UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

SECRETARÍA ACADÉMICA

GUÍA DE ESTUDIO

PARA EL EXAMEN DE CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES DISCIPLINARIAS PARA LA CONTRATACIÓN TEMPORAL DE PROFESORES DE ASIGNATURA INTERINOS

DE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD I-II

Promoción XL

ENERO 2019

Índice

	Página
Presentación	3
Estadística y Probabilidad I	
Unidad I. Obtención, descripción e interpretación de información estadística.	5
Unidad 2. Obtención e interpretación de información estadística con datos bivariados.	7
Unidad 3. Azar: modelación y toma de decisiones.	10
Estadística y Probabilidad II	
Unidad 1. Modelos de probabilidad y sus aplicaciones.	15
Unidad 2. Estimadores e introducción a la inferencia estadística.	20
Unidad 3. Inferencia estadística.	23
Bibliografía	27

PRESENTACIÓN

La Estadística y la Probabilidad incluyen las herramientas indispensables para interpretar una gran variedad de información en diversos campos de la ciencia y en general, de la actividad humana. Una persona encuentra reportes de ventas o producción, financieros o económicos, médicos, meteorológicos, escolares o sociales que sólo se pueden entender y evaluar adecuadamente con una formación básica en estas disciplinas.

En el Plan de Estudios del CCH la materia de Estadística y Probabilidad se ofrece en los últimos dos semestres con carácter optativo, con el propósito de que los alumnos adquieran conocimientos de carácter introductorio y propedéutico acerca de los métodos estadísticos y probabilísticos, así como de sus aplicaciones en diversos campos de conocimiento. Con ello, se pretende reforzar el empleo de estrategias y el desarrollo de habilidades, así como la capacidad de los alumnos para resolver problemas y desarrollar diversas formas de razonamiento.

La materia en cuestión pretende proporcionar al estudiante una serie de conocimientos y habilidades que se enriquecen conforme se avanza en su estudio, brindándole conceptos y procedimientos básicos que le permitirán aplicarla, así como una conceptualización matemática que le servirá en el campo disciplinario en que se desenvuelva.

Por lo tanto, el profesor de Estadística y Probabilidad deberá tener capacidad para conducir a los alumnos al logro de dichos propósitos, lo que exige el conocimiento de los objetivos de los programas de los dos cursos, así como el dominio de la temática incluida en cada uno de ellos. En ese sentido, el examen de conocimientos y habilidades que realizarán los aspirantes a impartir esta disciplina en el CCH contemplará los siguientes aspectos:

I. Dominio de los conceptos y los métodos básicos.
II. Capacidad para resolver problemas de estadística y probabilidad, que se mostrará tanto en el desarrollo claro y ordenado del procedimiento, como en el logro de la solución buscada y en su adecuada interpretación.

Para orientar a los aspirantes en la preparación del examen, en esta guía se presentan:

a) Los temas que contemplará el examen, incluyendo los conceptos que resulten básicos para su comprensión,

b) Algunos problemas que ilustran la profundidad con que se espera que el aspirante a profesor sea capaz de trabajar con sus alumnos,

c) Una bibliografía básica que puede servir como apoyo en la preparación del examen

El examen estará integrado por problemas similares a los propuestos en esta guía de forma que no todos sean obligatorios (al menos un problema opcional por asignatura) y, para acreditarlo, se deberá responder correctamente por lo menos los necesarios para obtener la calificación mínima requerida de 8. El aspirante dispondrá de 3 horas para contestar el examen.

El examen se calificará tomando en cuenta los procedimientos necesarios para resolver cada uno de los problemas, justificando los pasos a seguir para que cada uno de los ejercicios sea calificado por etapas y no solo el resultado al que se debe llegar. Es indispensable traer una **calculadora** y la **tabla de la distribución normal estándar** que esté acostumbrado a utilizar.

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD I

UNIDAD 1. OBTENCIÓN, DESCRIPCIÓN E INTERPRETACIÓN DE INFORMACIÓN ESTADÍSTICA.

Conocimientos básicos

a) Azar y probabilidad
b) Variables y su clasificación
c) Tabla de distribución de frecuencias
d) Intervalos y frecuencias: absoluta, relativa y acumulada
e) Representaciones gráficas. Tipos de gráficas.
f) Medidas de tendencia central y sus propiedades
g) Medidas de dispersión y sus propiedades
h) Medidas de posición y sus propiedades
i) Regla empírica
j) Aplicaciones

Procedimientos básicos

a) Construcción de tablas de distribución de frecuencias para representar el comportamiento de variables cualitativas y cuantitativas
b) Construcción de representaciones gráficas: gráficas de barras, circulares y de caja, histograma y polígono de frecuencias, ojivas.
c) Interpretación de gráficas para describir el comportamiento de un conjunto de datos
d) Cálculo de medidas de tendencia central y de dispersión en datos agrupados y no agrupados
e) Cálculo e interpretación de medidas de posición
f) Cálculo e interpretación del coeficiente de variación
g) Aplicación de la Regla Empírica

Problemas

1.1) Define los siguientes términos:

a) Población.
b) Muestra.
c) Variable.
d) Investigación estadística.
e) Muestreo.
f) Variabilidad.

1.2) Describe la clasificación de las variables estadísticas y detalla las características de cada tipo.

1.3) El ingreso mensual de una familia se distribuye de la siguiente manera:

Alimentación	$ 3,500	Renta	$ 3,200
Servicio	$ 1,900	Educación	$ 1,500
Recreación	$ 900	Ropa	$ 1,400
Transporte	$ 1,750	Varios	$ 900

Calcula: la media, la mediana y la moda, e interpreta y justifica cuál de esas medidas describe mejor el comportamiento del gasto.

1.4) A partir de los siguientes datos, que corresponden a la antigüedad en años, de algunos profesores de la facultad de ciencias:

a) Calcula las medidas de tendencia central y de variabilidad.
b) Escribe un pequeño reporte de entre cuatro y seis renglones del comportamiento de la variable.
c) Construye la gráfica que consideres adecuada para representar la información, etiquetando e interpretando adecuadamente.

42.7	31.6	17.8	12.2	12.7	15.6	54.8	38.8	43.2	25.1
29.0	21.2	21.9	13.0	27.8	44.9	43.3	42.9	15.3	26.3
45.1	11.8	46.2	15.8	24.1	44.8	41.8	14.2	34.1	44.9
19.5	48.1	14.5	11.0	34.9	49.8	31.5	14.5	45.3	48.3
14.1	28.0	13.5	43.6	43.6	28.0	24.9	45.5	18.9	45.5
11.2	43.4	12.4	10.6	20.4	51.9	30.4	33.4	22.5	36.4

1.5) Respecto a la varianza y desviación estándar de una muestra, ¿qué es lo que miden estos estadísticos?

1.6) Los siguientes datos representan las edades en años de actores y actrices ganadores recientes a un premio.

Actores:

32	37	36	32	51	53	33	61	35	45	55
47	39	76	37	42	40	32	60	38	56	48
40	43	62	43	42	44	41	56	39	46	48

Actrices:

50	44	35	80	26	28	41	21	61	38	49
33	74	30	33	41	31	35	41	42	37	26
34	35	26	61	60	34	24	30	37	31	34

Haciendo uso del coeficiente de variación y el diagrama de caja compara el comportamiento de estos dos conjuntos de datos. ¿Cuáles son tus conclusiones? Justifica tus respuestas, explicando cómo realizaste la comparación e interpreta los resultados obtenidos.

1.7) Se analizó el tamaño de las piezas de pan de centeno distribuidas en tiendas locales por cierta pastelería y al representar gráficamente la distribución del tamaño de estos panes se encontró un histograma simétrico en forma de campana, con longitud promedio del pan de 30 cm y una desviación estándar de 1.3 cm. Aproximadamente ¿qué porcentaje de las piezas de pan tendrán un tamaño de:

a) más de 31.3cm?
b) a lo más
de 27.4cm?
c) más de 22 y menos de 32.6cm?

UNIDAD 2: OBTENCIÓN E INTERPRETACIÓN DE INFORMACIÓN ESTADÍSTICA CON DATOS BIVARIADOS

Conceptos básicos

a) Tablas de contingencia
b) Correlación lineal simple
c) Regresión lineal
d) Método de mínimos cuadrados

Procedimientos básicos

a) Construcción de tablas de contingencia para representar la relación entre dos variables cualitativas
b) Interpretación de la información contenida en las tablas de contingencia
c) Construcción de diagramas de dispersión para representar la relación entre dos variables cuantitativas
d) Cálculo e interpretación de los valores estimados de la pendiente y la ordenada al origen de la recta de mínimos cuadrados
e) Graficación de la recta de regresión
f) Cálculo e interpretación del coeficiente de correlación lineal simple
g) Utilización de la ecuación de la recta de mejor ajuste para predecir valores de la variable de respuesta

Problemas

2.1) Los siguientes datos representan una muestra del consumo de agua por día y la mayor temperatura ambiente para ese día.

Uso de agua (millones de litros)	Temperatura (grados Celsius)
829	39
212	4
405	25
488	26
257	10
697	36
568	32
424	24

a) Traza el diagrama de dispersión y decide si puede pronosticarse el consumo de agua de una ciudad por medio de la temperatura. Fundamenta tu respuesta.
b) Explica en qué consiste el análisis de correlación.
c) Determina qué valor tiene el coeficiente de correlación y especifica qué información proporciona.
d) Explica cuál es el objetivo principal del análisis de regresión y encuentra el modelo matemático que mejor se ajusta.

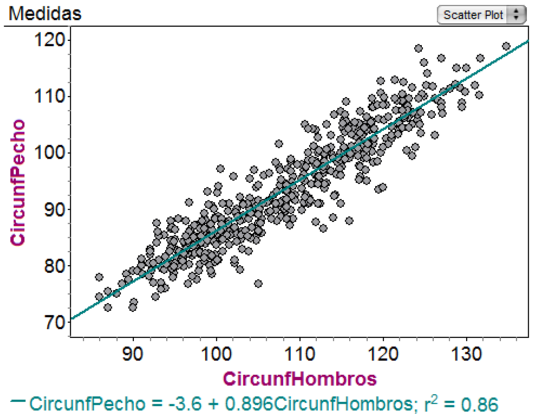
e) Interpreta cada uno de los estimadores del modelo de regresión.
f) Traza la gráfica de la función anterior sobre el diagrama de dispersión.
g) ¿Es confiable el modelo y el análisis obtenido? Justifica tu respuesta.

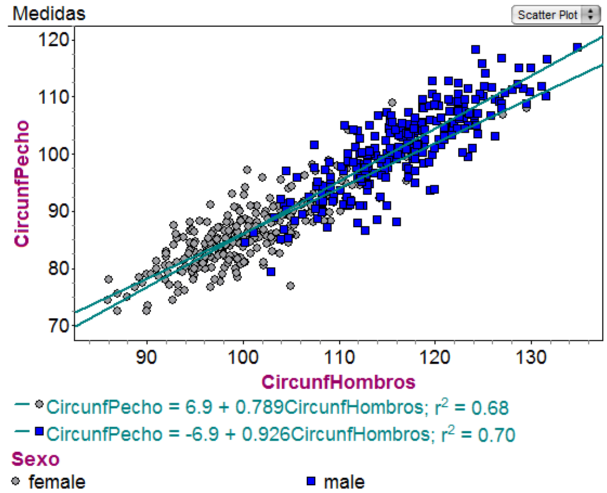
2.2) Los datos siguientes son los tiempos de secado de un barniz y la cantidad de aditivo químico adicionado:

Cantidad de aditivo (gramos)	1	2	3	4	5	6	7	8
Tiempo de secado (horas)	7.2	6.6	4.5	3.7	4.6	4.2	4.0	3.3

a) Construye el diagrama de dispersión.
b) Determina la ecuación de la recta de regresión.
c) Traza la recta del mejor ajuste en el diagrama de dispersión.
d) ¿Cómo se interpreta la función de mejor ajuste?
e) ¿Cuál es el tiempo de secado esperado si se utilizan 3.5 gramos de aditivo?
f) ¿Es confiable este resultado? Justifica tu respuesta.

2.3) En los siguientes diagramas de dispersión se muestra la relación entre la circunferencia de los hombros y la circunferencia del pecho, para 507 personas adultas. En la primera gráfica se muestra también la correlación para las 507 personas, mientras que en la segunda se muestra para mujeres y hombres por separado.





a) Escribe un reporte de entre cuatro y seis renglones al respecto de las dos variables tomadas conjuntamente.
b) ¿A qué puede deberse la diferencia entre el comportamiento de las dos variables juntas para cada género?

2.4) Usa una tabla de doble entrada para resolver el siguiente acertijo de Lewis Carroll:
El señor Charles Lutwidge Carroll coleccionaba marionetas y tenía veinte. Ocho eran de animales y doce de personas, seis eran grandes y ocho eran de pequeñas y de personas. ¿De qué tipo eran todas las marionetas del señor Carroll?

UNIDAD 3. AZAR: MODELACIÓN Y TOMA DE DECISIONES

Conceptos básicos

a) Fenómenos aleatorios y deterministas
b) Regularidad estadística
c) Enfoques de la probabilidad: subjetivo, frecuencial, clásico
d) Eventos y espacio muestra
e) Eventos mutuamente excluyentes
f) Regla de la suma
g) Eventos independientes
h) Probabilidad condicional
i) Regla del producto

Procedimientos básicos

a) Construcción y descripción del espacio muestra de diversos eventos
b) Representación de eventos a partir de enunciados
c) Cálculo de probabilidades utilizando el enfoque frecuencial
d) Cálculo de probabilidades utilizando el enfoque clásico
e) Identificación y representación de eventos compuestos
f) Identificación y representación de eventos condicionados e independientes
g) Cálculo de probabilidades de los eventos descritos

Problemas

3.1) En un hospital maternal se lleva un registro del género de los recién nacidos. ¿Cuál de los sucesos siguientes te parece que tiene más probabilidad de ocurrir?

a) Que entre los próximos 10 recién nacidos haya más de un 70% de niñas.
b) Que entre los próximos 100 recién nacidos haya más de un 70% de niñas.
c) Los dos casos son igualmente probables.

Justifica tu respuesta.

3.2) El administrador de una tienda de regalos desea conocer la relación del tipo de cliente con la forma de pago, para lo cual aplicó un cuestionario a sus clientes obteniendo los siguientes resultados:

Cliente	Pago		Total
	Tarjeta	Contado	
Frecuente	80	65	145
Eventual	30	25	55
Total	110	90	200

Si se selecciona al azar uno de esos clientes, determina la la probabilidad de que:

a) Sea eventual o pague con tarjeta.
b) Sea cliente frecuente y no pague de contado.
c) Pague con tarjeta, si es eventual.

3.3) A un grupo de 30 personas se les preguntó qué deporte practicaban y cuál era su pasatiempo favorito. Obteniéndose los siguientes resultados:

		Deporte Favorito		
		Básquet	Fútbol	Natación
Pasatiempo	Leer	4	3	3
	Música	3	10	1
	Videojuego	1	3	2

3.4) Si se elige al azar una persona de ese grupo, calcula la probabilidad de que:

a) No practique natación.
b) Le gusten los videojuegos y practique básquet.
c) Practique fútbol o tenga como pasatiempo escuchar música
d) Ni practique natación ni le guste leer.
e) Le guste la lectura, si practica la natación
f) No practique fútbol, si no le gusta la música.

3.5) Sean A y B dos eventos de un mismo espacio muestral, tales que $P(A) = 0.35$, $P(B) = 0.35$ y $P(A \cup B) = 0.45$

Calcula:

a) $P(A \cap B)$.
b) $P(A^c \cup B^c)$.
c) $P(A^c \cap B^c)$.
d) $P(A^c \mid B)$.
e) $P(A \cap B^c)$.
f) $P(A^c \cup B)$.

3.6) Cierta compañía tiene asignada la tarea de comparar la confiabilidad de dos estaciones de bombeo. Cada estación es susceptible a sufrir de dos tipos de fallas: falta de bombeo y fugas, cuando una de éstas o ambas se presentan, la estación debe quedar fuera de servicio. Los datos disponibles indican que prevalecen las siguientes probabilidades:

Estación	P(falla en bombeo)	P(fuga)	P(ambas)
1	0.09	0.12	0.06
2	0.07	0.10	0

¿Cuál estación tiene la mayor probabilidad de quedar fuera de servicio?

3.7) Si la probabilidad de tener un niño varón es de 0.5, ¿cuál es la probabilidad de que una familia, con tres hijos, pueda tener dos o tres mujeres?

3.8) Una caja contiene 100 microchips para televisión. La probabilidad de que haya al menos un microchip defectuoso es de 0.06. ¿Cuál es la probabilidad de que ningún microchip de la caja sea defectuoso?

3.9) Si se lanzan tres monedas y los eventos A, B y C son: A "por lo menos caen dos águilas", B "a lo más caen dos águilas, y C "todos son soles o todos son águilas", de las parejas de eventos (A, B), (A, C) y (B, C); ¿Cuáles son independientes y cuáles no son independientes? Justifica tu respuesta.

3.10) Un lote de 10 fusibles contiene 2 fusibles defectuosos. Si se extraen los fusibles uno tras otro ¿Cuál es la probabilidad de que el último fusible defectuoso sea obtenido en la tercera extracción? ¿Y cuál hasta la cuarta extracción?

3.13) Una planta refresquera tiene 20 trabajadores en el turno matutino, 15 en el turno vespertino y 10 en el turno nocturno. El supervisor de control de calidad selecciona a 6 de estos empleados para hacerles una entrevista. Si la selección de los empleados se realiza de manera aleatoria, cuál es probabilidad de que se seleccionen:

a) 6 trabajadores del turno vespertino.
b) 6 trabajadores del mismo turno
c) Al menos un empleado de cada uno de los turnos

3.14) Se supone que en cierta gasolinería 45% de los clientes compran gasolina Magna, 30% compran diésel, y los restantes gasolina Premium. De los clientes que consumen gasolina Magna, sólo el 32% llena sus tanque~~s~~, de los que compran diésel, 55% llenan sus tanques, en tanto que quienes llevan gasolina Premium, el 45% llena su tanque. ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente:

a) llene su tanque con gasolina Premium?

b) llene su tanque?

c) compre diésel si no llena su tanque?

3.15) Se sabe que sólo 1 de cada 1000 adultos se ve afectado por una rara enfermedad para la cual se ha elaborado una prueba de laboratorio. La prueba es tal que cuando un individuo tiene la enfermedad, ocurre un resultado positivo en el 98% de las veces, mientras que un individuo sin la enfermedad, el 3% presenta un resultado positivo. Si se aplica la prueba a una persona seleccionada aleatoriamente y el resultado es positivo,

a) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que esté sano?

3.16) En cierta distribuidora de llantas, los clientes que compraron un juego completo, adicionalmente solicitaron servicio de alineación o balanceo. Si consideramos los eventos y probabilidades siguientes:

A - Los neumáticos son fabricados en EEUU

B - El comprador solicitó balanceo

C - El comprador solicitó alineación

$P(A) = 0.75$, $P(B \mid A) = 0.90$, $P(B \mid A^c) = 0.80$, $P(C \mid A \cap B) = 0.80$

$P(C \mid A \cap B^c) = 0.6$, $P(C \mid A^c \cap B) = 0.70$ y $P(C \mid A^c \cap B^c) = 0.30$

Determina:

a) $P(A \cap B \cap C)$

b) $P(B \cap C)$

c) $P(A \mid B \cap C)$

3.17) En una clase el 60% de los alumnos se distraen durante una explicación. De los que se distraen, el 20% entiende el tema que se discute y de los que no se distraen el 80% entiende el tema. Si al final de la clase un alumno dice que ha entendido el tema, ¿cuál es la probabilidad de que se haya distraído en clase?

3.18) En una investigación al entrevistar a 300 personas a la salida de un supermercado de detectó que 120 habían comprado leche marca “L”, por otra parte 30 que habían comprado la leche también compraron un jabón marca “Z”. Si se selecciona al azar una de esas personas, ¿cuál es la probabilidad de que:

a) comprara el jabón, pero no la leche?
b) comprara la leche, pero no el jabón?
c) no comprara ni el jabón ni la leche?

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD II

UNIDAD 1. MODELOS DE PROBABILIDAD Y SUS APLICACIONES

Conceptos básicos

a) Variable aleatoria
b) Variable aleatoria discreta y variable aleatoria continua
c) Distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas
d) Parámetros: valor esperado y desviación estándar
e) Distribución Bernoulli
f) Distribución Binomial: experimento binomial, variable aleatoria binomial y parámetros
g) Distribución Normal: la distribución Normal como modelo continuo del comportamiento de una gran diversidad de fenómenos aleatorios; propiedades geométricas y analíticas; significado y ventajas de la estandarización.

Procedimientos básicos

a) Cuantificación los eventos utilizando una variable aleatoria
b) Construcción de la distribución de probabilidad y la distribución de probabilidad acumulada asociadas a una variable aleatoria
c) Representación gráfica de la distribución de probabilidad
d) Cálculo e interpretación del valor esperado y de la desviación estándar de una variable aleatoria
e) Cálculo de probabilidades en experimentos binomiales, del valor esperado y de la desviación estándar,
f) Cálculo de probabilidades utilizando la distribución normal estándar en problemas contextualizados, así como determinación del valor de la media o la desviación estándar dados los datos necesarios.

Problemas

1.1) Clasifica cada una de las siguientes variables aleatorias como discretas o continuas:

a) Las edades de los estudiantes que están en un colegio.
b) Estaturas en metros de los profesores del CCH.
c) Litros de gasolina vendidos cierto día en una gasolinera.
d) El promedio final de 100 alumnos que terminaron el bachillerato.

1.2) Si *X* es una variable aleatoria que toma los valores 0, 1, 2, 3 o 4 verifica si la siguiente expresión es una función de probabilidad para dicha variable: Justifica tu respuesta.

$$f(x) = \frac{5-x}{10}$$

1.3) La probabilidad de que un inspector de construcción observe 0, 1, 2, 3, 4 o 5 violaciones al reglamento de construcción en un edificio construido en la ciudad son, respectivamente 0.41, 0.22. 0.17, 0.13, 0.05 y 0.02. Determina la media del número de violaciones a dicho reglamento, así como su desviación estándar.

1.4) En la siguiente tabla se muestran los valores de la variable aleatoria *X* asociada al número de automóviles vendidos por día en una agencia, de acuerdo a registros anteriores

X	0	1	2	3	4	5	6	7
Núm. de días	44	87	128	234	297	155	30	25

a) Construye la distribución de probabilidad para la variable aleatoria *X*.
b) Calcula la media y la desviación estándar de *X.*
c) ¿Cuál es el número esperado de coches vendidos? Interpreta el resultado.

1.5) De una caja que contiene 4 monedas de \$ 5.00 y 2 de \$ 10.00, se seleccionan al azar tres de ellas sin reemplazo. Encuentra la distribución de probabilidad para la suma del valor de las tres monedas y represéntala en forma gráfica.¿cuál es la suma esperada?

1.6) Un vendedor de equipo pesado puede entrevistar a uno o dos clientes diariamente con una probabilidad de $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$, respectivamente. Cada entrevista tendrá como resultado una venta o una no venta de \$ 50,000, con probabilidades de 0.1 y 0.9, respectivamente.

a) Construye la distribución de probabilidades de la variable aleatoria X que está asociada al número de ventas diarias de dicho vendedor y calcula el número esperado de ventas al día.
b) Si Y es la variable aleatoria asociada al importe de las ventas diarias, calcula la media y la varianza de Y.

1.7) Una caja contiene 12 manzanas de las cuales 3 se encuentran en mal estado. Se seleccionan en forma aleatoria 4 manzanas para 4 alumnos. Si *X* es la variable aleatoria asociada al número de manzanas en mal estado seleccionadas, construye la distribución de probabilidad y la distribución de probabilidad acumulada de la variable aleatoria.

1.8) Al evaluar las calificaciones que puede obtener en el examen final de Cálculo un estudiante del Colegio, se observa que las probabilidades de obtener una calificación de 10, 9, 8, 7 ó 6 son de 0.01, 0.15, 0.25, 0.30 y 0.2, respectivamente, ¿cuál es la calificación esperada?, ¿qué valor tiene la desviación estándar?

1.9) Si un billete de lotería tiene probabilidad 0.00001 de ganar \$100,000.00, 0.0002 de ganar \$50,000.00 y 0.004 de ganar \$25,000.00, ¿cuál será el precio justo que se debería pagar por el billete?

1.10) Jaime y Manuel participan en el siguiente juego: Jaime arroja dos dados equilibrados y Manuel le paga *k* centavos, donde *k* es el producto de los dos números que muestran los dados. ¿Cuánto debe pagar Jaime a Manuel por cada juego para que éste sea justo?

1.11) De una caja que contiene 10 focos de los cuales 2 son defectuosos, se selecciona sin reemplazo un foco hasta que sale uno defectuoso. Determina el número esperado de selecciones hasta que sea elegido un foco defectuoso.

1.12) Se lanza una moneda legal hasta que aparezca un sol o cuatro águilas. Determina el valor esperado de lanzamientos de la moneda.

1.13) Sea $f(x) = C_x^5(0.2)^x(0.8)^{5-x}$, con $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

a) Prueba que $f(x)$ es una función de probabilidades.
b) Calcula la desviación estándar.

Distribución Binomial

1.14) Identifica si los siguientes experimentos aleatorios son binomiales o no, si es el caso identifica el número de repeticiones, y define el éxito y el fracaso.

a) Observar lo que pasa al intentar prender 10 cerillos
b) Observar los resultados de los 9 partidos de la jornada de fútbol.
c) Observar el estado de 15 artículos que acaban de ser producidos por una máquina.
d) Observar los resultados de las calificaciones finales de 40 alumnos de un curso de estadística.

1.15) Se sabe que el 35% de los estudiantes no tienen en su casa una computadora. Si escogemos aleatoriamente a seis estudiantes, determina la probabilidad de que:

a) Al menos uno tenga computadora en su casa.
b) A lo más cinco tengan computadora en su casa.
c) Menos de dos no tengan computadora en su casa.

1.16) La probabilidad de que un paciente sobreviva de una operación delicada del corazón es de 0.9, calcula la probabilidad de que

a) sobrevivan exactamente 5 de los próximos 7 pacientes a los que se les realice dicha operación.
b) al menos 3 no sobrevivan si se intervienen 10 pacientes.

1.17) Un sistema de protección contra misiles está construido con ***n*** unidades de radar que funcionan de forma independiente, cada uno con una probabilidad de 0.9 de detectar un misil:

a) Si funcionan 5 unidades de radar y pasa un misil, ¿cuál es la probabilidad de que cuatro unidades lo detecten?
b) ¿Cuál debe ser el valor de ***n*** para que la probabilidad de detectar un misil sea de 0.999?

Distribución Normal

1.18) Determina el valor o valores de la variable aleatoria Z que acoten:

a) el 65 % del área al centro de la curva de la distribución normal.
b) el 25 % en la cola izquierda de la curva de la distribución normal.
c) el 10 % en la cola derecha de la curva de la distribución normal.

d) el 10% distribuido en ambas colas de la curva.

1.19) Las monedas de 50 centavos tienen pesos distribuidos normalmente con una media de 5.67 gramos y una desviación estándar de 0.07 gramos.

a) Si una máquina expendedora se ajusta de modo que rechace las monedas de 50 centavos que pesen menos de 5.53 gramos o más de 5.81 gramos, ¿qué porcentaje de monedas será rechazado?
b) Determina cuánto pesan las monedas de 50 centavos aceptadas, si la máquina se reajusta de modo que rechace el 1.5% más ligero y el 1.5% más pesado.

1.20) En una fábrica se producen tubos con un diámetro medio de 2 pulgadas. Y una desviación estándar de 0.01 pulgadas. Los tubos con diámetros que varían por más de 0.03 pulgadas respecto a la media se consideran defectuosos. Suponga que el diámetro se comporta de forma normal. ¿Qué porcentaje de los tubos será defectuoso?

1.21) La producción diaria de una línea de ensamblaje se distribuye normalmente con una media de 165 unidades y una desviación estándar de 5. Determina la probabilidad de que el número de unidades producidas por día:

a) sea menor que 162 unidades,
b) sea mayor que 173 unidades,
c) esté entre 152 y 174 unidades,
d) esté entre 171 y 177 unidades.
e) Determina el número de unidades *x* tal que en el 75 % de los días el número de unidades producidas sea mayor a *x.*

1.22) Se sabe que los tiempos "en espera", cuando se llama a un banco determinado están normalmente distribuidos con una desviación estándar de 1.3 minutos. Determina el tiempo promedio en espera de quien llama, si el banco afirma que no más del 10 % de quienes llaman esperan más de 6 minutos.

1.23) El tiempo necesario para terminar un examen final en determinado curso se distribuye normalmente con una media de 80 minutos y una desviación estándar de 10 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno termine el examen en:

a) a lo más una hora?
b) por lo menos 60 minutos, pero en menos de 75?

c) Suponga que en el grupo hay 60 alumnos, y que el tiempo del examen es de 90 minutos. ¿Cuántos alumnos se espera que no puedan terminar el examen en el tiempo indicado?

1.24) En un estudio de un gran número de personas adultas sanas, se encontró que 30 % dormían menos de 7.2 horas diarias, mientras que 40 % dormían menos de 7.5 horas diarias. Si se supone una distribución normal, ¿cuáles son los valores de la media y la desviación estándar para el número de horas de sueño diarias de uno de un adulto?

1.25) El tiempo de servicio de cierta marca de llantas de automóviles sigue una distribución normal con una media y una desviación estándar de 32 mil y mil kilómetros, respectivamente. Determina el porcentaje de llantas vendidas que se requiere reemplazar, si esta marca de llantas se garantiza por 30 mil kilómetros.

1.26) Los pesos de cierta ave de la selva tropical se distribuyen normalmente, el peso del 15% de estas aves está por debajo de los 100 gramos y el 10% de los mismos pesos son de al menos 135 gramos. ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar al azar una de estas aves, su peso sea inferior a 125 gramos?, ¿Entre qué valores se encuentra el 95% de los pesos de estas aves?

UNIDAD 2. ESTIMADORES E INTRODUCCIÓN A LA INFERENCIA ESTADÍSTICA

Conceptos básicos

a) Conceptos de Población y Muestra
b) Parámetros y estadísticos.
c) Concepto de variabilidad muestral
d) Los estadísticos como variables aleatorias (en particular la media muestral y la proporción muestral)
e) Distribución muestral de la media.
f) Distribución muestral de proporciones.
g) Teorema del Límite Central

Procedimientos básicos

a) Identificación de los conceptos de población y muestra
b) Obtención muestras pequeñas de poblaciones finitas
c) Identificación de parámetros y estadísticos
d) Construcción de la distribución muestral para la media y la proporción.
e) Cálculo de los parámetros de estas distribuciones y comprensión de la relación con los parámetros de la población.
f) Conocimiento e interpretación del Teorema de Límite Central.
g) Cálculo de probabilidades en las distribuciones de medias y proporciones dentro del contexto de un problema.

Problemas

2.1) Los pesos de una población de 6 mujeres son: 52, 53, 56, 55, 54 y 57 kilogramos.

a) Calcula la media (μ) y la desviación estándar (σ).
b) Lista todas las muestras de tamaño n = 2 que se obtienen sin reemplazo.
c) Determina los valores de las medias de cada una de las muestras del inciso anterior y construye la distribución muestral.
d) Calcula la media y la desviación estándar de la distribución muestral de medias.
e) Describe la relación que existe entre los valores calculados en los incisos a y d.

2.2) Suponga que la proporción poblacional es de 0.45. Determine el error estándar de la proporción, para tamaños de muestra de 100, 200, 500 y 1000. ¿Qué puedes decir acerca del error estándar de la proporción al aumentar el tamaño de la población?

2.3) Considera una población de 8 personas, donde 5 votaron por el candidato A y 3 no lo hicieron

a) Calcula la proporción poblacional (p) de votos a favor del candidato A y la desviación estándar de la proporción.
a) Construye la distribución muestral de la proporción de votos a favor del candidato A, si seleccionas muestras de tamaño 4 sin reemplazo.
b) Determina la media y la desviación estándar de la distribución muestral de la proporción de votos a favor del candidato A
c) Verifica la relación entre los parámetros de la población y los de la distribución muestral.

2.4) La variable aleatoria X, que representa el número de cerezas en una empanada, tiene la siguiente distribución de probabilidad:

x	4	5	6	7
$P(x)$	0.2	0.4	0.3	0.1

a) Determina la media y la varianza de x.
b) Determina la media y la varianza de la media para muestras aleatorias de 36 empanadas de cereza.
c) Determina la probabilidad de que el número promedio de cerezas en 36 empanadas sea menor que 5.5.

2.5) En una panadería se hornean diariamente piezas de pan de aproximadamente 454 gramos. El peso medio es de 482 gramos. Si se supone que la desviación estándar es de 18 gramos y se selecciona al azar una muestra de 40 piezas.

a) Esta muestra de 40 piezas tiene un valor medio, que pertenece a una distribución muestral. Determina la forma de esta distribución muestral y del valor de sus parámetros.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que esta media muestral se encuentre entre 475 y 495 gramos?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral tenga un valor menor a 478 gramos?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral se encuentre 5 gramos alrededor de la media?

2.6) Si una muestra aleatoria de tamaño 36 se extrae de una población con una media de 278. Si 86 % de las veces la media muestral es menor a 280, ¿cuál es la desviación estándar de la población?

2.7) Si el promedio de pago en una caja de una tienda es de $265.15, con una desviación estándar de $ 82.45. ¿Qué valor debe rebasar el promedio muestral para que cuando se examine al azar una muestra aleatoria de 45 clientes, se tenga una probabilidad de 0.23 en este intervalo?

2.8) En una empresa se tiene la creencia de que el 30 % de los pedidos provienen de clientes nuevos. Si se utiliza una muestra de 100 pedidos para estimar la proporción de clientes nuevos.
a) ¿Cuál es la distribución muestral de esta proporción?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral esté entre 0.20 y 0.40?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral sea mayor que 0.34?

2.9) Un experimento consiste en lanzar una moneda legal 50 veces. Si $\hat{p}$ representa la proporción de soles obtenidos, determina:

a) $\mu_{\hat{p}}$ y $\sigma_{\hat{p}}$
b) $P(\hat{p} > 0.06)$
c) $P(\hat{p} < 0.04)$
d) $P(0.4 < \hat{p} < 0.6)$

2.10) Si la mayoría de las personas creen que el desayuno es el alimento más importante del día y 25% de los adultos no desayunan. Se supone que la proporción poblacional de los adultos que no desayunan es $p = 0.25$, y que $\hat{p}$ es la proporción muestral, calculada en una muestra de 200 adultos.

a) Muestra la distribución muestral de $\hat{p}$.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral quede a ±0.03 de la proporción poblacional?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral quede a ±0.05 de *p*?

2.11) Para medir el efecto de una campaña de publicidad de cierta marca de detergente se realizan dos encuestas. En la primera, los entrevistadores preguntan a las amas de casa si utilizan esa marca, En la segunda, se pregunta cuál es el detergente usado. ¿Crees que ambas encuestas llegaran a resultados similares? Fundamenta tu respuesta

UNIDAD 3. INFERENCIA ESTADÍSTICA

Conceptos básicos

a) Estimación puntual y por intervalos para la media y la proporción.
b) Nivel de confianza
c) Error de estimación
d) Tamaño de muestra
e) Prueba de hipótesis para la media y la proporción
f) Hipótesis estadísticas
g) Nivel de significancia

Procedimientos básicos

a) Determinación de estimaciones puntuales tanto de la media como de la proporción,
b) Construcción e interpretación de intervalos de confianza para la media y para la proporción de la población,
c) Cálculo del valor del tamaño de la muestra (***n***) para diferentes errores y niveles de confianza,

d) Elaboración de hipótesis estadísticas para la media y para la proporción de la población,
e) Conocimiento de los tipos de errores asociados con la prueba de hipótesis,
f) Reconocimiento de los elementos que componen una prueba de hipótesis,
g) Realización de pruebas de hipótesis para la media y la proporción de la población en diferentes problemas, así como la interpretación de los resultados.

Problemas

Estimación

3.1) Si se tienen dos estadísticos que sirven como estimadores del mismo parámetro, uno insesgado y el otro sesgado.

a) explica porque usualmente se preferirá un estimador insesgado a uno sesgado.
b) si un estadístico es insesgado, ¿esto asegura que sea un buen estimador? ¿Por qué? ¿Qué otras consideraciones es necesario tomar en cuenta?

3.2) Una muestra aleatoria de tamaño 64, tuvo una media de 29.1 y una desviación estándar de 3.9. Determina una cota para el error de estimación así como un intervalo de confianza de 95% para μ.

3.3) En una ciudad de 100,000 habitantes, el Departamento de Aguas toma una muestra aleatoria de 1,200 personas. Observando los medidores en las casas de estas personas, el Departamento obtiene una medida del consumo diario de agua con una media de 116 litros y una desviación estándar de 19.3 litros. Determina un intervalo de confianza al 90% del consumo diario total de agua de la ciudad e interprétalo.

3.4) Antes de adquirir un embarque grande de carne molida un fabricante de salchichas quiere con una confianza del 96 % de que su error no sea mayor que 2.5 gramos al estimar el contenido de grasa (por 100 gramos de carne). Si se supone que la desviación estándar del contenido de grasa (por 100 g) de carne es de 8 g, ¿qué tan grande debe ser la muestra en la que debe basar su estimación?

3.5) Se desea estimar la vida media de un nuevo producto. ¿Qué tan grande debe ser la muestra que se necesita tomar para estimar la media a no más de 0.1 de la desviación estándar con 90 % de confianza?

3.6) Una muestra aleatoria de tamaño 300 de una población binomial produjo una media de 110 éxitos. Determina un intervalo de confianza de 95% para p e interprétalo.

3.7) Si se quiere estimar la proporción de todos los conductores que exceden el límite de velocidad en una carretera ¿Qué tan grande debe ser la muestra que se necesita de modo que el error de estimación sea a lo sumo 0.04, con niveles de confianza de

a) 90 %?
b) 94 %?
c) 98 %?
d) de acuerdo a los resultados que concluyes.

3.8) Un productor de semillas desea saber con precisión del 1%, el porcentaje de germinación de las semillas de su principal competidor.

a) ¿Qué tamaño de muestra debe de tomar para obtener un nivel de confianza de 95%, si no sabe nada acerca de la proporción real?
a) ¿hay buenas razones para creer que la proporción de semillas que germinan es de 0.30?

3.9) En cierto día, se negociaron 2500 paquetes distintos de acciones, una muestra aleatoria de 100 paquetes de acciones dejó ver que 70 % bajaron de precio.

a) Estima el error estándar de la proporción de acciones que bajaron de precio.
b) Construye un intervalo de confianza del 99% para aproximar la proporción de acciones que fueron a la baja.

3.10) Cierta compañía que fabrica equipo de golf, quiere estimar la proporción de golfistas que son zurdos. (La compañía puede utilizar esta información para planear el número de juegos de palos de golf que producirá para diestros y para zurdos) ¿Cuántos golfistas habrá que encuestar si desea tener una confianza del 98 % en que la proporción de muestra tendrá un margen de error de 0.025?

a) si se supone que no se cuenta con información que podría servir como estimado de $\hat{p}$.
b) si se supone que se tiene un estimado de $\hat{p}$ obtenido en un estudio previo que sugiere que el 15% de los golfistas son zurdos.

3.11) Una muestra aleatoria de 60 latas de mitades de peras tiene un peso medio de 456 gramos y una desviación estándar de 8.5 g. Si se usan 456 g como una estimación del peso medio de todas las latas de mitades de peras del lote del cual provino la muestra, ¿con qué confianza podemos afirmar que el error de estimación es a lo sumo 2.84 g?

3.12) En una muestra aleatoria de 400 personas entrevistadas en una ciudad grande, 288 dijeron que se oponían a la construcción de más vías rápidas.

a) Construye un intervalo de confianza del 94% para la proporción correspondiente de la población en la que se efectúa el muestreo.
b) ¿Qué podemos decir con una confianza del 94 % acerca del error máximo, si usamos la proporción de la muestra como una estimación de la proporción de la población?

Prueba de Hipótesis

3.13) Plantea las hipótesis nula H_0 y alternativa H_a que se requieren para las siguientes afirmaciones.

a) La edad promedio de los estudiantes inscritos en las clases nocturnas en cierta universidad es mayor de 26 años,
b) El peso promedio de los paquetes embarcados en *DELL* durante marzo fue menor de 20 kilogramos,
c) La vida media de las lámparas fluorescentes es por lo menos de 1600 horas,
d) El peso promedio de los jugadores de fútbol en el Colegio es de 60 kilogramos,
e) Al menos 50 % de los padres llevan a sus hijos de vacaciones.
f) A lo sumo, 80 % de las personas votará.
g) 7 % es el porcentaje de alumnos que trabajan.

3.14) La mayoría de las personas no toma la cantidad de agua recomendada de agua al día (8 porciones de 232 *ml*), se considera que el agua que tomamos en promedio es de 4.6 pociones de 232 *ml*. se seleccionó al azar una muestra de 42 estudiantes y se observó su consumo de agua durante un periodo de 24 horas, la cantidad media consumida fue de 1140 *ml* y desviación estándar de 325 *ml*. con un nivel de significancia, $\alpha = 0.05$, ¿hay suficiente evidencia de que los estudiantes consumen en promedio más agua al día que la cantidad que consumen otras personas?

3.15) Una muestra aleatoria de 64 bolsas de palomitas de maíz con queso, pesan en promedio 148 gramos con una desviación estándar de 6.8 *g*. Pruebe la hipótesis de que $\mu = 156$ *g* contra la hipótesis alternativa, $\mu < 156$ *g*, con nivel de significancia de 0.04.

3.16) El departamento de seguridad de una fábrica requiere saber si el promedio de tiempo real requerido por el guardián nocturno para hacer su ronda es 25 minutos o no. Si en una muestra aleatoria de 32 rondas el guardián nocturno promedió 25.8 minutos con una desviación estándar de 1.5 minutos, determina en el nivel 0.01 de significancia si ésta es evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula μ = 25 minutos.

3.17) Se sabe que aproximadamente 1 de cada 10 fumadores prefieren cigarrillos de la marca A. Después de una campaña de promoción en una región de ventas dada, se entrevistó a una muestra de 200 fumadores para determinar la efectividad de la campaña. En la encuesta, un total de 26 personas expresaron su preferencia por la marca A. ¿Presentan estos datos suficiente evidencia que indique un aumento en la preferencia de la marca A en la región? Utiliza un nivel de significación del 5%.

3.18) Un fabricante afirma que por lo menos 20% del público prefiere su producto. Se toma una muestra de 100 personas para verificar su afirmación. Con $\boldsymbol{\alpha}$ = 0.05, ¿qué tan pequeño debe ser el porcentaje muestral para poder refutar la afirmación del fabricante?

3.19) El fabricante de un limpiador de manchas afirma que su producto remueve 90% de todas las manchas. Si en una muestra aleatoria, el limpiador de manchas remueve 11 de 16 manchas, pruebe la hipótesis nula $p = 0.90$ contra la hipótesis alternativa $p < 0.90$ en el nivel de 0.05 de significancia.

3.20) En una universidad se estima que a lo más 25 % de los estudiantes se trasladan en bicicleta a la escuela. ¿Ésta parece ser una estimación válida si, en una muestra aleatoria de 90 estudiantes universitarios, se encuentra que 28 van en bicicleta a la escuela? Utilice un nivel de significancia de 0.05.

3.21) En una población se llevan a cabo 100 extracciones aleatorias con reemplazo. La media de las extracciones es de 102.7 y su desviación estándar es de 10. Alguien afirma que la media de la población es igual a 100. ¿Es esto posible? ¿Y si la media de las extracciones fuera de 101.1? Justifica tus respuestas.

BIBLIOGRAFÍA

BÁSICA

1. Freund, J. (1994). *Estadística Elemental*, Octava edición, Prentice Hall, México.

2. Batanero, Carmen; Rodino, Juan D.(2001) *Análisis de datos y su didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación en Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
3. Castillo Padilla Juana, Gómez Arias Jorge. (1998). Estadística Inferencial Básica. México. Grupo Editorial Iberoamérica.
4. Chao, Lincoln L (1985). *Introducción a la Estadística.* CECSA, México.
5. Daniel, Wayne D. (1984). *Bioestadística:* 5ª reimpresión, Limusa, México.
6. Flores García, Rosalinda, Lozano de los Santos, Héctor, (1998) Estadística *Aplicada para Administración.* Grupo Editorial Iberoamérica, México.
7. Johnson, Robert. (1990). *Estadística Elemental,* Iberoamérica, México.
8. Mendenhal/Reinmuth. (1978). *Estadística para Administración y Economía,* Wadsworth International/ Iberoamérica, Massachusetts USA.
9. Stevenson, William J. (1985) *Estadística para Administración y Economía,* Trillas, México.
10. Triola, Mario F. (2000), *Estadística elemental*. Pearson Educación. México.
11. Wonnacott, Thomas y Ronald. (1998) *Introducción a la Estadística*, Noriega Limusa.

COMPLEMENTARIA

1. Battacharya, Gouri K y Johnson Richard A. (1977) *Statistical Concepts and Methods*, John Wiley & Sons N.Y., Santa Bárbara-London-Sydney-Toronto.
2. Canavos, George C. (1987). *Probabilidad y Estadística: Aplicaciones y Métodos,* McGraw-Hill, México.
3. Cañedo Dorantes, Luis, García Romero, Horacio y Méndez Ramírez, Ignacio. (1980) *Principios de Investigación Médica,* Vida y Movimiento, México.
4. Chou, Ya-Lun. (1975). *Análisis Estadístico, Segunda Edición,* Interamericana, México.
5. Díaz Godino, Juan, Batanero Bernabeu, María del C. y Cañizares Castellanos, María de Jesús. (1987) *Azar y Probabilidad: Fundamentos Didácticos y Propuestas Curriculares,* Madrid, Síntesis.
6. Dixon y Massey, (1965). *Introducción al Análisis Estadístico,* Mc-Graw-Hill, México.
7. Hacking, Ian. (19991). *La Domesticación del Azar.* Gedisa, Barcelona.
8. Lohr, Sharon L. (2000) *Muestreo; Diseño y Análisis*. Thomson Editores, México.
9. Mendenhall, William, Sheaffer, Richard l. y wackerly Dennis o. (1986). *Estadística Matemática con Aplicaciones.* Iberoamérica. México.
10. Said Infante, Gil y Zárate de Lara, Guillermo P. (1984). *Métodos Estadísticos: Un enfoque Interdisciplinario,* Trillas. México.
11. Sheaffer, Mendenhall y ott. (1986). *Elementos de Muestreo.* (1986) Iberoamérica. México.
12. Vilenkin, N. (1972) *¿De Cuántas Formas?: Combinatoria,* Mir Moscú, URSS, 1972.
13.. Yamane, Taro. *Estadística.* Tercera edición, Harla, México.