UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

SECRETARÍA ACADÉMICA

GUÍA DE ESTUDIO ACTUALIZADA

PARA PRESENTAR EL EXAMEN DE CONOCIMIENTOS Y HABILIDADES DISCIPLINARIAS PARA LA CONTRATACIÓN TEMPORAL DE PROFESORES DE ASIGNATURA INTERINOS DE

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD I Y II

PROMOCIÓN XXXV

ENERO 2014

PRESENTACIÓN

La Estadística y la Probabilidad incluyen las herramientas indispensables para interpretar una gran variedad de información en diversos campos de la ciencia y en general, de la actividad humana. Una persona encuentra reportes de ventas o producción, financieros o económicos, médicos, meteorológicos, escolares o sociales que sólo se pueden entender y evaluar adecuadamente con una formación básica en estas disciplinas.

En el Plan de Estudios del CCH la materia de Estadística y Probabilidad se ofrece en los últimos dos semestres con carácter optativo, con el propósito de que los alumnos adquieran conocimientos de carácter introductorio y propedéutico acerca de los métodos estadísticos y probabilísticos, así como de sus aplicaciones en diversos campos de conocimiento. Con ello, se pretende reforzar el empleo de estrategias y el desarrollo de habilidades, así como la capacidad de los alumnos para resolver problemas y desarrollar diversas formas de razonamiento.

La materia en cuestión pretende proporcionar al estudiante una serie de conocimientos y habilidades que se enriquecen conforme se avanza en su estudio, brindándole conceptos y procedimientos básicos que le permitirán aplicarla, así como una conceptualización matemática que le servirá en el campo disciplinario en que se desenvuelva.

Por lo tanto, el profesor de Estadística y Probabilidad deberá tener capacidad para conducir a los alumnos al logro de dichos propósitos, lo que exige el conocimiento de los objetivos de los programas de los dos cursos, así como el dominio de la temática incluida en cada uno de ellos. En ese sentido, el examen de conocimientos y habilidades que realizarán los aspirantes a impartir esta disciplina en el CCH contemplará los siguientes aspectos:

I. Dominio de los conceptos y los métodos básicos.
II. Capacidad para resolver problemas de estadística y probabilidad, que se mostrará tanto en el desarrollo claro y ordenado del procedimiento, como en el logro de la solución buscada y en su adecuada interpretación.

Para orientar a los aspirantes en la preparación del examen, en esta guía se presentan:

a) Los temas que contemplará el examen, incluyendo los conceptos que resulten básicos para su comprensión,

b) Algunos problemas que ilustren la profundidad con que se espera que el aspirante a profesor sea capaz de trabajar con sus alumnos,

c) Una bibliografía básica que puede servir como apoyo en la preparación del examen

El examen estará integrado por problemas similares a los propuestos en esta guía y para acreditarlo se deberá responder correctamente por lo menos al 80% de ellos, pues la calificación mínima requerida es de 8.

En el examen se incluirán las fórmulas y las tablas que se requieran para su resolución. Igualmente, el uso de la calculadora está permitido.

Al final de esta guía, se encuentran dos ejemplos de rúbricas en el que se especifica el peso que se dará en la calificación de los reactivos tanto a cuestiones de operatividad, como de conceptos y como de interpretación de resultados.

CONTENIDOS

1. **INTRODUCCIÓN**

   Conceptos básicos
   a) Utilidad de la estadística
   b) Conceptos básicos
   c) Azar y probabilidad
   d) Variables y su clasificación
   e) Abusos de la estadística

2. **ESTADISITICA DESCRIPTIVA**
   a) Tabla de distribución de frecuencias
   b) Distribuciones de frecuencias
   c) Intervalos y frecuencias: absoluta, relativa y acumulada
   d) Representaciones gráficas
   e) Medidas de tendencia central y sus propiedades
   f) Medidas de dispersión y sus propiedades
   g) Medidas de posición y sus propiedades
   h) Regla empírica
   i) Aplicaciones

   Procedimientos básicos

   a) Construcción de tablas de distribución de frecuencias para representar el comportamiento de variables cualitativas y cuantitativas
   b) Construcción de representaciones gráficas: histograma, polígonos, de frecuencias, ojivas, gráficas de barras, circulares y de caja
   c) Interpretación de gráficas para describir el comportamiento de un conjunto de datos
   d) Cálculo de medidas de tendencia central y de dispersión en datos agrupados y no agrupados
   e) Obtención de medidas de posición
   f) Obtención del coeficiente de variación
   g) Determinación de intervalos establecidos por la Regla Empírica

Problemas:

1. El ingreso mensual de una familia se distribuye de la siguiente manera:

Alimentación	$ 3,500	Renta	$ 3,200
Servicio	$ 1,900	Educación	$ 1,500
Recreación	$ 900	Ropa	$ 1,400
Transporte	$ 1,750	Varios	$ 900

Calcula lo siguiente: media, mediana y moda, e interprétalos.

2. En la agrupación de datos:
   a) ¿Cómo decides el número y tamaño de los intervalos de clase?
   b) ¿Cómo garantizas que esos intervalos sean ajenos y exhaustivos?

   Aplica tu sugerencia en la formación de los intervalos de clase para agrupar los datos de la siguiente muestra:

42.7	31.6	17.8	12.2	12.7	15.6	54.8	38.8	43.2	25.1
29.0	21.2	21.9	13.0	27.8	44.9	43.3	42.9	15.3	26.3
45.1	11.8	46.2	15.8	24.1	44.8	41.8	14.2	34.1	44.9
19.5	48.1	14.5	11.0	34.9	49.8	31.5	14.5	45.3	48.3
14.1	28.0	13.5	43.6	43.6	28.0	24.9	45.5	18.9	45.5
11.2	43.4	12.4	10.6	20.4	51.9	30.4	33.4	22.5	36.4
22.1	44.4	24.1	34.7	10.9	26.6	13.3	11.2	25.3	
34.6	40.4	25.1	43.4	10.7	27.9	11.7	18.1	48.0	
13.0	13.7	28.7	38.6	19.3	44.6	13.7	41.3	12.3	
11.5	42.5	32.4	34.1	41.7	37.3	12.6	13.2	13.2	
47.3	20.3	46.7	12.0	23.3	12.4	48.5	12.0	29.5	

   c) Calcula la media, moda, mediana, varianza y desviación estándar de los datos anteriores.
   d) Construye un histograma de los datos.

3. Respecto a la varianza y desviación estándar de una muestra:
   a) ¿Qué miden estos estadísticos?
   b) Demuestra la equivalencia entre las fórmulas: $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}$; $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}$.

4. Los siguientes datos representan las edades de los actores y actrices de los 34 ganadores recientes, en cada una de las categorías.

Actores	32	37	36	32	51	53	33	61	35	45	55
47	39	76	37	42	40	32	60	38	56	48	31
40	43	62	43	42	44	41	56	39	46	48	
Actrices:	50	44	35	80	26	28	41	21	61	38	49
33	74	30	33	41	31	35	41	42	37	26	27
34	35	26	61	60	34	24	30	37	31	34	

   Haciendo uso del coeficiente de variación y el diagrama de caja compara estos dos conjuntos de datos. ¿Cuáles son tus conclusiones? Justifica tus respuestas, explicando cómo realizaste la comparación e interpretando los resultados obtenidos.

5. Se analizó el tamaño de las piezas de pan de centeno distribuidas en tiendas locales por cierta pastelería y al representar gráficamente la distribución del tamaño de estos panes se encontró un histograma simétrico en forma de campana, con longitud promedio del pan de 30 cm y una desviación estándar de 1.3cm. Aproximadamente ¿qué porcentaje de las piezas de pan tendrán un tamaño de:

   a) más de 31.3cm?
   b) menos de 27.4cm?
   c) más de 22 y menos de 32.6cm?

3. DATOS BIVARIADOS

Conceptos básicos

a) Tablas de contingencia
b) Correlación lineal simple
c) Regresión lineal
d) Método de los mínimos cuadrados

Procedimientos básicos

a) Construir tablas de contingencia para representar la relación entre dos variables cualitativas
b) Interpretar la información contenida en las tablas de contingencia
c) Construir diagramas de dispersión para representar la relación entre dos variables cuantitativas
d) Calcular e interpretar los valores estimados de la pendiente y la ordenada al origen de la recta de mínimos cuadrados
e) Graficar la recta de regresión
f) Calcular e interpretar el coeficiente de correlación lineal simple
g) Utilizar la recta de ajuste para predecir valores de la variable de respuesta |

6. Cierta fábrica desea saber si existe una relación entre lo que vende y lo que desperdicia, para esto se examinan los reportes del desperdicio de la producción y de las ventas de la línea complementaria fabricada. El estudio se realiza durante un año y se tiene la información siguiente:

Mes	**Material de desperdicio (cientos de miles $)**	**Ventas de línea complementaria (millones de $)**
Enero	5.3	21
Febrero	6.5	28
Marzo	4.5	20
Abril	4.7	22
Mayo	5.5	28
Junio	6.8	32
Julio	7.2	35
Agosto	6.0	30
Septiembre	6.8	35
Octubre	5.1	24
Noviembre	4.6	17
Diciembre	5.7	24

a) Traza el diagrama de dispersión y decide si hay alguna relación entre las dos variables, y de qué tipo es. Fundamenta tu respuesta.
b) Explica en qué consiste el análisis de correlación.
c) Especifica qué información da el coeficiente de correlación y qué valor tiene en este caso.
d) Explica cuál es el objetivo principal del análisis de regresión y encontrar el modelo matemático que mejor se ajusta, si la variable *x* es el importe del material de desperdicio.
e) Interpreta cada uno de los estimadores del modelo de regresión.
f) Traza la gráfica de la ecuación anterior sobre el diagrama de dispersión.
g) ¿Es confiable el modelo y el análisis obtenido? Justifica la respuesta.

7. La gente no es sólo más longeva en la actualidad, sino que también lo es de manera independiente. En el número de mayo-junio de 1989, The Public Health Reports, apareció el

artículo “A Multistate Analysis of Active Life Expectancy”. Dos de las variables estudiadas, fueron la edad actual de una persona y el número esperado de años restantes por vivir.

Edad (x)	65	67	69	71	73	75	77	79	81	83
Años restantes (y)	16.5	15.1	13.7	12.4	11.2	10.1	9.0	8.4	7.1	6.4

a) Elabora un diagrama de dispersión.
b) Determina la ecuación de la recta de regresión.
c) Traza la recta del mejor ajuste en el diagrama de dispersión.
d) ¿Cómo se interpreta la ecuación de mejor ajuste?
e) ¿Cuántos son los años esperados restantes por vivir para una persona de 70 años?
f) ¿Es confiable este resultado? ¿Justifica tu respuesta?

4. PROBABILIDAD

Conceptos básicos

a) Fenómenos aleatorios y deterministas
b) Regularidad estadística
c) Enfoques de la probabilidad: subjetivo, frecuencial, clásico
d) Eventos y espacio muestra
e) Eventos mutuamente excluyentes
f) Regla de la suma
g) Eventos independientes
h) Probabilidad condicional
i) Regla del producto

Procedimientos básicos

a) Construir y describir el espacio muestra de diversos eventos
b) Representar eventos a partir de enunciados
c) Calcular probabilidades utilizando el enfoque frecuencial
d) Calcular probabilidades utilizando el enfoque clásico
e) Identificar y representar eventos compuestos
f) Identificar y representar eventos condicionados e independientes
g) Calcular probabilidades de los eventos descritos

8. Menciona y ejemplifica las dos principales diferencias entre los enfoques clásico y frecuencial para el cálculo de probabilidades.

9. En la tabla se clasifica una muestra aleatoria de 200 adultos, de acuerdo a su sexo y nivel educacional.

Educación	Masculino	Femenino	Total
Primaria	38	45	83
Secundaria	28	50	78
Universidad	22	17	39
Total	88	112	200

a) Representa gráficamente la información contenida en la tabla.
b) ¿Cuántas personas son de sexo femenino o tienen como máximo educación secundaria?
c) ¿Cuántos adultos tienen estudios universitarios y no son mujeres?

10. El administrador de una tienda de regalos desea conocer la relación del tipo de cliente con la forma de pago, para lo cual aplicó un cuestionario a sus clientes obteniendo los siguientes datos de la tabla:

Cliente	Pago		Total
	Tarjeta	Contado	
Frecuente	80	65	145
Eventual	30	25	55
Total	110	90	200

Si selecciona uno de estos clientes al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Sea eventual o pague con tarjeta.
b) Sea cliente frecuente y no pague de contado.
c) Pague con tarjeta, si es eventual.

11. A un grupo de 30 personas se les preguntó que dijeran que deporte practicaban y cuál era su pasatiempo favorito. Los resultados se encuentras resumidos en la tabla siguiente:

		Deporte Favorito		
		Básquet	Futbol	Natación
Pasatiempo	Leer	4	3	3
	Música	3	10	1
	Videojuego	1	3	2

Si se toma una persona aleatoriamente de ese grupo, calcula la probabilidad de que:

a) No practique natación.
b) Le gusten los videojuegos y practique básquet.
c) Practique fútbol o tenga como pasatiempo escuchar música
d) Ni practique natación ni le guste leer.
e) Le guste la lectura, si practica la natación
f) No practique fútbol, si no le gusta la música.

12. Sean A y B dos eventos de un mismo espacio muestral, tales que $P(A)=0.35$, $P(B)=0.35$ y $P(A\cup B)=0.45$

Calcula:

a) $P(A\cap B)$.
b) $P(A^c\cup B^c)$.
c) $P(A^c\cap B^c)$.
d) $P(A^c \mid B)$.
e) $P(A\cap B^c)$.
f) $P(A^c\cup B)$.

13. Cierta compañía tiene asignada la tarea de comparar la confiabilidad de dos estaciones de bombeo. Cada estación es susceptible de dos tipos de fallas: en las bombas y fugas. Cuando una de éstas (o ambas) se presentan, la estación debe quedar fuera de servicio. Los datos disponibles indican que prevalecen las siguientes probabilidades:

Estación	P(falla en bombeo)	P(fuga)	P(ambas)
1	0.09	0.12	0.06
2	0.07	0.10	0

¿Cuál estación tiene la mayor probabilidad de quedar fuera de servicio?

14. Si la probabilidad de tener un niño varón es de 0.5, ¿cuál es la probabilidad de que una familia, con tres hijos, pueda incluir dos o tres mujeres?

15. Una caja contiene 100 microchips para televisión. La probabilidad de que haya al menos un microchip defectuoso es de 0.06. ¿Cuál es la probabilidad de que ningún microchip de la caja sea defectuoso?

16. Si se lanzan tres monedas y los eventos A, B y C son: A "por lo menos caen dos águilas", B "a lo más caen dos águila, y C "todos son soles o todos son águilas", de las parejas de eventos (A, B), (A, C) y (B, C)
¿Cuáles son independientes y cuáles son dependientes? Justifica tu respuesta.

17. Un lote de 10 fusibles contiene 2 fusibles defectuosos. Si se extraen los fusibles uno por uno, ¿Cuál es la probabilidad de que el último fusible defectuoso sea detectado en la tercera extracción? ¿Y hasta la cuarta extracción?

18. De seis números positivos y ocho negativos se eligen sin sustitución cuatro números al azar y se multiplican ¿Cuántos productos positivos diferentes se pueden formar?

19. En un lote de 20 neumáticos recuperados de un incendio, 8 tienen daños internos y los restantes no tienen daños. Determinar el número de grupos de cuatro llantas seleccionadas aleatoriamente en los cuales haya al menos un neumático sin defectos.

20. Una planta refresquera tiene 20 trabajadores en el turno matutino, 15 en el turno vespertino y 10 en el turno nocturno. El supervisor de control de calidad selecciona a 6 de estos empleados para hacerles una entrevista exhaustiva. Si la selección de los empleados se realiza de manera aleatoria,
    a) ¿Cuántas selecciones tienen 6 trabajadores del turno vespertino?
    b) ¿Cuántas selecciones tienen 6 trabajadores del mismo turno?
    c) ¿Cuántas selecciones tienen al menos un empleado de cada uno de los turnos?

21. Tres moléculas tipo A, tres del tipo B, tres del tipo C y tres del tipo D se deben combinar para formar una molécula en cadena.
    a) ¿Cuántas moléculas diferentes se pueden formar?
    b) ¿Cuántas moléculas tienen tres moléculas del mismo tipo juntas?

22. Supón que en cierta gasolinera 45% de los clientes utilizan gasolina Magna, 30% usan diesel, y los restantes gasolina Premium. De los clientes que consumen gasolina Magna, sólo el 32% llena sus tanques. De los que compran diesel, 55% llenan sus tanques, en tanto que quienes llevan gasolina Premium, el 45% llena su tanque. ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente:
    a) llene su tanque con gasolina Premium?
    b) llene su tanque?
    c) pida diesel si no llena su tanque?

23. Se sabe que sólo 1 de cada 1000 adultos se ve afectado por una rara enfermedad para la cual se ha elaborado una prueba de laboratorio. La prueba es tal que cuando un individuo tiene la enfermedad, ocurre un resultado positivo en el 98% de las veces, mientras que un individuo sin la enfermedad, en el 3% presenta un resultado positivo.
    Si se aplica la prueba a una persona seleccionada aleatoriamente y el resultado es positivo,
    a) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad?
    b) ¿Cuál es la probabilidad de que este sano?

c) ¿Cuál es la taza de efectividad de la prueba?

24. En cierta distribuidora de llantas, los clientes que compraron un juego completo, adicionalmente solicitaron servicio de alineación o balanceo. Si consideramos los eventos y probabilidades siguientes:

A = Los neumáticos son fabricados en EEUU
B = El comprador solicitó balanceo
C = El comprador solicitó alineación
$P(A)=0.75$, $P(B|A)=0.90$, $P(B|A^c)=0.80$, $P(C|A\cap B)=0.80$, $P(C|A\cap B^c)=0.6$, $P(C|A^c\cap B)=0.70$ y $P(C|A^c\cap B^c)=0.30$.

Determina:

a) $P(A\cap B\cap C)$.
b) $P(B\cap C)$.
c) $P(A|B\cap C)$.

25. En una clase el 60% de los alumnos se distraen durante una explicación. De los que se distraen, el 20% entiende el tema que se discute y de los que no se distraen el 80% entiende el tema. Si al final de la clase un alumno dice que ha entendido el tema, ¿cuál es la probabilidad de que se haya distraído en clase?

26. Por la noche en una carretera oscura, pasan en sentido contrario dos autos. La probabilidad de que sólo el conductor A vaya adormilado es de 0.3, de que sólo el conductor B vaya adormilado es de 0.4, de que ambos vayan adormilados es de 0.15 y de que ninguno vaya adormilado es de 0.15. Si sólo B va adormilado, la probabilidad de que ocurra un accidente es de 0.6 y si sólo A va adormilado, la probabilidad de que ocurra un accidente es de 0.4; si ambos van adormilados la probabilidad es de 0.85 y si ninguno va adormilado la probabilidad de que ocurra un accidente es de 0.01. ¿Cuál es la probabilidad de que haya un accidente? ¿Y de que si ocurrió un accidente haya sido porque B iba adormilado?

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD II

1. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

Conceptos básicos

a) Variable aleatoria
b) Variable aleatoria discreta y variable aleatoria continua
c) Distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas
d) Parámetros: valor esperado y desviación estándar
e) Distribución Bernoulli
f) Distribución Binomial: experimento binomial, variable aleatoria binomial y parámetros
g) Distribución Normal: la distribución Normal como modelo continuo del comportamiento de una gran diversidad de fenómenos aleatorios; propiedades geométricas y analíticas; significado y ventajas de la estandarización.

Procedimientos básicos

a) Cuantificar los eventos utilizando una variable aleatoria
b) Construir la distribución de probabilidad y la distribución de probabilidad acumulada asociadas a una variable aleatoria
c) Representar gráficamente la distribución de probabilidad

d) Calcular e interpretar el valor esperado y la desviación estándar de una variable aleatoria
e) Calcular probabilidades en experimentos binomiales, así como el valor esperado y la desviación estándar

Variables aleatorias y Probabilidad

Problemas

1. Clasificar cada una de las siguientes variables aleatorias como discretas o continuas:
   a) Las edades de los estudiantes que están en un colegio.
   b) Estaturas en metros de los profesores del CCH.
   c) Litros de gasolina vendidos cierto día en una gasolinera.
   d) El promedio final de 100 alumnos que terminaron el bachillerato.

2 .Si *X* es una variable aleatoria que toma los valores, 0, 1, 2, 3, 4, verifica si la siguiente expresión es una función de probabilidad para dicha variable:

$$f(x) = \frac{5-x}{10}$$

3. El número de llamadas telefónicas que se registran en un conmutador, y sus respectivas probabilidades en un intervalo de tres minutos, se muestran en la siguiente tabla:

No. de llamadas (x)	0	1	2	3	4	5
Frecuencia relativa	0.60	0.20	0.10	0.04	0.03	0.03

   a) ¿Cuántas llamadas se esperan registrar en los tres minutos?
   b) Calcular la varianza y la desviación estándar.

4. Un vendedor de equipo pesado puede entrevistar a uno o dos clientes diariamente con un probabilidad de $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$, respectivamente. Cada entrevista tendrá como resultado una no venta o una venta de $ 50,000, con probabilidades de 0.9 y 0.1, respectivamente.

   a) Construye la distribución de probabilidades de la variable aleatoria ***X* *que indica el número de ventas diarias*** de dicho vendedor, calcular el número esperado de ventas al día.
   b) Si ***Y*** es la variable aleatoria que nos da el importe de las ventas diarias, calcula la media y la varianza de la variable aleatoria ***Y***.

5. De una caja que contiene 4 monedas de $ 10.00 y 2 de $ 5.00, se seleccionan al azar tres de ellas sin reemplazo. Encuentra la distribución de probabilidad para la suma del valor de las tres monedas y represéntala en forma gráfica.

6. Un envío de 7 televisores contiene 2 defectuosos. Un hotel adquiere en forma aleatoria 3 de estos aparatos. Si *X* es el número de televisores defectuosos adquiridos por el hotel, construye la distribución de probabilidad y la distribución de probabilidad acumulada de la variable aleatoria.

Valor esperado

Problemas

7. Al evaluar las calificaciones que puede obtener en el examen final de Cálculo I un estudiante del Colegio, se observa que las probabilidades de obtener una calificación de 10, 9, 8, 7 ó 6 son de 0.01, 0.15, 0.25, 0.30 y 0.2, respectivamente, ¿cuál es la calificación esperada?

8. La distribución de probabilidad de la variable aleatoria discreta X es

$$f(x) = {}_3C_x\,(1/4)^x\,(3/4)^{3-x}$$, x = 0, 1, 2, 3. Determina el valor esperado de X

9. Un examen contiene 10 preguntas verdadero o falso. Si un estudiante contesta al azar y X es el número de aciertos, calcula $E(X)$ y $E(X-E(x))^2$.

10. Si un billete de lotería tiene probabilidad 0.00001 de ganar $100,000.00, 0.0002 de ganar $50,000.00 y 0.004 de ganar $25,000.00, ¿cuál será el precio justo que se debería pagar por el billete?

11. Jaime y Manuel juegan el siguiente juego. Jaime arroja dos dados equilibrados y Manuel le paga *k* centavos, donde *k* es el producto de los dos números que muestran los dados. ¿Cuánto debe pagar Jaime a Manuel por cada juego para que éste sea justo?

12. De una caja que contiene 10 transistores de los cuales 2 son defectuosos, se selecciona sin reemplazo un transistor hasta que se elige uno defectuoso. Hallar el número esperado de selecciones hasta que el transistor defectuoso se escoge.

13. Determine el valor de k de tal manera que la siguiente expresión sea una función de probabilidad. Calcule su valor esperado

$$f(x) = \frac{x^2+1}{k}\text{ , con } x = 0,\ 2,\ 4,\ 6\ .$$

14. Sea $f(x) = \underset{x}{\overset{5}{C}}(0.2)^x(0.8)^{5-x}$ con $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

    a) Prueba que $f(x)$ es una función de probabilidades.

    b) Calcula la desviación estándar.

15. Se lanza una moneda legal hasta que salga un sol o cuatro águilas (lo primero que ocurra). Halla el valor esperado de lanzamientos de la moneda.

16. Demuestra que E(X*)=0 y Var(X*)=1, si X* es la variable aleatoria estandarizada que corresponde a X con media μ y desviación estándar σ.

17. Demuestra que $Var[X] = E[X^2] - E^2[X]$.

18. Si X representa la variable aleatoria discreta “número de ensayo en el que ocurre el primer éxito”, calcule la función de distribución de probabilidades (suponga independencia).

Distribución Binomial

19. Identifica si los siguientes experimentos aleatorios son binomiales o no, si es el caso identifica el número de repeticiones, y define el éxito y el fracaso.
    a) Observar lo que pasa al intentar prender 10 cerillos
    b) Observar los resultados de los 9 partidos de la jornada de fútbol.
    c) Observar el estado de 15 artículos que acaban de ser producidos por una máquina.
    d) Observar los resultados de las calificaciones finales de 40 alumnos de un curso de estadística.

20. Se sabe que el 35% de los adolescentes tienen en su casa una computadora. Si escogemos aleatoriamente a seis adolescentes, determina las siguientes probabilidades:
    a) Al menos uno tiene computadora en su casa.
    b) A lo más cinco tienen computadora en su casa.
    c) Menos de dos no tienen computadora en su casa.

21. La probabilidad de que un paciente sobreviva de una operación delicada del corazón es de 0.9, suponiendo independencia, calcula la probabilidad de que sobrevivan exactamente 5 de los próximos 7 pacientes que se les realice dicha operación.

22. Sea X una variable que tiene una distribución binomial con p = 0.5 y n=5. Calcula la probabilidad de que tome un valor en el intervalo $(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$.

23. Un sistema de protección contra misiles está construido con n unidades de radar que funcionan de forma independiente, cada uno con una probabilidad de 0.9 de detectar un misil:
    a) Si $n = 5$ y pasa un misil, ¿cuál es la probabilidad de que cuatro unidades lo detecten?
    b) ¿Cuál debe ser el valor de n para que la probabilidad de detectar un misil sea de 0.999?

Distribución Normal

24. Encuentra el o los valores de la variable aleatoria Z que acoten el 65 % del área:
    a) Al centro de la curva de la distribución normal.
    b) En la cola izquierda de la curva de la distribución normal.
    c) En la cola derecha de la curva de la distribución normal.

25. La descarga de sólidos de una mina de fosfato tiene un distribución normal con descarga diaria media igual a 27 miligramos por litro (mg/l) y una desviación estándar de 14 mg/l. ¿En qué proporción de los días excederá la descarga diaria los 50 mg/l?

26. Las monedas de 50 centavos tienen pesos distribuidos normalmente con una media de 5,67 gramos y una desviación estándar de 0.070 gramos.
    a) Si una máquina expendedora se ajusta de modo que rechace las monedas de 50 centavos que pesen menos de 5.53 gramos o más de 5.81 gramos, ¿qué porcentaje de monedas legítimas será rechazado?
    b) Determina cuánto pesan las monedas de 50 centavos legítimas aceptadas, si la máquina se reajusta de modo que rechace el 1.5 % más ligero y el 1.5 % más pesado.

27. Una linterna es alimentada por cinco pilas. Suponiendo que la vida de una pila está normalmente distribuida con μ = 120 horas y una desviación estándar σ = 10 horas. La linterna dejará de funcionar si se agota una o más de sus pilas. Si la vida de las pilas es independiente, calcula la probabilidad de que la linterna funcione más de 135 horas.

28. El tiempo de servicio de cierta marca de llantas de automóviles sigue una distribución normal con una media y una desviación estándar de 32 mil y mil kilómetros, respectivamente. Indica el porcentaje de llantas vendidas que se requiere reemplazar, si esta marca de llantas se garantiza por 30 mil kilómetros.

29. Una máquina troqueladora produce tapas para latas, los diámetros están normalmente distribuidos con una desviación estándar de 0.1 centímetros. ¿En qué diámetro "nominal" (promedio) debe ajustarse a la máquina de modo que más de 5 % de las tapas producidas tengan diámetros que excedan los tres centímetros?

30. Los pesos de cierta ave de la selva tropical se distribuyen normalmente, el peso del 15% de estas aves está por debajo de los 100 gramos y el 10% de los mismos pesos son de al menos 135 gramos. ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar al azar una de estas aves, su peso se inferior a 125 gramos?, ¿Entre que valores se encuentran el 95% de los pesos de estas aves?

2. DISTRIBUCIONES MUESTRALES

Conceptos básicos

a) Conceptos de Población y Muestra
b) Parámetros y estadísticos.
c) Concepto de variabilidad muestral
d) Los estadísticos como variables aleatorias (en particular la media muestral y la proporción muestral)
e) Distribución de la media muestral y de la proporción muestral (la media y la varianza de ambas distribuciones)
f) Interpretación del Teorema Central del Límite
g) Relaciones entre parámetros y estadísticos

Procedimientos básicos

a) Distinguir los conceptos de población y muestra
b) Obtener muestras pequeñas de poblaciones finitas
c) Distinguir entre parámetros y estadísticos
d) Construir la distribución muestral para una media y una proporción.
e) Calcular los valores de $\mu_{\bar{x}}$, $\sigma_{\bar{x}}$, $\mu_{\hat{p}}$, $\sigma^2_{\hat{p}}$, μ, p y σ
f) Comprender la relación entre $\mu_{\bar{x}}$, $\sigma_{\bar{x}}$, $\mu_{\hat{p}}$, $\sigma^2_{\hat{p}}$ con μ, p y σ
g) Seleccionar muestras aleatorias y calcular la media y la varianza muestral.
h) Conocer e interpretar el Teorema Central de Límite.
i) Calcular probabilidades en las distribuciones de medias y proporciones.

<u>Población y Muestra</u>

31. a) Explica la diferencia entre población y muestra.
b) Explica la importancia del teorema del límite central.

<u>Parámetros y Estadísticos</u>

32. Cierta población tiene media y desviación estándar iguales a 500 y 30, respectivamente. Se selecciona un número suficientemente grande de muestras de tamaño 36 y se calculan las medias.

a) ¿Qué valor es de esperar que tenga la media de todas esas medidas muestrales?
b) ¿Qué valor se esperaría para la desviación estándar de todas las medias muestrales?
c) ¿Qué forma es de esperar que tenga la distribución de todas las medias muestrales?

33. Considere la población aproximadamente normal de las estaturas de los estudiantes varones en una universidad. Suponga que las estaturas individuales tienen media y desviación estándar iguales a 170 y 10 centímetros, respectivamente. Se obtiene una muestra de 16 estaturas. Evalúa:
a) La media de esta distribución de muestreo.
b) El error estándar de la distribución de la media.
c) La forma de esta distribución.
d) $P\left(\bar{x} \geq 175\right)$.
e) $P\left(\bar{x} < 168\right)$.

34. Una población tiene una distribución normal con media μ desconocida y desviación estándar σ=5. Obtén la probabilidad de que $\bar{x}$ diste de μ menos de una unidad, si n es igual a los valores siguientes:
a) $n = 25$
b) $n = 100$
c) $n = 225$
d) ¿Qué puedes concluir de los resultados obtenidos?

35. De una caja que contiene tres huevos blancos y uno rojo, escoges dos huevos y registras la proporción de huevos blancos. Construye la distribución muestral de la proporción.

36. Si en el problema anterior el muestreo se hace con reemplazo, verifica que $\mu_{\hat{p}} = p$ y $\sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{pq}{n}$.

37. Una máquina con bolas de chicle contiene tres bolas rojas y una bola verde. Víctor coloca dos monedas en la máquina y registra la proporción de bolas de chicle que puede obtener. Construye una distribución muestral de la proporción de bolas rojas obtenidas. Muestra que: $\mu_{\hat{p}} = \frac{3}{4}$ y que $\sigma_{\hat{p}}^2 = 0.02$.

<u>Teorema del Límite Central</u>

38. En un hospital se requirió que los seis empleados administrativos trabajaran horas extras en una quincena como se muestra en la tabla:

Horas extras trabajadas por los administrativos de un hospital			
Empleado	Horas extras	Empleado	Horas extras
Ramírez	2	López	4
Jiménez	3	Fernández	6
Hernández	5	Chávez	7

a) Calcula μ y σ de las horas extras trabajadas.
b) Grafica las horas extras trabajadas

c) Selecciona todas las muestras sin remplazo posibles de dos elementos y calcular en cada una su $\bar{\mathbf{x}}$.
d) Elabora la tabla de distribución de probabilidad de la media muestral.
e) Grafica la distribución.
f) Calcula la media de las medias muestrales y el error estándar (que es la desviación estándar de la distribución de muestreo) de la media.
g) Compara el inciso a) con el f). ¿Cuáles son tus conclusiones?

39. Se toman muestras de 36 observaciones de una máquina de acuñar monedas conmemorativas. El espesor promedio de las monedas es 0.20 cm, con una desviación estándar de 0.01 cm.
a) ¿Es la población aproximadamente normal? Explica porque.
b) ¿Qué porcentaje de medias de la muestra quedarán en el intervalo 0.20 ± 0.004 cm?
c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener la media de muestra que se desvíe más de 0.005 cm. de la media del proceso?

40. Si se supone que se tiene un tamaño de muestra suficientemente grande, determina el porcentaje de las muestras que se espera tengan una proporción entre.
a) $p \pm \sigma_{\hat{p}}$ b) $p \pm 1.96\sigma_{\hat{p}}$ c) $p \pm 2\sigma_{\hat{p}}$ d) $p \pm 2.33\sigma_{\hat{p}}$

41. El 75% de los habitantes en la zona metropolitana viven en el DF y el resto en el área conurbada. Si 1200 personas asisten a un concierto y esta cantidad se considera una muestra aleatoria, ¿cuál es la probabilidad de que el número de personas que viven en la zona conurbada y que asisten al concierto sea menor a 270? Traza la curva de la distribución muestral de la proporción.

3. INFERENCIA ESTADÍSTICA

Conceptos básicos
a) Estimación puntual y por intervalos
b) Nivel de confianza
c) Error de estimación
d) Hipótesis estadísticas
e) Nivel de significancia

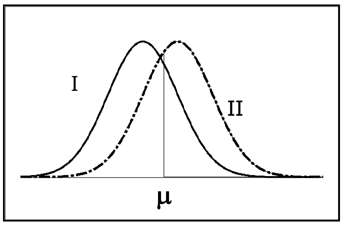
Procedimientos básicos
a) Determinación de estimaciones puntuales tanto de la media como de la proporción
b) Construcción e interpretación de intervalos de confianza para la media y para la proporción de la población
c) Cálculo del valor del tamaño de la muestra (*n*) para diferentes errores y niveles de confianza
d) Elaboración de hipótesis estadísticas para la media y para la proporción de la población
e) Conocimiento de los tipos de errores asociados con la prueba de hipótesis
f) Reconocimiento de los elementos de una prueba de hipótesis
g) Realización de pruebas de hipótesis para la media y la proporción de la población en diferentes problemas, así como la interpretación de los resultados obtenidos

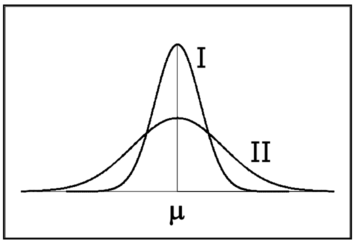
<u>Estimación</u>

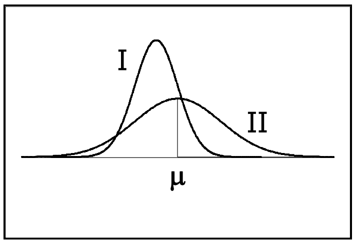
Problemas

42. Se tienen dos estadísticos que sirven como estimadores del mismo parámetro, uno insesgado y el otro sesgado. Responde lo siguiente:
    a) Con todo lo demás igual, explica porque usualmente se preferirá un estimador insesgado a uno sesgado.
    b) Si un estadístico es insesgado, ¿esto asegura que sea un buen estimador? ¿Por qué? ¿Qué otras consideraciones es necesario tomar en cuenta?

43. En cada uno de los siguientes diagramas, los números romanos I y II representan las distribuciones muestrales de dos estadísticos que pueden usarse para estimar un parámetro. En cada caso identificar la estadística que consideres como el mejor estimador y describe por qué.







<u>Intervalos de confianza: a) Medias</u>

44. Una oficina local de escuelas desea estimar el número medio de niños por familia. De una muestra de 100 familias, un miembro de la oficina calcula la media $\bar{x}$ y la desviación estándar *s* = 1.2, ¿cuál es el error estándar de $\bar{x}$? Supón una confianza del 98%.

45. En una ciudad de 100,000 habitantes, el Departamento de Aguas toma una muestra aleatoria de 1,200 personas. Observando los medidores en las casas de estas personas, el Departamento obtiene una medida del consumo diario de agua. La muestra produce una media de 116 litros y una desviación estándar de 19.3 litros. Calcula un intervalo de confianza de 90% del consumo total de agua de la ciudad diariamente e interprétalo.

46. Una muestra aleatoria de tamaño 64, tuvo una media $\bar{x} = 29.1$ y una desviación estándar de *s*= 3.9. Obtén una cota para el error de estimación así como un intervalo de confianza de 99% para μ.

47. Antes de comprar un embarque grande de carne molida un fabricante de salchichas quiere tener una confianza del 96 % de que su error no sea mayor que 2.5 gramos al estimar el contenido de grasa (por 100 gramos de carne). Si se supone que la desviación estándar del contenido de grasa (por 100 g) de carne es de 8 g, ¿qué tan grande es la muestra en la que debe basar su estimación?

Intervalos de Confianza: b) Proporciones p.

Intervalos de Confianza. Poblaciones Binomiales

Problemas

48. Una muestra aleatoria de tamaño 500 de una población binomial produjo x = 140 éxitos. Determina un intervalo de confianza de 95% para p e interprétalo.

49. Un proveedor ha enviado un lote de 700 módulos de televisión, y se tiene un control de calidad del 95% de que ellos no presenten defectos. Se verificó una muestra de 30 y se encontraron 4 defectuosos. Halla un intervalo de 95% de confianza para la proporción real de defectuosos. ¿Incluye este intervalo de confianza la proporción señalada en el control de calidad?

50. Un productor de semillas desea saber con precisión del 1%, el porcentaje de germinación de las semillas de su principal competidor. ¿Qué tamaño de muestra debe de tomar para obtener un nivel de confianza de 95%?

51. Suponga que un experimento consiste en lanzar una moneda legal 50 veces. Si $\hat{p}$ representa la proporción de soles obtenidos, determine:
    a) $\mu_{\hat{p}}$ y $\sigma_{\hat{p}}$
    b) P($\hat{p}$ > 0.06)
    c) P($\hat{p}$ < 0.04)
    d) P(0.4 < $\hat{p}$ < 0.6)

Prueba de Hipótesis

Problemas

52. Plantea las hipótesis nula H_0 y alternativa H_a que se requieren para las siguientes afirmaciones.
    a) La edad promedio de los estudiantes inscritos en las clases nocturnas en cierta universidad es mayor de 26 años,
    b) El peso promedio de los paquetes embarcados en *DELL* durante marzo fue menor de 20 kilogramos,
    c) La vida media de las lámparas fluorescentes es por lo menos de 1600 horas,
    d) El peso promedio de los jugadores de fútbol en el Colegio es de 60 kilogramos,
    e) La resistencia media de las soldaduras hechas con un nuevo proceso es diferente en 570 Kilogramos por unidad por área, a las del proceso anterior.

53. Una muestra aleatoria de n = 60 observaciones de una población produjo una media de $\bar{x} = 83.8$ y una desviación estándar de 0.29. Supón que se quiere demostrar que la media poblacional $\mu < 84$.
    a. Enuncia la hipótesis nula para la prueba.
    b. Enuncia la hipótesis alternativa para la prueba.
    c. Haz la prueba con α = 0.05.
    d. Si se quiere que la probabilidad de decidir (erróneamente) que $\mu < 64$ sea igual a 0.05, cuando en realidad $\mu = 84$, ¿cuál es el valor de α para la prueba?

54. Se sabe que aproximadamente 1 de cada 10 fumadores prefieren cigarrillos de la marca A. Después de una campaña de promoción en una región de ventas dada, se entrevistó a una muestra de 200 fumadores para determinar la efectividad de la campaña. En la encuesta, un total de 26 personas expresaron su preferencia por la marca A. ¿Presentan estos datos suficiente evidencia que indique un aumento en la preferencia de la marca A en la región? Utiliza un nivel de significación del 5%.

55. Un fabricante afirma que por lo menos 20% del público prefiere su producto. Se toma una muestra de 100 personas para verificar su afirmación. Con $\alpha = 0.05$ ¿cuán pequeño debe ser el porcentaje muestral para poder refutar la afirmación del fabricante?

Miscelánea de problemas

56. Una muestra aleatoria de 60 latas de mitades de peras tiene un peso medio de 456 gramos y una desviación estándar de 8.5 g. Si se usa $\overline{x} = 456$ g como una estimación del peso medio de todas las latas de mitades de peras del lote del cual provino la muestra, ¿con qué confianza podemos afirmar que el error de estimación es a lo sumo 2.84 g?

57. Cierta compañía que fabrica equipo de golf, quiere estimar la proporción de golfistas que son zurdos. (La compañía puede utilizar esta información para planear el número de juegos de palos de golf que producirá para diestros y para zurdos) ¿Cuántos golfistas habrá que encuestar si desea tener una confianza del 98 % en que la proporción de muestra tendrá un margen de error de 0.025?.

a) Suponga que no se cuenta con información que podría servir como estimado de $\hat{p}$.
b) Suponga que se tiene un estimado de $\hat{p}$ obtenido en un estudio previo que sugiere que el 15% de los golfistas son zurdos.

58. En una muestra aleatoria de 400 personas entrevistadas en una ciudad grande, 288 dijeron que se oponían a la construcción de más vías rápidas.

a) Elabora un intervalo de confianza del 94% para la proporción correspondiente de la población en la que se efectúa el muestreo.
b) ¿Qué podemos decir con una confianza del 94 % acerca del error máximo, si usamos la proporción de la muestra como una estimación de la proporción de la población?

EJEMPLOS DE RÚBRICAS

Cierta fábrica desea saber si existe una relación entre lo que vende y lo que desperdicia, para esto se examinan los reportes del desperdicio de la producción y de las ventas de la línea complementaria fabricada. El estudio se realiza durante un año y se tiene la información siguiente:

Mes	**Material de desperdicio (cientos de miles $)**	**Ventas de línea complementaria (millones de $)**
Enero	5.3	21
Febrero	6.5	28
Marzo	4.5	20
Abril	4.7	22
Mayo	5.5	28
Junio	6.8	32
Julio	7.2	35
Agosto	6.0	30
Septiembre	6.8	35
Octubre	5.1	24
Noviembre	4.6	17
Diciembre	5.7	24

h) Traza el diagrama de dispersión y decide si hay alguna relación entre las dos variables, y de qué tipo es. Fundamenta tu respuesta.
i) Explica en que consiste el análisis de correlación.
j) Especifica qué información da el coeficiente de correlación y qué valor tiene en este caso.
k) Explica cuál es el objetivo principal del análisis de regresión y encontrar el modelo matemático que mejor se ajusta, si la variable *x* es el importe del material de desperdicio.
l) Interpreta cada uno de los estimadores del modelo de regresión.
m) Traza la gráfica de la ecuación anterior sobre el diagrama de dispersión.
n) ¿Es confiable el modelo y el análisis obtenido? Justifica la respuesta.

Trazo del diagrama de dispersión	4%
Cálculo del coeficiente de correlación	8%
Cálculo de los parámetros de la recta de ajuste y trazo de la misma	8%
Interpretaciones de **a**, **b** y **r**	40%
Exposición de la parte teórica	40%

En un hospital se requirió que los seis empleados administrativos trabajaran horas extras en una quincena como se muestra en la tabla:

Horas extras trabajadas por los administrativos de un hospital			
Empleado	Horas extras	Empleado	Horas extras
Ramírez	2	López	4
Jiménez	3	Fernández	6
Hernández	5	Chávez	7

a) Calcula μ y σ de las horas extras trabajadas.
b) Grafica las horas extras trabajadas
c) Selecciona todas las muestras sin remplazo posibles de dos elementos y calcular en cada una su $\bar{x}$.
d) Elabora la tabla de distribución de probabilidad de la media muestral.
e) Grafica la distribución.
f) Calcula la media de las medias muestrales y el error estándar (que es la desviación estándar de la distribución de muestreo) de la media.
g) Compara el inciso a) con el f). ¿Cuáles son tus conclusiones?

Cálculo de los parámetros y gráfica de las horas	20%
Construcción de todas las muestras sin remplazo	20%
Construcción y graficación de la distribución de probabilidad de las medias muestrales	15%
Cálculo del valor esperado y la desviación estándar para las medias muestrales	15%
Exposición de la parte teórica y conclusiones	30%

BIBLIOGRAFÍA

NIVEL BÁSICO

1. FREUND, John. ***Estadística Elemental***, octava edición, Prentice Hall, México, 1994.
2. CASTILLO PADILLA, Juana, GÓMEZ ARIAS, Jorge, ***Estadística Inferencial Básica***, Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1998.
3. CHAO, Lincoln L. ***Introducción a la Estadística****.* CECSA, México, 1985.
4. DANIEL, Wayne D. *Bioestadística:* 5ª reimpresión, Limusa, México, 1984.
5. DÍAZ GODINO, Juan, BATANERO BERNABEU, María del C. y CAÑIZARES CASTELLANOS, María de Jesús, ***Azar y Probabilidad****: Fundamentos Didácticos y Propuestas Curriculares,* Madrid, Síntesis, 1987.
6. FLORES GARCÍA, Rosalinda, LOZANO de los SANTOS, Héctor, **Estadística *Aplicada para Administración,*** Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1998.
7. JOHNSON, Robert. ***Estadística Elemental****,* Iberoamérica, México, 1990.
8. MENDENHALL/REINMUTH. ***Estadística para Administración y Economía****,* Wadsworth International/ Iberoamérica, Massachusetts USA, 1978.
9. STEVENSON, William J.***Estadística para Administración y Economía****,* Trillas, México, 1985.
10. VILENKIN, N. ***¿De Cuántas Formas?****: Combinatoria,* Mir Moscú, URSS, 1972.
11. WONNACOTT, Thomas y Ronald. ***Introducción a la Estadística***, Noriega Limusa, México, 1998.

NIVEL INTERMEDIO

1. BATTACHARYA, Gouri K y JOHNSON Richard A. ***Statistical Concepts and Methods,*** John Wiley & Sons N.Y., Santa Bárbara-London-Sydney-Toronto, 1977.
2. CANAVOS, George C. ***Probabilidad y Estadística****: Aplicaciones y Métodos,* McGraw-Hill, México, 1987.
3. CAÑEDO DORANTES, Luis, GARCÍA ROMERO, Horacio y MÉNDEZ RAMÍREZ, Ignacio. ***Principios de Investigación Médica,*** Vida y Movimiento, México D.F., 1980.
4. CHOU, Ya-Lun. ***Análisis Estadístico****, Segunda Edición,* Interamericana, México, 1975.
5. DIXON y MASSEY, ***Introducción al Análisis Estadístico,*** Mc-Graw-Hill*,* México, 1965.
6. HACKING, Ian. ***La Domesticación del Azar,*** Gedisa, Barcelona, 1991.
7. MENDENHALL, William, SHEAFFER, Richard L. y WACKERLY Dennis O, ***Estadística Matemática con Aplicaciones,*** Iberoamérica, México, 1986.
8. SAID INFANTE, Gil y ZÁRATE de LARA, Guillermo P. ***Métodos Estadísticos****: Un enfoque Interdisciplinario,* Trillas, México, 1984.
9. SHEAFFER, MENDENHALL y OTT. ***Elementos de Muestreo,*** Iberoamérica, México, 1986.
10. YAMANE, Taro. ***Estadística,*** tercera edición, Harla, México, 1979.