas de matemáticas.

<http://www.youtube.com/user/KhanAcademyEspanol>

**COMISIÓN ESPECIAL PARA LA ACTUALIZACIÓN DE LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO  
CORRESPONDIENTES A LA MATERIA: DE MATEMÁTICAS I-IV**

ARTEAGA CARMONA CARLOS ESTEBAN

BAUTISTA SANTIAGO VENUSTIANO

CAFAGGI FELIX PATRICIA

CHÁVEZ PÉREZ GUADALUPE XOCHITL

CLEOFÁS DE JESUS FLORENCIO

FLORES IBARRA DANIEL

GONZÁLEZ BARRERA ALFREDO

MEDINA FLORES BERTHA

SECRETARIO MARAÑÓN RODRÍGUEZ EDUARDO VÍCTOR

PRESIDENTE SANTILLÁN VÁZQUEZ MARCO ANTONIO