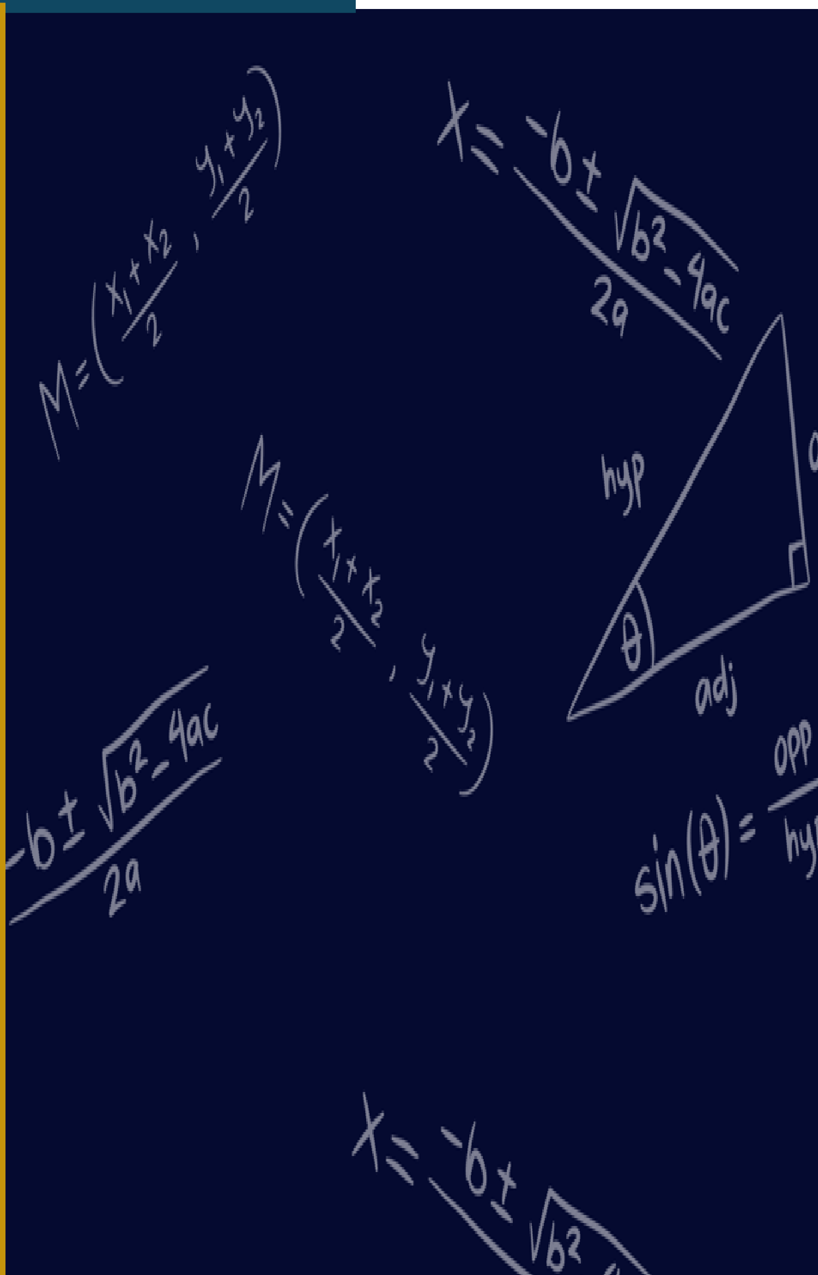
UNIVERSIDAD NACIONAL AÚTONOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

PROGRAMA DE ESTUDIO ACTUALIZADO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

MATEMÁTICAS I-IV



INDICE

PRESENTACIÒN DE LA MATERIA

El Colegio de Ciencias y Humanidades busca el desarrollo integral de las nuevas generaciones, es por ello que se encuentra ante el desafío de preparar a nuestra comunidad estudiantil no solo en conocimientos y habilidades matemáticas, sino también en una comprensión de las interconexiones entre diversas disciplinas, el impacto de la tecnología en la sociedad, las realidades sociales, su compromiso ciudadano y su conciencia respecto a la sustentabilidad del planeta que habita. Es por esto que se debe considerar la integración de ejes transversales a lo largo del Programa de Estudios de Matemáticas I a IV, a través de dimensiones cruciales como lo son: **la transversalidad de la materia con otras disciplinas, el conocimiento y aplicación de la tecnología, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía y la sustentabilidad,** ya que estos, además de enriquecer el contenido académico, contribuyen a la formación de ciudadanos críticos y responsables en un mundo cada vez más interconectado y complejo.

La transversalidad de la materia con otras disciplinas:

El mundo real se caracteriza por su complejidad, donde los problemas a los que nos enfrentamos no pueden abordarse de manera aislada. En este sentido, la materia de Matemáticas I a IV tiene una dimensión significativa al haber sido diseñada e integrada de manera transversal con otras disciplinas. Esta conexión no solamente contribuye a la comprensión de conceptos matemáticos, sino que también demuestra su aplicación práctica en diversos campos del conocimiento.

La interacción entre las matemáticas y otras disciplinas proporciona al estudiantado la oportunidad de contextualizar el aprendizaje, dando muestra de cómo los conocimientos matemáticos son fundamentales en situaciones del mundo real. Al vincular la materia con otras de diferentes áreas (ciencias sociales, experimentales, tecnología, humanidades), nuestra comunidad estudiantil será capaz de desarrollar una visión integral del conocimiento, identificando la interdependencia y la complementariedad de diversas disciplinas.

Además de integrar estas ventajas desde el punto de vista académico, la transversalidad también promueve el desarrollo de habilidades transferibles[1], pues los estudiantes no solo adquieren destrezas matemáticas, sino que se promueve el desarrollo del pensamiento crítico y del razonamiento lógico, así como la capacidad para la resolución de problemas, entre otras que son esenciales en cualquier ámbito.

Por otro lado, la transversalidad de las matemáticas con otras disciplinas contribuye a la motivación y el compromiso estudiantil al mostrarle la relevancia de esta materia en áreas que le interesen personalmente, así como la manera en la que se vincula con temas emergentes de la sociedad actual.

En este contexto, es crucial subrayar la importancia de incluir la transversalidad en las actividades a desarrollar en el aula, pues esta integración no siempre ocurre de manera natural, sino que debe ser una consideración intencional al elaborar estrategias, secuencias y actividades académicas. En este sentido las y los docentes deberán considerar la planificación, el diseño y el uso de estrategias que permitan la interacción transversal de diferentes disciplinas. Cuando esta interacción se hace de manera consciente y estructurada, no solo favorece el proceso educativo, sino que también contribuye a la formación de personas más preparadas para enfrentar los complejos desafíos del mundo contemporáneo.

El conocimiento y aplicación de la tecnología:

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) son las herramientas y recursos tecnológicos que facilitan la adquisición, almacenamiento, procesamiento y transmisión de información. Estas tecnologías incluyen dispositivos como computadoras, tabletas, teléfonos inteligentes, así como software, aplicaciones y recursos en línea que permiten la comunicación y el acceso a la información.

---

[1] Las *habilidades transferibles* son aquellas que se necesitan para adaptarse a diversos contextos de la vida y que las personas pueden potencialmente transferir a diferentes entornos sociales, culturales o laborales. Incluyen habilidades cognitivas, sociales y emocionales, y su desarrollo permite que niños, niñas y adolescentes sigan aprendiendo a lo largo de la vida y se conviertan en ciudadanos activos con capacidad de llevar adelante sus propios proyectos de vida. Operan de manera coordinada con las otras habilidades -fundamentales, digitales y específicas para el trabajo- y contribuyen a que estas se conecten y refuercen mutuamente (Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (UNICEF), 2022, pág. 3).

Por otro lado, las Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento (TAC) forman parte de las TIC, pero enfocadas al uso educativo de la tecnología, con el propósito de promover aprendizajes específicos y facilitar la construcción de conocimientos. Las TAC ofrecen posibilidades para promover aprendizajes que de otra manera serían complejos o prácticamente imposibles de plantear al estudiantado, permitiendo la experimentación, la reflexión conceptual y la construcción de conocimiento.

El Colegio busca una formación tanto en c*ultura básica* como *propedéutica para estudios posteriores.* Ambas se verán fortalecidas con el uso adecuado de estas tecnologías, mediante su integración ética y responsable, lo que impactará de positivamente en el alumnado a lo largo de su trayectoria en el bachillerato, incrementando sus conocimientos y habilidades para la búsqueda de información relevante, entre otros aspectos. Al hacerlo, los beneficios se extrapolarán a otras materias, preparando al estudiantado para un uso efectivo y ético de la tecnología.

En Matemáticas I a IV, muchos de los aprendizajes que se atienden son abstractos, su abordaje y construcción puede enriquecerse con estrategias potenciadas con el uso de tecnología, por lo que se sugiere su uso como una herramienta para validar, explorar, analizar y sintetizar procesos e información que favorecen la adquisición y creación de conocimiento, contribuir a la comprensión de conceptos, la transición entre representaciones, el análisis de datos, la modelación de contextos de problemas, la comprobación de resultados, optimizando el tiempo de trabajo en el aula y fuera de ella.

La perspectiva de género:

La presencia de la Perspectiva de Género (PEG) en los Programas de Estudio de Matemáticas I a IV no se incluye en aprendizajes directamente relacionados de manera curricular, pero sí se manifiesta en cada faceta del entorno educativo. Desde el aula hasta las actividades propuestas por la o el docente dentro y fuera de ella, la PEG permea en el ambiente de aprendizaje, promoviendo una construcción activa de conocimientos y saberes.

La integración de la PEG no se limita al análisis del impacto del género en la Matemática, sino que va más allá, facilitando el desarrollo de valores y actitudes que enriquecen la formación académica y contribuyen al perfil de egreso de nuestra institución. Este enfoque estratégico de formar nuevas generaciones con una propuesta educativa que contemple esta perspectiva se traduce en el compromiso de avanzar hacia una sociedad más igualitaria, justa y libre de violencia de género.

Como se mencionó anteriormente, se reconoce que la materia no mantiene una relación explícita con la perspectiva de género, siendo más bien una asignatura de *aporte potencial*[2]. Por consiguiente, es factible incorporar elementos que, al mismo tiempo que faciliten el logro de los objetivos académicos, posibiliten el desarrollo de conocimientos, habilidades, actitudes y valores vinculados con la PEG.

En concordancia con esto, se sugiere que las actividades propuestas por la comunidad docente, tanto dentro como fuera del aula, integren esta perspectiva para alcanzar una educación completa. Esto implica no solo integrar ejemplos y contextos que reflejen la diversidad de contribuciones y experiencias de mujeres en el ámbito de las matemáticas, sino también crear un ambiente donde se reconozca y fomente el respeto a las diversas identidades de género. De esta manera, la PEG se convierte en un elemento intrínseco del proceso educativo, modelando no solo el contenido, sino también las actitudes y valores que guían el aprendizaje y la interacción en el aula.

Al involucrar la Perspectiva de Género en los Programas de Estudio de Matemáticas I a IV, se busca transformar la educación matemática en un espacio reflexivo y equitativo, abordando aspectos clave para promover una enseñanza más inclusiva. Este enfoque no solo enriquecerá la comprensión de la comunidad estudiantil acerca de la relación entre el género y la disciplina matemática, sino que también contribuirá a la formación integral de personas conscientes de las dinámicas de género en la sociedad actual, promoviendo la igualdad de género y respetando las diversidades sexogénericas, mientras que se fomentan la empatía, el pensamiento crítico y la ciudadanía activa en una sociedad diversa y en constante evolución, esto alineado con el cumplimiento de los Derechos Humanos al promover la no discriminación. Estos aspectos fundamentales para una educación inclusiva y equitativa contribuyen a la construcción de un ambiente educativo donde cada estudiante se sienta valorado y respetado independientemente de su identidad de género.

La formación para la ciudadanía:

El CCH se interesa no sólo en la capacitación utilitaria de futuros profesionales, sino también en trascender más allá de la mera acumulación de conocimientos. Nuestra atención se centra en la *formación ciudadana* de la comunidad estudiantil, con el objetivo de cultivar individuos críticos, reflexivos, tolerantes, solidarios y comprometidos con su entorno. En concordancia con las ideas de García Reyes (2018), se busca

[2] Aporte potencial: Son asignaturas, módulos o actividades académicas cuyo contenido académico no guarda relación explícita con la perspectiva o igualdad de género; sin embargo, puede recurrirse a un tópico asociado a éstas que facilite el logro de los objetivos de aprendizaje en la asignatura y, al mismo tiempo, permita desarrollar algún conocimiento, habilidad, actitud y valor vinculado con la perspectiva o con la igualdad de género (CUAIEED-CIGU, 2022, pág. 28).

que nuestros estudiantes se distingan por poseer actitudes, destrezas, comportamientos y habilidades que fomenten el respeto hacia los demás.

Esta formación ciudadana busca situar al estudiante en un contexto que le facilite comprender y valorar su entorno, así como discernir los derechos y responsabilidades inherentes al ejercicio de la ciudadanía. Asimismo, se promueve la vida democrática desde una perspectiva multicultural, alentando la toma de decisiones responsables y comprometidas con su contexto.

Considerando lo anterior, la materia de Matemáticas es de aporte potencial para este eje, es su carácter de herramienta fundamental para el desarrollo de la sociedad permite que se le utilice en diversos ámbitos, como la ciencia, la tecnología, la ingeniería, la economía, la administración, la salud, la educación, etc., lo cual constituye una oportunidad para enriquecer la comprensión del papel de la Matemática en la civilización, cómo puede contribuir a su desarrollo armónico, y como mencionan Tedesco, Opperti y Amadio (2013) *a la construcción de un mundo en donde vivir juntos de la mejor manera posible.*

Es importante señalar que solamente ceñirse a una propuesta curricular donde se enlistan contenidos actitudinales puede provocar la memorización de ideas, que quedan obsoletas y sin llegar a su concreción en el proceso de enseñanza aprendizaje. Para evitar esto, se propone contribuir a la construcción de ciudadanía mediante las relaciones cotidianas, a través de la implementación de un ambiente de aprendizaje en el que se promueva el respeto, la colaboración, la resolución de conflictos a través del diálogo, la autorregulación de emociones, el debate argumentado, el reconocimiento de la pluralidad, la honestidad, el respeto a los demás, la construcción tanto de opiniones propias como consensos responsables y fundamentados que permitan, entre otras cosas, distinguir lo falso de lo verdadero, lo justo de lo injusto y rechazar la violencia y el abuso.

Por lo antes expuesto, la *formación ciudadana* incide en el desarrollo personal del alumnado, así como en el perfil de egreso del Colegio, al generar un pensamiento crítico, una actitud participativa en los asuntos que conciernen a la comunidad de la que forman parte, así como a entender y respetar la diversidad en todos sus aspectos. Se sugiere al docente repensar y seguir actualizando estrategias que contribuyan a la aportación de la matemática en este eje.

La sustentabilidad:

En la actualidad ha tomado auge el tema de la sustentabilidad, la cual se define como la capacidad de satisfacer las necesidades de la sociedad actual sin afectar las necesidades de las generaciones futuras (Larrouyet, M. C., 2015). La UNAM como la gran institución que es en la formación de agentes de cambio, reconoce el enorme potencial que tiene para apoyar a la sociedad en la transición hacia la sustentabilidad, por lo que busca integrar este tema en los procesos de formación para cumplir con la responsabilidad social y ambiental que le impone su condición de institución pública.

En la materia Matemáticas I a IV se plantea la integración de la noción de sustentabilidad a través del planteamiento de problemas y ejercicios que involucren situaciones que permitan el análisis y la concientización de las grandes problemáticas que existen o se predicen para un futuro cercano como la contaminación, el calentamiento global, la escasez de agua, la sobrepoblación y la falta de alimentos, entre otras. Además, se puede plantear como trabajo final de cada semestre el desarrollo de proyectos que tengan que ver con este eje transversal y que se pueda modelar o resolver de manera creativa empleando algunas de las herramientas matemáticas abordadas en la materia. Para esto, se pueden analizar datos del Programa de Estaciones Meteorológicas del Bachillerato Universitario (PEMBU), Estaciones de Monitoreo Meteorológico de la CDMX, INEGI, UNESCO, entre otras.

Se debe hacer conciencia entre el alumnado que los problemas de sustentabilidad no solamente son de carácter global, sino que de manera local, se pueden impulsar actos concretos que contribuyan a disminuir el impacto de la contaminación ambiental desde la escuela con acciones sencillas como mantener los espacios limpios, minimizar el empleo excesivo de plásticos de un solo uso, cuidar el agua y la vegetación, el ahorro de energía y promover el uso del transporte sostenible para ir de la casa a la escuela.

La integración de estos ejes no solo responde a una demanda de actualización, sino que refleja la visión de la formación integral que ha caracterizado al Colegio, de tal forma que contribuye al perfil de egreso, al formar alumnas y alumnos conscientes, comprometidos y capaces de abordar los retos de una sociedad en constante evolución.

El Colegio se distingue entre otras cosas por formar a su alumnado para que esté en condiciones de aprovechar y utilizar cada oportunidad que se le presente, de actualizar, profundizar y enriquecer ese primer saber y hacer frente a un mundo en permanente cambio (aprender a aprender), para poder influir sobre su propio entorno (aprender a hacer), promover el desarrollo de un ser sensible, con un sentido estético, creativo, transformador, responsable, solidario, tratando de lograr el despliegue completo de la condición humana en toda su riqueza y en la complejidad de sus expresiones y de sus compromisos (aprender a ser). Una educación que permita al individuo la posibilidad de transformación estructural de la sociedad y no solo la posibilidad de modificar actitudes individuales frente al entorno.

En el anterior contexto, el centro de los Programas de Estudio de Matemáticas son los aprendizajes del alumnado, donde los saberes se construyen, sus conceptos y métodos surgen de un proceso ligado a la *resolución de problemas*, actividad fundamental para lograr un ser analítico, lógico y crítico, donde se pone de manifiesto la comunicación y el diálogo en un ambiente de aprendizaje.

Los aprendizajes esenciales en los programas de Matemáticas I-IV quedan comprendidos en cinco ejes del desarrollo temático a lo largo de los cuatro primeros semestres: Álgebra, Geometría Euclidiana, Geometría Analítica, Trigonometría y Funciones.

1. Ubicación de la materia de Matemáticas I-IV en el marco del mapa curricular.

Área: Matemáticas

Asignaturas: Matemáticas I, Matemáticas II, Matemáticas III y Matemáticas IV.

Optativas: Probabilidad y Estadística I, Probabilidad y Estadística II, Cálculo I, Cálculo II, Cibernética y Computación I y Cibernética y Computación II.

Mapa Curricular del Plan de Estudios 2016

Semestre	Materias					
Primer	Matemáticas I	Taller de cómputo	Química I	Historia universal moderna y contemporánea I	Taller de lectura, redacción e iniciación a la investigación documental I	Inglés I Francés I
Segundo	Matemáticas II	Taller de cómputo	Química II	Historia universal moderna y contemporánea II	Taller de lectura, redacción e iniciación a la investigación documental II	Inglés II Francés II
Tercer	Matemáticas III	Física I	Biología I	Historia de México I	Taller de lectura, redacción e iniciación a la investigación documental III	Ingés III Francés III
Cuarto	Matemáticas IV	Física II	Biología II	Historia de México II	Taller de lectura, redacción e iniciación a la investigación documental IV	Ingés IV Francés IV
Quinto	Optativa	Filosofía I	Optativa	Optativa	Optativa	Optativa
Sexto	Optativa	Filosofía II	Optativa	Optativa	Optativa	Optativa

La materia de Matemáticas I-IV se ubica en el Área de Matemáticas, comprende cuatro asignaturas, de carácter obligatorio, cubriendo semestralmente un total de ochenta horas de clase cada una. Esencialmente contempla dos funciones para el estudiantado, la apropiación de una cultura básica y una formación propedéutica a estudios posteriores.

Contribuye a la concepción del Área, al proporcionar para su estudio conceptos y procedimientos, que son sustento indispensable de otros más especializados, tanto al interior de la propia Matemática como ubicados en otros campos del saber. Proporciona conocimientos para comprender y afrontar con mejores recursos diversas situaciones, de carácter científico y de la vida cotidiana.

Fortalece el *pensamiento matemático* al promover en el estudiantado el desarrollo de diversas habilidades intelectuales y estrategias, entre las que se encuentran, comprender, utilizar e incluso construir, relaciones de cantidad y de formas espaciales, manejar diversos recursos para resolver problemas; posibilita el uso de diversas representaciones, el establecimiento de conexiones, la adquisición de formas de razonamiento, y enfatiza la necesidad de argumentar afirmaciones y de comunicar sus resultados.

Los cursos obligatorios de los cuatro primeros semestres se conciben como una unidad básica, cuya lógica de organización de contenidos responde a dos aspectos fundamentales: por un lado, interesa resaltar la unidad metodológica y conceptual de las matemáticas; y, por otro, responder a las necesidades didácticas de maduración paulatina de estructuras de pensamiento en el estudiantado para lograr la adquisición cabal del conocimiento.

El contenido del programa se estructura en Ejes Temáticos que se van desplegando a lo largo de las cuatro asignaturas obligatorias, de manera que un contenido dado se retoma posteriormente para ampliarlo y profundizarlo progresivamente, poniendo de manifiesto el proceso de construcción de los conceptos y procedimientos matemáticos, pero cuidando y propiciando a la vez el avance del conocimiento a partir de la actividad del estudiantado, que desarrolla una disposición y forma de pensar en las que constantemente analiza y caracteriza diferentes tipos de relaciones, plantea conjeturas, utiliza distintos sistemas de representación, identifica similitudes y diferencias, reconoce patrones de comportamiento, establece conexiones, emplea varios argumentos y comunica resultados.

Aporta métodos de trabajo que buscan la sistematización del conocimiento, que, al ser adquiridos por el estudiantado, dimensionan su valor funcional como herramienta, actual y potencial, tanto para la ciencia como para la vida diaria. Conocimientos que dan sustento a habilidades intelectuales, que conforman la capacidad de construir interpretaciones de la realidad, y que pasan a formar parte indispensable de la cultura, al fortalecer la actitud y el desarrollo ordenado de la capacidad de razonamiento.

La materia es adecuada para promover una enseñanza de la matemática que cubra la cultura básica, pero también para fomentar la consolidación de los valores y destrezas que aportan al individuo habilidades para desenvolverse en la vida actual y apoyen el desarrollo de su pensamiento crítico. Una enseñanza de la matemática que reconozca al estudiantado en sus potencialidades cognitivas, afectivas y estéticas, que colabore en la con-formación de la persona como nivel superior del desarrollo psicológico y sociocultural.

Crea puentes para que el estudiantado comprenda la importancia de tener un dominio de cada asignatura en su formación escolar. Es fundamental en el diseño y aplicación de estrategias didácticas que conllevan a un aprendizaje interdisciplinario y contribuye a utilizar los medios que proporcionan las TIC y las TAC, elementos indispensables para lograr una verdadera transversalidad.

Su desarrollo fomenta el análisis, la reflexión, el diálogo y la argumentación como herramientas que conducen a la relación sujeto-sujeto, donde el alumnado y el profesorado se rigen en la perspectiva de la inclusión, el respeto hacia todas las personas, a su sexualidad, identidad de género y hacia la naturaleza, como expresión potencial de una ciudadanía útil y comprometida con el mejoramiento de la vida en colectivo, de la comunidad y del país.

2. Enfoque disciplinario y didáctico

Enfoque disciplinario

La enseñanza de la matemática en el Colegio debe atender sus principios educativos: aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser. Esto significa que el alumnado necesita desarrollar habilidades para continuar aprendiendo por su propia cuenta, analizar, interpretar y transformar el mundo que le rodea, al tiempo que desarrolla valores como la solidaridad, la honestidad, la tolerancia, la equidad y el respeto a los demás.

Para ello, el estudiantado necesita experimentar ambientes de aprendizaje centrados en su propia actividad, en los que se enfatice la comprensión de una problemática determinada, la propuesta de soluciones, la implementación de dichas propuestas y la interpretación de los resultados en un entorno colaborativo, en el que todos se esfuerzan colectivamente por mejorar.

En ese sentido es importante considerar que en el CCH la matemática se concibe como una disciplina que:

a) *Posee un carácter dual*: es tanto una ciencia como una herramienta. Como ciencia, su estudio admite titubeos, conjeturas y aproximaciones, al igual que rigor, exactitud y formalidad; Como herramienta, constituye un poderoso instrumento que contribuye con técnicas, procedimientos, métodos y teorías a la obtención de conocimientos y sus aplicaciones en diversos campos del saber, tanto humanístico como científico y tecnológico.

   En el aula, es posible promover esta visión planteando situaciones de aprendizaje en las que el estudiantado perciba la necesidad de detectar patrones, establecer relaciones, operar aritmética, algebraica o geométricamente, así como elaborar conjeturas y argumentar de manera rigurosa. También puede ser útil recurrir al desarrollo histórico de la matemática, mostrando cómo la disciplina se ha construido en respuesta a necesidades e inquietudes que surgen dentro de un determinado contexto histórico social, avanzando, precisamente, a través de titubeos y conjeturas que posteriormente son dotadas de rigor y formalidad.

b) *Manifiesta una gran unidad*. La matemática cuenta con una diversidad de ramas y especialidades, entre las que podemos contar la aritmética, la geometría, el álgebra o el análisis funcional, y no son pocos sus vínculos con otras disciplinas como la física o la química. Sin embargo, existe la percepción errónea de que estas ramas se encuentran aisladas unas de otras: por ello es necesario que el alumnado observe los vínculos entre ellas, cómo se complementan y posibilitan el análisis de objetos y problemáticas desde distintos ángulos.

Esto es importante, por lo menos, por dos razones: la primera, es en esa riqueza de relaciones en donde reside buena parte del potencial de la disciplina; y segunda, se sabe que el establecimiento de este tipo de conexiones contribuye al desarrollo de aprendizajes significativos.

c) *Es un lenguaje* con un conjunto de simbologías propias, bien estructuradas, sujetas a reglas específicas, con las que es posible establecer representaciones de distinto nivel de generalidad sobre características, propiedades, relaciones y comportamientos. Ello contribuye a avanzar en su construcción como ciencia y a extender el potencial de sus aplicaciones.

Estas ideas llevan a la necesidad de dejar atrás diversas nociones tradicionales en cuanto a la enseñanza de la matemática: en lugar de una clase en la que las y los docentes fungen como poseedores de conocimientos que alumnos y alumnas deben recibir pasivamente, es necesario que el estudiantado se convierta en el actor central: jóvenes que participan activamente en la construcción de sus propios conocimientos. Así, la labor del profesorado de matemática en el CCH implica el diseño y la generación de un ambiente de aprendizaje en el que florezca este protagonismo estudiantil y su actividad generadora de conocimientos y habilidades diversas de las que se pueden mencionar: razonamiento, reflexión, análisis, manejo de tecnologías, entre otras.

Enfoque Didáctico

El enfoque didáctico que se propone en el Colegio tiene como columna vertebral la resolución de problemas: utilizar situaciones problemáticas cuidadosamente seleccionadas que resulten intelectualmente estimulantes para el estudiantado y le inviten a reflexionar. Se puede trabajar con: i) problemas del mundo real, para su modelización; ii) problemas hipotéticos, que consideran contextos reales, pero con datos que no son obtenidos de la realidad; iii) problemas matemáticos, que son en el ámbito puramente matemático (Barrera Mora y Santos Trigo, 2002).

Las y los docentes deben tener presente que, para que el alumnado pueda abordar las actividades, necesita adquirir ciertos conocimientos y desarrollar determinadas habilidades mínimas, que le permitan comprender el problema en cuestión, sugerir y discutir propuestas de solución, individual y colectivamente, y llegar a resolverlo.

Este enfoque puede ser útil en la formación de ciudadanos responsables y que participan en el desarrollo de la sociedad. Se sabe que la solución de problemas y la modelización ayudan a entender mejor el mundo y apoyan el aprendizaje matemático; además fomentan una adecuada visión de la

Matemática (Blum, 2011; Kaiser, 2018). Más aún: puede promover el trabajo grupal, el diálogo entre pares y entre profesorado y alumnado, apoyar la construcción de vínculos fomentando el trabajo en equipo, la solidaridad y la aceptación de la corresponsabilidad en el proceso educativo, donde unos aprenden de otros, favoreciendo el desarrollo de habilidades para aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser.

Ahora bien, considerar la resolución de problemas como metodología didáctica, no con-siste simplemente en enfatizar esta actividad para dar "sentido" a una serie de conceptos y métodos que son previamente expuestos por las y los docentes: éstos deben surgir como necesidad en la etapa de com-prensión de situaciones problemáticas, su solución y su generalización.

No debe suponerse que el estudiantado ya es capaz de re-solver problemas. Muchos abordan esta actividad en forma caótica y con descuido, por lo que, aparte de ser una meto-dología didáctica, la resolución de problemas debe contemplarse como objeto de aprendizaje: el alumnado necesita desarrollar herramientas de resolución de problemas, lo cual debe recibir atención en el aula; al respecto puede ser conveniente que los y las docentes proporcionen ayudas para que sus alumnos y alumnas transiten en forma organizada y creativa por el proceso. Es-tas ayudas son contempladas por autores como Pólya y Schoenfeld como estrategias heurísticas.

Pólya considera que en la actividad de resolución de problemas, profesores y profesoras deben inducir al estudiantado a transitar por las siguientes etapas:

a) Comprensión del problema. Mediante preguntas como: ¿cuáles son los datos?, ¿cuáles son las incóg-nitas?, ¿qué condiciones se deben satisfacer entre datos e incógnitas?, ¿es posible que estas condiciones se puedan satisfacer?

b) Trazar un plan. Mediante preguntas y sugerencias como: ¿puede reducir el presente problema a uno que sabe resolver?; recurra a las definiciones para plantear el problema en términos más operativos; considere la condición en partes y observe la forma en que varía el elemento que se desea encontrar conforme a cada una de las partes y vea si esto le es útil para resolver el problema; trace un diagrama que ilustre las relaciones entre datos e incógnita y vea si esto le ayuda en la resolución del problema; considere casos particulares y vea si estos siguen un patrón; considere un problema análogo. Por ejemplo, en geometría: reduzca dimensiones; trace líneas auxiliares; considere casos extremos y vea cómo ajustar a las condiciones originales; ¿conoce algún resultado o método que le pueda ser útil en el presente problema?; considere qué datos son necesarios para encontrar lo buscado y vea si estos aparecen en el planteamiento del problema, si no, repita el procedimiento para el dato o datos no presentes, hasta que arribe a datos presentes en el problema.

c) Ejecución del plan. Sugiriendo el monitoreo del procedimiento escogido: justificando cada uno de los pasos, valorando el avance logrado a fin de seguir o cambiar de plan.

d) Retrospección. Con sugerencias como: reflexione sobre lo realizado y piense si el méto-do o la solución puede aplicarse en nuevos problemas; intente inventar otros problemas donde el procedimiento de solución sea el mismo; intente pensar en una situación práctica donde el problema pueda aplicarse; piense cómo el problema puede generalizarse.

Esta forma de proceder debe ser inducida primeramente con el plantea-miento de estas sugerencias y preguntas por parte del profesorado, hasta que alumnas y alumnos lo hagan de manera independiente.

Por su parte, Schoenfeld (1985) ha señalado que, aunque las recomendaciones de Pólya son ciertamente útiles, no son suficientes, y propone un estudio más profundo del proceso de resolución de problemas.

Consideraciones sobre el proceso de solución de problemas: comprensión, matematización, metacognición, creencias

Analizar dicho proceso requiere prestar atención a ciertos elementos. El primero de ellos, la *comprensión* matemática, lo define Duval (1999) afirmando que alguien comprende un objeto matemático cuando lo reconoce en al menos dos formas de representación (lenguaje natural, tabular, algebraico y gráfico) y puede hacer la transición entre ellas.

Un segundo elemento es la *matematización*: el proceso de llevar los datos de un contexto determinado al leguaje matemático.

El tercer elemento es la *metacognición* (el proceso por el que una persona razona acerca de su propio razonamiento). Este es fundamental en la resolución de problemas, y al igual que la modelización y la comprensión, deben recibir atención en el salón de clases.

Schoenfeld (1985), además, señala cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas:

i) **El dominio del conocimiento**, que se refiere a la importancia de la comprensión matemática y sus procedimientos;
ii) **Las estrategias cognitivas**, que incluyen métodos heurísticos como, descomponer el problema en casos simples, invertir el problema y dibujar diagramas, examinar problemas equivalentes y modificados;

iii) **Las estrategias metacognitivas**, relacionadas con el monitoreo empleado en la solución del problema, el entendimiento del problema, la consideración de varias formas posibles en la solución y la selección de una de ellas, el monitoreo del procedimiento y la decisión de cuando cambiarlo, la revisión del proceso de solución y, la importancia del trabajo colaborativo;

iv) **El sistema de creencias**, que se refiere a las ideas, muchas veces "erróneas" que el estudiantado tiene acerca de la matemática y la solución de problemas: que es una actividad solitaria, que existe una única forma de resolver un problema, que tiene poco que ver con el mundo real, entre otras.

El mismo Schoenfeld (1987) indica algunas técnicas para promover la metacognición del alumnado:

a) Videograbarles mientras trabajan, para hacer que se observen posteriormente y discutan su desempeño;
b) Realizar el trabajo en el aula como trabajan matemáticos y matemáticas;
c) Que las y los docentes modelen procesos heurísticos y metacognitivos;
d) Debates sobre problemas con la dirección de la profesora o profesor;
e) Resolución de problemas en pequeños grupos, donde unos aprendan de otros;
f) Apoyo con preguntas como: ¿qué estás haciendo exactamente? ¿puedes escribirlo con precisión? ¿Por qué lo haces? ¿Cómo encaja en la solución? ¿Cómo te ayuda?

Para Stillman (2011), desarrollar la metacognición en el estudiantado requiere que profesoras y profesores implementemos prácticas que motiven la reflexión, y no proporcionemos soluciones acabadas o definitivas. Además, es necesario identificar las dificultades que enfrenta el alumnado, mismas que pueden producir bloqueos en el proceso; estas pueden ser ocasionadas por falta de reflexión, por conocimientos incompletos o incorrectos o requerir la modificación de esquemas.

Las observaciones anteriores se presentan buscando que los profesores reflexionen acerca de los supuestos teóricos y perciban la necesidad de profundizar el estudio y la investigación de la pedagogía en resolución de problemas.

El uso de tecnología

La tecnología puede constituir una poderosa herramienta para lograr aprendizajes con comprensión en matemáticas; si está disponible, es conveniente emplearla. Sin embargo, es importante que no termine siendo un mero sustituto del pizarrón, en un ambiente tradicional donde el profesor o profesora expone y el alumnado atiende. Se requiere, en cambio, que su uso lleve a la reflexión, al planteamiento de conjeturas, a la detección de patrones, a la eficientización de procesos mecánicos, y que sea el propio estudiantado quien trabaje con ella, desarrollando y ejercitando dichas habilidades (entre muchas otras) en un contexto de resolución de problemas. En nuestros días, el fácil acceso a distintas aplicaciones (que incluyen software libre como GeoGebra, MathCityMap, PhotoMath,...), puede y debería aprovecharse para enriquecer las clases de matemáticas en el Colegio.

Referencias

Barrera-Mora, F., Santos Trigo, L.M., (2002) Fascículo II.1: Cualidades y Procesos Matemáticos Importantes e la Resolución de Problemas: Un caso Hipotético de Suministro de Medicamento, Vol. 2 de la Serie Matemáticas Aplicadas y su Enseñanza, Grupo Editorial Iberoamérica - Sociedad Matemática Mexicana.

Blum, W. (2011). Can modeling be taught and learnt? Some answers from empirical research. en G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modeling* (pp. 15–30). New York, NY: Springer.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* Universidad del Valle y Peter Lang S. A. Trad. Myriam Vega Restrepo, 1999. Santiago de Cali, Colombia.

Goos, M. (1998). 'I don't know if I'm doing it right or I'm doing it wrong!' Unresolved uncertainty in the collaborative learning of mathematics. In C. Kanes, M. Goos, & E. Warren (Eds.), *Teaching mathematics in new times. (Proceedings of the twenty-first annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* (Vol. 1, pp. 225–232). Gold Coast: MERGA.

Kaiser, G. (2018). The teaching and Learning of mathematical modeling. en Jinfa Cai Editor. *Compendium for research in mathematics education* (pp. 267-291). USA: Jinfa Cai.

Polya, G. (2011). *Cómo plantear y resolver problemas.* México: Trillas.

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical problem solving. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A. (1987). *What's all the fuss about metacognition?* In A. H. Schoenfeld (Ed.), Cognitive science and mathematics education (pp.1-31). Hillsdale, NJ.: Lawrence Erlbaum.

Stillman, G. (2011). Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modeling tasks at secondary school. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modeling: ICTMA14* (pp. 165–180). Dordrecht, The Netherlands: Springer.

3. Concreción en la Materia de los principios del Modelo Educativo del Colegio

El Modelo Educativo del Colegio de Ciencias y Humanidades se ha destacado por ser diferente e innovador, sus principios de aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser han sido el pilar de las acciones que se llevan a cabo en el proceso de enseñanza aprendizaje, de esta forma se propicia que el alumnado sea sujeto responsable de su propio aprendizaje, por ello, es necesario comprender cómo estos principios se concretan en la materia de Matemáticas.

Aprender a aprender

En el Colegio se busca dotar al alumnado de un pensamiento matemático, más allá de ser un simple repetidor de contenidos o conocimientos memorísticos y enciclopédicos, que sea autónomo y se responsabilice de su propio aprendizaje.

Bajo esa concepción, la matemática en el Colegio privilegia la resolución de problemas, se busca que el alumnado haga conjeturas, establezca conexiones, utilice diversas representaciones, analice, sintetice, intente procedimientos diversos para encontrar la soluciones, investigue en distintas fuentes, trabaje en equipo y en grupo, discuta y argumente las diferentes alternativas para la solución a un problema, comunique de manera oral y/o escrita sus resultados con el rigor matemático que se requiere a nivel bachillerato.

La materia desarrolla habilidades de pensamiento que permiten al estudiantado adquirir por cuenta propia nuevos conocimientos, analizar e interpretar el mundo que los rodea.

Aprender a hacer

El estudiantado utiliza conceptos y procedimientos, opera con estructuras, numerales y símbolos, combinando reglas y estrategias, estima resultados posibles, percibe relaciones, distingue lo relevante de lo irrelevante, lo común de lo diferente, invierte una secuencia de operaciones o proceso de pensamiento, resuelve problemas utilizando diferentes heurísticas para llegar a la solución, percibe esquemas geométricos en otros más complejos y desarrolla una visión espacial. A la vez que va adquiriendo habilidades en el uso de tecnologías digitales.

Aprender a ser

El alumnado, en la resolución de problemas, comprende la importancia de aplicar la matemática con un sentido humanista, con valores éticos y morales, responsabilizándose de sus resultados y lo que ello implica en la ecología social, respetando las leyes y reglamentos vigentes. Integrando la matemática como un conjunto de conocimientos del que forman parte otras disciplinas, se fomenta en el estudiantado una visión más general en donde la matemática es otra más de las ciencias y herramientas que coadyuvan en el mejoramiento del mundo en su conjunto. Valora la importancia de la tecnología como herramienta que contribuye al desarrollo de las matemáticas y de la ciencia en general y extiende a la práctica actitudes y valores en la utilización de ésta.

En términos generales, se pretende fomentar que el estudiantado utilice sus conocimientos previos, apliquen sus habilidades y destrezas, al tiempo que adquieran nuevas habilidades. Además, se busca promover la integridad ética, moral y cívica, que enaltece a la persona. El colegio busca una equidad de género, garantizando que el alumnado tenga igualdad de oportunidades y respeto en su desarrollo personal y académico.

4. Contribución de la materia de Matemáticas I-IV al Perfil del egreso

La creación del Colegio de Ciencias y Humanidades abrió un nuevo paradigma educativo basado en los principios de aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser, y en un enfoque pedagógico centrado en el estudiantado y su aprendizaje.

Ahora en el siglo XXI, el estudiantado enfrenta nuevos retos, tanto en el ámbito escolar como en su posterior inserción en actividades profesionales; en una sociedad de acelerado acceso a la información y creciente avance tecnológico, es necesario que el trabajo en el aula favorezca el desarrollo de habilidades que contribuyan a formar a un ser capaz de aprender por sí mismo, que logre un desarrollo integral que contribuya a su formación ciudadana, con una actitud crítica ante la realidad y una cultura básica que le capacite para estudios posteriores, al tiempo que construye valores como la solidaridad, la honestidad, la tolerancia, la equidad social, de género, económica, ambiental, entre otros, y el respeto a los demás.

La materia de Matemáticas I-IV, como uno de los pilares principales en la formación del estudiantado, contribuye al perfil de egreso esté preparado para:

- Aplicar y adaptar una variedad de estrategias heurísticas para resolver problemas.
- Utilizar su conocimiento matemático: álgebra, geometría euclidiana, geometría analítica, trigonometría y funciones en la resolución de problemas en contextos que lo requieran.
- Valorar y apreciar la resolución de problemas como metodología generadora de conocimiento.
- Utilizar diversas formas de razonamiento de tipo analógico, inductivo y deductivo y ser consciente de la certidumbre e incertidumbre de los resultados de estos.
- Elaborar conjeturas, construir argumentos de forma oral y escrita para validar o refutar los de terceros, en un ambiente de tolerancia y respeto.

- Incorporar a su lenguaje y modos de sistematización y argumentación habituales, diversas formas de representación matemática (numérica, tabular, gráfica, geométrica y algebraica) para comunicar sus ideas y consolidar su pensamiento matemático.
- Utilizar las nuevas tecnologías para la búsqueda de información relevante y su sistematización.
- Utilizar las tecnologías digitales, de forma ética y responsable, para favorecer la adquisición y creación de conocimientos.
- Adquirir el hábito de la lectura y comprensión de textos científicos tanto escolares como de divulgación matemática, para aum entar su bagaje cultural y en consecuencia ampliar sus capacidades comunicativas.
- Valorar las aportaciones de las matemáticas en todos los campos del saber.
- Exponer y aplicar sus conocimientos matemáticos, en distintos contextos, con una autopercepción de seguridad.
- Valorar la dimensión tecnológica y científica de los conocimientos adquiridos.

La materia de Matemáticas I-IV junto con otras disciplinas contribuye a formar un alumnado que se inserte en la sociedad como un ser reflexivo y critico capaz de contribuir con sus conocimientos y capacidades a la búsqueda grupal de soluciones de diversos problemas de su ámbito escolar y social. Al integrar conocimientos, habilidades y valores, el estudiantado adquiere una perspectiva humanística y científica en la resolu ción de problemas vinculados con el medio ambiente, la sustentabilidad y la equidad en todas sus gamas.

5. Propósitos generales de la materia

Al concluir los cursos de Matemáticas I a IV, el alumnado será capaz de emplear una Cultura Básica que le facilite acceder a conocimientos más especializados y desenvolverse efectivamente en situaciones problemáticas de la vida cotidiana. Esto se alcanzará mediante el desarrollo de la capacidad de análisis-síntesis en la resolución de problemas y la comprensión de conceptos matemáticos, reflejando la congruencia con el Modelo Educativo del Colegio y sus principios, así como con la contribución del área al perfil de egreso.

Entendiéndose por cultura básica matemática el conjunto de conocimientos, habilidades intelectuales y destrezas que permitan el logro de lo anterior.

Particularmente, al finalizar la materia Matemáticas I-IV el alumnado será capaz de:

- Consolidar el pensamiento matemático con la perspectiva de generar sentido y actividad creativa en la resolución de problemas para el desarrollo de habilidades en álgebra, geometría euclidiana y trigonometría, ampliando el conocimiento algebraico con la inclusión del estudio de la geometría analítica al incorporar el lenguaje algebraico a las ideas geométricas, así como el estudio de funciones, para crear las bases de las asignaturas especializadas de quinto y sexto semestre.
- Desarrollar los pensamientos inductivo y deductivo, a través de actividades de exploración, verificación y justificación, empleando diferentes estrategias heurísticas, registros de representación y herramientas tecnológicas que tiene a su alcance, para incrementar sus formas de argumentación en la resolución de problemas.
- Manejar un lenguaje matemático apropiado para comunicar sus ideas de manera verbal y escrita, así como establecer conexiones entre diversos conceptos, procedimientos o métodos, permitiendo aplicar sus conocimientos en diversos contextos.
- Fomentar el trabajo en equipo como la forma de dinamizar la construcción del conocimiento en el contexto de la resolución de problemas, a través de la adquisición de actitudes y valores éticos, tales como la libre y consciente disposición al trabajo, la responsabilidad social compartida, el respeto a la expresión de las ideas y la estimulación de la conciencia solidaria.
- Promover la reivindicación de los valores de la matemática, frente a la deshumanización producida por la educación mecanicista, en la que la enseñanza de la matemática se reduce usualmente a aprender algoritmos carentes de significados, en lugar de promover la formación de un ser humano pensante y crítico, reconociendo sus potencialidades cognitivas, afectivas y estéticas, para la conformación de la persona a un nivel superior del desarrollo psicológico, cultural y social.

6. Panorama general de las unidades

	MATEMÁTICAS I	MATEMÁTICAS II	MATEMÁTICAS III	MATEMÁTICAS IV
UNIDAD 1	30 horas El significado de los números y sus operaciones básicas.	15 horas Ecuaciones cuadráticas.	15 horas Elementos de trigonometría.	25 horas Funciones polinomiales.
UNIDAD 2	15 horas Variación directamente proporcional y funciones lineales.	15 horas Funciones cuadráticas y aplicaciones.	10 horas Elementos básicos de geometría analítica.	15 horas Funciones racionales y funciones con radicales.
UNIDAD 3	15 horas Ecuaciones de primergrado con una incógnita.	25 horas elementos básicos de geometría plana.	20 horas La recta y su ecuación cartesiana.	20 horas Funciones exponenciales y logarítmicas.
UNIDAD 4	20 horas Sistemas de ecuaciones lineales.	25 horas Congruencia, semejanza y teorema de Pitágoras.	15 horas La parábola y su ecuación cartesiana.	20 horas Funciones trigonométricas.
UNIDAD 5			20 horas La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas	

7. Relación con el área y con otras asignaturas

La Orientación y Sentido del Área de Matemáticas, señala que, *en la epistemología actual, se imponen consideraciones interdisciplinarias que nos obligan a considerar el sistema científico como no lineal, sino como una espiral sin fin* (CCH, 2006, pág. 9). Este enfoque resalta la necesidad de comprender las múltiples interconexiones que existen entre sus elementos, es por ello que esta perspectiva interdisciplinaria tiene implicaciones significativas en el Modelo Educativo del Colegio, donde se busca proporcionar al estudiantado de herramientas intelectuales que les permita adquirir nuevos conocimientos y aplicarlos eficazmente en beneficio de la sociedad.

Es por esto que, se reconoce la importancia fundamental de las Matemáticas en el desarrollo científico, tecnológico y cultural de la sociedad actual, pues no se consideran solo como una disciplina aislada, sino como un componente esencial que permite la comprensión de las relaciones cuantitativas y las propiedades de los fenómenos naturales y sociales. Estas habilidades matemáticas se consideran esenciales para la formación del estudiantado en los primeros cuatro semestres de su trayectoria académica dentro del Colegio.

Históricamente, las Matemáticas han desempeñado un papel destacado tanto como "objeto de estudio" en sí mismas como un "instrumento de conocimiento", esto es, no solo se utilizan para analizar y predecir el comportamiento de fenómenos naturales y sociales, sino que también se han convertido en una herramienta trascendental que ha impulsado avances significativos en diversas disciplinas. Este impacto no se limita a la aplicación directa de conceptos y procedimientos matemáticos, sino que se extiende a la exportación de técnicas, métodos y enfoques de trabajo matemáticos a otros campos del conocimiento, contribuyendo así al avance global del saber. También ha mantenido una estrecha relación con otras disciplinas científicas a lo largo de la historia, y en la actualidad, esta conexión se ha intensificado aún más, especialmente en el ámbito de procesos tecnológicos.

En el proceso de formación del pensamiento matemático, se destaca la importancia de la interrelación entre los contextos en los que surgen y se aplican los conceptos matemáticos y la construcción de la teoría matemática en sí misma. Esto implica que el aprendizaje de las Matemáticas no se limita a la adquisición de conocimientos abstractos, sino que también se relaciona estrechamente con la aplicación práctica de esos conocimientos en situaciones concretas, muestra de esto, es su relación con la asignatura de **Taller de Cómputo,** la cual se vincula directamente en el uso de fórmulas y funciones en la hoja electrónica de cálculo, sin que su relación se acote a esta herramienta. De aquí la importancia de la materia de Matemát icas, debido a que desempeña, también, un papel fundamental en la preparación del estudiantado para abordar materias más avanzadas como **Cálculo I-II, Estadística y Probabilidad I-II y Cibernética y Computación I-II.**

Su relación con otras asignaturas del área:

Las asignaturas de Matemáticas I-IV, a través de sus cinco ejes temáticos, brindan una base sólida en álgebra, geometría euclidiana, trigonometría, geometría analítica y funciones y su modelación, aportando conceptos esenciales para comprender y aplicar el cálculo diferencial e integral. Al llegar a **Cálculo**, el estudiantado requiere de una comprensión profunda de las Matemáticas para abordar el estudio de procesos de variación y acumulación, problemas de límites, derivadas e integrales, pero, sobre todo debe de contar con habilidades de resolución de problemas, mismas que se han ido desarrollando desde su ingreso al Colegio y que servirán de base para que el estudiantado se apropie de los conceptos, técnic as y procedimientos propios de estas asignaturas.

Por otro lado, los conceptos matemáticos fundamentales de la materia se consolidan en **Estadística y Probabilidad** aportando una sólida comprensión de los conceptos numéricos, operaciones matemáticas y álgebra, necesarios para trabajar con datos, distribuciones y cálculos de probabilidad. Además, la capacidad de analizar y comprender datos se relaciona directamente con habilidades de resolución de problemas y razonamiento lógico desarrollado a lo largo de los cuatro semestres que le anteceden a esta materia.

Considerando que **Cibernética y Computación**, basan su desarrollo en la lógica y el pensamiento algorítmico, los antecedentes que le proporciona la materia de Matemáticas I-IV son fundamentales, pues la programación y la resolución de problemas computacionales requieren de habilidades disciplinarias tales como desarrollar algoritmos eficientes y comprender la lógica subyacente a ellos, que le permitirán al estudiantado, ab ordar problemas de manera estructurada y lógica, traducido a un lenguaje de programación.

De esta manera, queda en evidencia la interconexión que existe entre estas materias, y cómo forman una progresión natural que permite a nuestra comunidad estudiantil desarrollar una comprensión sólida y aplicable de las Matemáticas. Sin embargo, lo anterior no se limita al área, si no que permite a su vez, relacionar la disciplina con las otras áreas del conocimiento contempladas en las aportaciones al perfil de egreso del CCH.

Relación con otras áreas del conocimiento

La materia de Matemáticas I-IV, también guarda relación con las otras áreas del conocimiento, pues desde el surgimiento del Colegio se buscó la integración de estos, ante la necesidad de ofrecer al alumnado una educación sistemática, esencial y significativa y evitar así la presentación de contenidos fragmentados y sin sentido.

Al respecto, con el **área de Ciencias Experimentales**, se mantiene una estrecha relación, pues las Matemáticas proporcionan las herramientas necesarias para cuantificar y analizar fenómenos naturales en las ciencias experimentales, permitiendo la representación matemática de leyes y relaciones fundamentales. Además, las Matemáticas fomentan el desarrollo de habilidades de resolución de problemas, razonamiento lógico y abstracción, habilidades cruciales en la realización de experimentos y la interpretación de resultados en las disciplinas contenidas en dicha área. Finalmente, aunado a esto las Matemáticas sirven como un lenguaje universal que facilita la comunicación de conceptos científicos y la comprensión de fenómenos complejos en el ámbito de las Ciencias Experimentales.

La relación con el **área Histórico-Social** se encuentra en la capacidad del pensamiento matemático para contribuir al desarrollo de habilidades de razonamiento lógico, argumentación y resolución de problemas, que son esenciales en la comprensión y el análisis de la historia, así como en la evaluación de datos y evidencia histórica. Desde su concepción, el Colegio ha enfatizado la importancia de la interdisciplinariedad y la conexión entre las áreas académicas. En este contexto, las Matemáticas, al fomentar el pensamiento crítico y la capacidad de abstracción, preparan al estudiantado, para analizar eventos históricos, evaluar tendencias y patrones a lo largo del tiempo, y comprender las implicaciones socioeconómicas y políticas de estos. Esta habilidad para analizar datos y conceptos complejos es relevante tanto en el estudio de la historia como en la exploración de temas filosóficos, económicos, políticos y sociales, lo que subraya la importancia de estas asignaturas en la formación integral del estudiantado dentro del Colegio.

Al hablar del desarrollo de habilidades dentro de la materia, es necesario reconocer que el razonamiento crítico y la resolución de problemas, son habilidades que si bien se desarrollan en nuestras asignaturas, no se limitan a ellas, y es a través de estas habilidades que se establece la relación entre las **áreas de Talleres de Lenguaje y Comunicación** y Matemáticas, que buscan desarrollar habilidades de comunicación y pensamiento crítico entre el estudiantado, al fomentar la capacidad de abstracción, el pensamiento lógico y el pensamiento estructurado, contribuyen al desarrollo de una mente analítica y al razonamiento claro. Estas habilidades son transferibles a la comunicación efectiva y al análisis de textos literarios, ya que permiten a nuestro estudiantado comprender y desglosar conceptos complejos, argumentar de manera coherente y expresar sus ideas de manera concisa.

En consonancia con los propósitos del CCH, es evidente que las asignaturas de Matemáticas I-IV desempeñan un papel crucial en la formación integral del estudiantado. Esta relación se destaca a través de la interconexión con las áreas de Ciencias Experimentales, Histórico-Social y Talleres de Lenguaje y Comunicación. Las Matemáticas, al promover el razonamiento lógico, la resolución de problemas y la comunicación efectiva, contribuyen de manera significativa al desarrollo de habilidades esenciales en todas las áreas del conocimiento. La transversalidad de estas habilidades resulta fundamental para alcanzar el perfil de egreso que el propio Colegio se ha propuesto, que busca formar individuos capaces de abordar desafíos académicos y profesionales en una variedad de disciplinas. Esta relación interdisciplinaria fortalece la educación de nuestra institución al fomentar una comprensión más profunda e integral del conocimiento, lo que a su vez prepara a nuestra comunidad estudiantil para un mundo cada vez más interconectado y en constante evolución.

MATEMÁTICAS I

El curso de Matemáticas I está enfocado principalmente a la revisión y estudio de los conceptos básicos de aritmética y álgebra, como: los números y su significado; la ecuación de primer grado con una incógnita; sistema de ecuaciones lineales y sus procedimientos de solución; el tratamiento algebraico de la variación directamente proporcional y función lineal. Conceptos que serán profundizados y extendidos en los tres siguientes cursos del tronco común, sin descuidar la perspectiva de que éstos sirven de sustento y están relacionados con conceptos y procedimientos de los otros ejes temáticos. No se trata de incluir contenidos de estos temas por sí mismos, sino en función de una metodología propia y de la relación que éstos guardan con otras áreas de conocimiento (interdisciplinario), sin dejar de lado la perspectiva de género y la sustentabilidad.

En niveles escolares anteriores se ha trabajado con el tránsito de la Aritmética al Álgebra, en esta asignatura se retoma mediante la resolución de problemas atendiendo así a la complejidad cognitiva de este proceso.

En el curso se incluye una primera unidad centrada en dar sentido a los diferentes tipos de números; sus operaciones básicas y a la creación de sus referentes concretos en una actividad de resolución aritmética de problemas con estrategias que ayuden al desarrollo de la capacidad de análisis y síntesis, hasta llegar a la expresión algebraica de procedimientos generales de cálculo, recreando así un primer acercamiento al lenguaje algebraico.

En la segunda unidad, se inicia el estudio del concepto de función de manera intuitiva y problemáticas asociadas a él. El concepto de variación permite el estudio de las funciones y el manejo del plano cartesiano, entretejiéndolos con la búsqueda de representaciones (algebraica, tabular y gráfica) para estudiar diversas situaciones que involucran cambio. La construcción de modelos de variación se asocia con habilidades para explorar y visualizar patrones numéricos, gráficos o simbólicos y construir representaciones de funciones. Con relación a la recreación del lenguaje algebraico, la temática permite avanzar en su comprensión al introducir el significado de la literal como cantidad variable y la representación algebraica de la relación de dependencia entre dos variables.

En la tercera y cuarta unidad, se avanza en el significado de las expresiones algebraicas y su estatus como sistema de signos mediadores del pensamiento en la actividad de resolución de problemas. Es importante que se comprenda la riqueza de la estrategia algebraica que permite, al estudiantado, establecer relaciones entre cantidades conocidas y desconocidas, así como modelar diferentes situaciones y hacer las interpretaciones de las representaciones matemáticas a diversos contextos.

Más que la repetición interminable de ejercicios que aparentan responder a un desglose exhaustivo de casos se pretende que analice la estructura básica de ellos y vea cómo pasar de una situación nueva a otra que ya conoce.

La resolución de problemas como estrategia fundamental de aprendizaje permite revisar los contenidos a través de problemas de diversa índole, dando contextos a los conceptos y referentes que facilitan la compresión de los aprendizajes propuestos en las unidades del curso. Así también, esta estrategia es importante para enfocar actividades propias de las matemáticas y modelar fenómenos del mundo real, con ello se crean excelentes oportunidades para que los estudiantes puedan extraer conjeturas, reflexiones, generalizaciones y construir un entendimiento firme en matemáticas.

Propósitos del curso

Al finalizar el primer curso de Matemáticas I, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el estudiantado:

- Conoce y maneja algunas estrategias para la resolución de problemas.
- Da significado a los algoritmos de las operaciones básicas y el manejo de la jerarquía de las operaciones.
- Logra el tránsito de la aritmética al álgebra.
- Reconoce que la resolución algebraica de ecuaciones involucra un proceso que permite reducir una ecuación dada a otra más simple.
- Desarrolla su capacidad de transitar por distintos registros de representación: verbal, tabular, algebraico y gráfico.
- Resuelve problemas que dan lugar a una ecuación de primer grado con una incógnita, o un sistema de ecuaciones lineales.
- Utiliza las representaciones algebraicas, gráfica y tabular para estudiar fenómenos que involucran variación directamente proporcional y de tipo lineal.
- Utiliza las representaciones algebraica y gráfica para modelar situaciones con ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones.
- Es capaz de resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita y sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconoce cuando un sistema de ecuaciones es consistente o inconsistente.

La asignatura está organizada en cuatro unidades, como sigue:

Contenidos temáticos

Matemáticas I

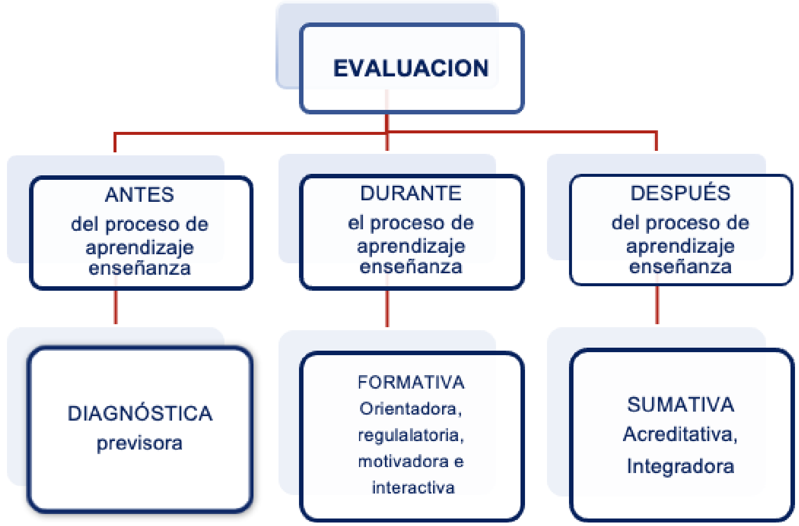
Unidad	**Nombre de la unidad**	**Horas**
1	El Significado de los números y sus operaciones básicas.	30
2	Variación directamente proporcional y funciones lineales.	15
3	Ecuaciones de primer grado con una incógnita.	15
4	Sistemas de ecuaciones lineales.	20

Evaluación

Es necesario considerar que la evaluación es el proceso de recolección y análisis de evidencias sobre el desarrollo y logro de los aprendizajes, y de todo lo que influye en ellos como el desempeño discente y docente, y la efectividad de las actividades y adecuación del ambiente, donde se fomenten valores como el respeto, la tolerancia, ética, empatía, honestidad.

Para lograrlo se requiere el uso de diferentes instrumentos tanto para la recolección de la información como para su análisis. Es importante destacar que la evaluación y la calificación son procesos diferentes con objetivos diametralmente opuestos, por lo que se vuelve importante destacar que el objetivo de la evaluación es conocer lo que sucede en nuestra aula y lograr la mejora de los aprendizajes a través de la retroalimentación la cuál atañe al estudiante como al mismo docente.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación, siempre con referencias y comentarios personales. Bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales) para recopilar la opinión de estudiantes sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades. Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. No se considera presentar ejemplos de estos instrumentos en el presente programa para evitar limitar la libertad docente, pero se pueden consultar en documentos como *Evaluación del y para el aprendizaje a distancia: Recomendaciones para docentes de educación media y superior* (CUAIEED, 2021).



Adaptada de: Jorba & Casella, 1997

Referencia

Jorba , J., & Casellas, E. (Edits.). (1997). *Estrategias y técnicas para la gestión social del aula. La regulación y la autoregulación de los aprendizajes* (Vol. 1). Madrid, España: Editorial Síntesis-Instituto de Ciencias de la Educación.

Unidad 1. El significado de los números y sus operaciones básicas

Presentación

En esta primera unidad del curso de Matemáticas I, se pretende que el alumnado comprenda el significado de los números y sus operaciones básicas, mediante el desarrollo de diferentes actividades en donde trabajará con los números naturales, enteros, racionales e irracionales, y comprenderá que los números reales están conformados por todos los anteriores.

Para el caso de los números racionales, se pretende que conozca sus diferentes representaciones y sean capaces de transitar entre cada una de éstas, ya sea en problemas de corte aritmético o en la resolución de problemas.

En las operaciones con números racionales en su forma de fracción, se busca que el alumnado utilice el concepto de fracción equivalente para realizar la suma o resta, y que sea capaz de comprender y en su caso deducir los algoritmos para estas operaciones.

En el caso del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor, se presenta como un aprendizaje aparte, no porque esté aislado de los demás, sino porque estos dos conceptos se pueden utilizar para que el alumnado resuelva problemas en donde tenga que; analizar la información y elegir el concepto y procedimiento adecuado para obtener la solución. El concepto de mínimo común múltiplo, también se podrá utilizar para reforzar los aprendizajes relacionados con la suma y resta con fracciones de diferente denominador.

Continuando con las fracciones, se pretende que el alumnado dé sentido a las operaciones de multiplicación, división, potenciación y radicación, mediante la solución de problemas que impliquen una sola operación, y posteriormente con otros que involucren más operaciones.

En esta unidad el alumnado también explora diversas situaciones que le permitan observar un patrón en un conjunto de números, observar la relación entre éstos y proponer otros más y, finalmente obtener la expresión que represente su generalidad.

Durante el desarrollo esta unidad se recomienda el proponer actividades que fomenten la participación del alumnado en forma individual, en equipo y grupal, con la guía de la o el docente, con el uso de tecnología en donde sea adecuado y, en un ambiente de tolerancia, respeto y equidad con perspectiva de género.

Unidad 1. El significado de los números y sus operaciones básicas

Propósito: Al finalizar la unidad el alumnado: Operará con los números reales y resolverá problemas aritméticos, aplicando algunas heurísticas para facilitar la comprensión, la búsqueda de un plan de resolución y su ejecución, con la finalidad de que se apropie de los conocimientos y habilidades básicas para iniciarse en el uso del lenguaje algebraico para expresar la generalidad (transición de la aritmética al álgebra).	Tiempo: 30 horas

Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Comprende el significado de los números naturales. Comprende el significado de los números enteros. Comprende el significado de los números racionales. Comprende el significado de los números irracionales. Comprende el significado de los números reales. Comprende y utiliza el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.	Significado de los números • Naturales N • Enteros Z • Racionales Q • Irracionales I • Reales R Mínimo común múltiplo (m.c.m), Máximo Común Divisor (M.C.D)	El estudiantado, con la guía del profesor, discute y argumenta acerca del significado de los números, y su surgimiento como una necesidad de expresar la medida de una magnitud a través de haber especificado una unidad de medida (no se trata de exponer el significado puramente matemático de lo que es un número sino a través de algunos de sus significados concretos). Retomar esta necesidad y aprovecharla para subrayar la transversalidad con historia y filosofía en actividades de geometría y operaciones básicas. El estudiantado realiza actividades en forma individual, por equipo o grupal, propuestas por el profesor, como por ejemplo plantear actividades de construcción y estimación: • La unidad cabe un número exacto de veces en la magnitud por medir (número natural). • La unidad no cabe un número exacto de veces, pero sí una subunidad (número racional en sus diferentes representaciones). • La unidad no cabe un número exacto de veces ni tampoco cualquier subunidad (número irracional), apoyado con construcciones utilizando software de geometría dinámica

		Para el significado de los números negativos, enfrentar al estudiantado con problemas que impliquen cantidades no absolutas, por ejemplo: temperaturas, pesos relativos, alturas, perdidas, ganancias que impliquen el establecimiento de un cero relativo. También se puede conceptualizar a los números negativos como la ausencia o falta de elementos, y al cero como la ausencia total de los mismos. El estudiantado, con la guía del profesorado, discute y argumenta para que comprenda que, para describir algunas características medibles de los objetos y fenómenos de su entorno, basta con el uso de los números naturales, enteros, racionales e irracionales, y que en su conjunto constituyen los números reales. El estudiantado se enfrenta a problemas que impliquen mínimo común múltiplo y máximo común divisor.
Usa correctamente las diversas representaciones de un número racional, en problemas aritméticos y en situaciones contextualizadas. Transita entre las diversas representaciones de un número racional, en problemas aritméticos y en situaciones contextualizadas.	Representaciones de un número racional y conversión entre sus equivalencias: • Fracción (parte de un todo). • Decimal, con y sin periodo. • Porcentaje. • Representación gráfica	El estudiantado con la guía del profesorado analiza y resuelve problemas que involucren el uso de números en sus diferentes representaciones, por ejemplo: decimal, porcentaje, fracción y su representación gráfica utilizando el tránsito entre unas y otras. El estudiantado utiliza la recta numérica para ubicar números en distintas representaciones y observar su equivalencia.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Compara dos cantidades haciendo uso de las representaciones de un número racional.	La comparación entre cantidades (relación de orden) empleando las diferentes representaciones de los números racionales. Relación de orden • Misma representación • Distinta representación • Fracciones equivalentes	El estudiantado realiza actividades donde observe que multiplicar por 1 a cierta cantidad, no modifica a esta cantidad, y que el 1 se puede escribir de varias formas como $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$, etc., lo que facilitará la compresión y obtención de fracciones equivalentes. El estudiantado discute problemas que impliquen $\frac{p}{q}$ con $q \neq 0$ como la comparación entre dos cantidades. El estudiantado utiliza las fracciones equivalentes para comparar números racionales con distinto denominador.
Opera correctamente con los números racionales, en los casos de una sola operación y una secuencia de operaciones.	Operaciones de suma, resta, multiplicación y división	El estudiantado resuelve problemas que involucren la suma o resta de dos números racionales con diferente denominador utilizando fracciones equivalentes. Posteriormente, se agregan más sumandos. El estudiantado deduce el algoritmo para la suma o resta de números racionales. $$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$ El estudiantado realiza ejercicios lúdicos para la discusión de jerarquía de operaciones. Utilizar el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor para simplificar operaciones. Problemas de aplicación El estudiantado resuelve problemas que involucren números racionales que no se simplifican a un entero, como cálculo de áreas, uso de un diagrama para descubrir la regla de la multiplicación, posteriormente resuelve problemas de distinto contexto bajo la dirección del docente, reflexionando sobre si tal forma de operar depende de dicho contexto. Para el caso de la división, se propone que el estudiantado a partir de la comparación de dos números racionales determine cuantas veces cabe uno en el otro.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Opera correctamente con potencias y radicales con la misma base.	Operaciones con potencias: exponentes positivos, negativos y fraccionarios.	A partir de la regularidad el estudiantado descubre las leyes de los exponentes con potencias enteras de la misma base, se utiliza la multiplicación repetida. Para comprobar sus resultados se sugiere el uso de una herramienta tecnológica.
Traduce, relaciones contextuales en operaciones entre números racionales (enteros y no enteros) y las resolverá correctamente.	Significado contextual de las operaciones. • Planteamiento de problemas que implican una sola operación. Suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. • Planteamiento de problemas que implican más de una operación. Suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.	El estudiantado de forma individual, en equipo y/o grupal, resuelve problemas que impliquen una sola operación con números en sus distintas representaciones y posteriormente una secuencia de operaciones.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve problemas aritméticos que involucren una secuencia de relaciones contextuales	Problemas de aplicación	El estudiantado resuelve problemas de aplicación que involucren: Relaciones entre áreas, porcentajes, así como entre dos magnitudes de distinta clase que varían conjuntamente, Por ejemplo: Tiempo que emplea un móvil en recorrer una distancia dada desplazándose a una rapidez constante, porcentaje de una cantidad; el porcentaje de un porcentaje y su relación con el total; relación porcentual entre una parte y el total; dada la cantidad que representa un porcentaje encontrar el total. Relaciones entre distancia velocidad y tiempo; distancia, eficiencia en kilometraje por litro de combustible y volumen de combustible; masa, densidad y volumen; fuerza, área y presión. Es importante en la etapa de retrospección plantear actividades que impliquen la inversión de procesos, de generalización de los métodos, así como buscar métodos alternativos de solución. Se sugiere que el profesor plantee a sus alumnos una serie de problemas que consistan en expresar simbólicamente generalizaciones.
Reconoce patrones numéricos y geométricos en situaciones problemáticas y representa su comportamiento	Expresión simbólica de la generalidad (la obtención de fórmulas).	El estudiantado resuelve problemas que consistan en expresar simbólicamente generalizaciones de manera individual, en equipos y/o grupal, donde el docente sugiere el empleo de estrategias como la generalización a través de casos particulares, el empleo de diagramas, la reducción de un caso nuevo a un caso ya resuelto, etcétera. Por ejemplo: números triangulares, cuadrangulares, número de diagonales de un polígono convexo, la suma de los ángulos internos de un polígono, la suma de los primeros números enteros consecutivos, la expresión de un entero como suma de números enteros consecutivos, el capital acumulado en una inversión a interés compuesto anual, el número de pasos para resolver el juego de la torre de Hanói, entre otros.

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar el significado de los números y sus operaciones básicas.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con el significado de los números y sus operaciones básicas.

Referencias	
Profesor	
Básica	**Complementaria**
Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wesley. Oteyza, E,. Lam, E. Hernández, C, & Carrillo, A. (2006). Algebra México: Prentice-Hall Hispano Americana, S.A.	Polya, G. (1981). Cómo plantear y resolver problemas (1ª ed., 9ª reimpresión). México: Trillas. Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage.
Alumno	
Básica	**Complementaria**
Angel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson. Galdós, L. (1999). Matemáticas, España: Cultura. Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). Álgebra. México: Pearson.	Difanis P, Butts, T y Shaughnessy M. (1988). Algebra con aplicaciones. México: Harla. Alanís, L. (2012) *Matemáticas I: Solución de problemas reales.* México: Ediciones Quinto Sol

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 2. Variación directamente proporcional y funciones lineales

Presentación

Para iniciar el estudio de la variación entre dos cantidades junto con la idea de relación funcional, la modelación es una herramienta importante que permite al estudiantado involucrarse con la idea intuitiva de función lineal y distinguir cuando se trata de una variación directamente proporcional.

En esta unidad se espera que el alumnado comprenda las relaciones entre variables a través de problemas prácticos, que involucren situaciones de la vida cotidiana, de tal modo que sea capaz de transitar entre las distintas representaciones: tabular, gráfica verbal o algebraica, desarrolle la capacidad de distinguir entre variación proporcional y variación directamente proporcional, comprendiendo las diferencias significativas entre ambos conceptos, identifique situaciones en la que la relación entre las variables corresponda a una función lineal, reconozca la razón de cambio constante y la ordenada al origen como característica distintiva de estas funciones, e intérprete de manera significativa los valores específicos de una función lineal relacionándolos con los contextos de la situación de estudio.

La discusión en equipos de los problemas de matemáticas como estrategia básica, permite al estudiantado la construcción social de su propio conocimiento, metodología indispensable cuando se pretende que el estudiantado comprenda conceptos abstractos como son las funciones, la transición entre distintas representaciones entre otros, lo cual permite el aprendizaje significativo de estos conceptos

Finalmente, el estudiantado podrá aplicar sus conocimientos al mundo real al modelar situaciones cotidianas con funciones lineales.

Unidad 2. Variación directamente proporcional y funciones lineales

Propósito: Al finalizar la unidad el alumnado: Modelará y analizará situaciones que involucren la variación entre dos cantidades, los casos en que estas sean proporcionales y cuando la razón de sus incrementos lo sean; utilizando los registros tabular, gráfico y algebraico, con la finalidad de que se inicie en el estudio de la variación, la idea de relación funcional, sus conceptos asociados y, continúe la comprensión del lenguaje algebraico como la representación de la generalidad.	Tiempo: 15 horas

Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Identifica las variables y su relación, en una situación dada.	Variación entre dos magnitudes. Variablen independiente, dependiente	El estudiantado aborda problemas que involucren variación y los discute en equipos. Investiga situaciones que impliquen variación entre dos magnitudes y la dependencia entre ellas en una situación dada Analiza y discute en equipo con sus pares diversas situaciones para identificar variables y su relación.
Calcula e interpreta la razón de cambio	Razón de cambio	El estudiantado aborda problemas que involucren variación y los discute en equipo. Analiza y discute de forma individual, en equipo o grupal con sus pares la razón de cambio en distintas situaciones. Estudia y explica la rapidez del cambio en distintas situaciones.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Transita entre las distintas representaciones (tabular, gráfica, verbal y algebraica) de la variación directamente proporcional entre dos cantidades.	Representaciones tabulares, gráfica, verbal y algebraica	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. Discute con sus pares acerca de distintas representaciones de situaciones dadas. Transita entre registros de representación, comprendiendo y explicando las características de cada uno de ellos y su relación. El estudiantado discute la continuidad o discreción de las variables en particular en el uso de la gráfica y la tabla en diferentes situaciones. Considerar en los casos continuos los datos no registrados en la tabla
Reconoce cuando la relación entre dos variables corresponde a una función lineal.	Variación directamente proporcional	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. Investiga y compara situaciones dónde la variación es directamente proporcional y cuando no lo es. Explica las características de una variación directamente proporcional. Ejemplifica situaciones con variación directamente proporcional
	Variación entre dos magnitudes	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. Discute la variación que se da entre las magnitudes de una situación dada.
Modela situaciones cotidianas con funciones lineales.	Función lineal	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. Investiga y discute las características de una función. Estudia y explica las características que distinguen una función lineal (noción intuitiva), incluida la razón de cambio y la condición inicial. El estudiantado transita de la representación gráfica a la expresión algebraica de la función lineal y viceversa. El estudiantado propone y analiza situaciones que se pueden modelar con una función lineal.
Reconoce la razón de cambio constante como característica de la función lineal.		
Reconoce e interpreta la condición inicial.		

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar la variación proporcional y directamente proporcional.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la variación proporcional y directamente proporcional.

Referencias	
Profesor	
Básica	**Complementaria**
Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones.* (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wesley.	Oteyza O., Lam E., Hernández O., Carrillo A. (2007). Álgebra.
Alumno	
Básica	**Complementaria**
Oteyza O., Lam E., Hernández O., Carrillo A. (2007). Álgebra. Cuellar J. A. (2018). Matemáticas 1 Kaufmann J., Schwitters K. (2015), Álgebra elemental.	Oteyza O., Lam E., Hernández O., Carrillo A. (2007). Álgebra. Cuellar J. A. (2018). Matemáticas 1 Kaufmann J., Schwitters K. (2015). Álgebra elemental.

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 3. Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Presentación

En esta unidad se pretende que el alumnado comprenda el concepto de ecuación y los procedimientos algebraicos que llevan a su resolución, bajo la metodología didáctica de trabajar problemas en diversos contextos. Tal compresión implica una relación estrecha con aprendizajes previos tales como: las propiedades numéricas, la búsqueda de patrones y la relación entre variables modelada mediante una función lineal, con el fin de construir significados y justificar los procesos de resolución algebraica. De esta forma se favorece la habilidad de traducir diversas situaciones problemáticas a lenguaje algebraico y que se manifiestan en las acciones de plantear la ecuación de primer grado con una incógnita, así como de la interpretación del resultado.

La resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita va más allá de la ejecución de ejercicios algorítmicos, se busca que el alumnado aplique reflexivamente las propiedades de la igualdad y las numéricas, así como la plena comprensión del concepto de ecuaciones equivalentes, para arribar mediante transformaciones algebraicas a determinar el valor de la incógnita. Es necesario que el trabajo en el aula promueva la comprobación y evaluación de los procedimientos y resultados, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

La riqueza y variedad de situaciones factibles de representarse algebraicamente mediante modelos lineales y que se estudian en otras materias como la física, la química, la economía entre otras, facilitan la integración del conocimiento por parte del alumnado y promueven la valoración del álgebra como una herramienta versátil en el estudio de diversos fenómenos. Es necesario que la y el docente promuevan un ambiente de trabajo que enfatice la perspectiva de género, el uso de tecnologías de la información y el aprendizaje, así como la propuesta de situaciones problemáticas que resalten los efectos de la actividad humana en el ambiente y en la sociedad.

Unidad 3. Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Propósito: Al finalizar la unidad el alumnado: Modelará y resolverá problemas contextualizados que conduzcan a una ecuación de primer grado con una incógnita, esto lo hará manipulando algebraicamente el modelo, con la finalidad de que la representación algebraica sea una herramienta en la re- solución de tales situaciones.	Tiempo: 15 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Comprende el concepto de ecuación en el contexto de la resolución de problemas y lo expresa en el lenguaje algebraico.	Lenguaje algebraico Ecuación de primer grado con una incógnita	El estudiantado aborda problemas que se pueden modelar con ecuaciones lineales con una incógnita y los discute en equipos. El estudiantado verbaliza su propuesta para resolver un problema, por ejemplo, móviles de física, mezclas de química entre otros. Posteriormente, simboliza este proceso. A partir de una situación en lenguaje común, el estudiantado lo traduce al lenguaje algebraico y viceversa. Analiza casos concretos y los relaciona con patrones generales.
Traduce un problema que involucre una función lineal e interpreta situaciones específicas	La ecuación como una situación específica de una función lineal.	El estudiantado aborda problemas que se pueden modelar con funciones lineales y los discute en equipos. Dada una situación que se modele con una función lineal el estudiantado plantea el problema de encontrar el valor de una de las variables dado el valor de la otra.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve ecuaciones de primer grado con una incógnita empleando las reglas de transposición o las propiedades de la igualdad.	• Propiedades de la igualdad • Propiedades numéricas • Ecuaciones equivalentes.	El estudiantado compara las soluciones de ecuaciones equivalentes. El estudiantado comprueba la resolución algebraica y evalúa su proceso, discutiendo posibles errores. Retomar fórmulas de otras áreas que den lugar a relaciones lineales (velocidad, perímetro, temperatura) para que el estudiantado despeje diferentes incógnitas. El estudiantado ejercita la aplicación de las propiedades estudiadas.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar las ecuaciones de primer grado.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las ecuaciones de primer grado.

<table>
<tr><td colspan="2">Referencias</td></tr>
<tr><td colspan="2">Profesor</td></tr>
<tr><td>Básica</td><td>Complementaria</td></tr>
<tr><td>Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wesley.

Ángel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson.
Sullivan Michael, (1997) Precálculo. (4a ed.) México: Prentice Hall Hispanoamericana.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica (13ª ed.). México: Cengage.</td><td>Pólya, G. (1981). Cómo plantear y resolver problemas (1ª ed., 9ª reimpresión). México: Trillas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Alumno</td></tr>
<tr><td>Básica</td><td>Complementaria</td></tr>
<tr><td>Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wesley.

Ángel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson.</td><td>Sullivan Michael, (1997) Precálculo. (4a ed.) México: Prentice Hall Hispanoamericana.

Difanis P, Butts, T y Shaughnessy M. (1988). Algebra con aplicaciones. México: Harla.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage.

Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). Álgebra. México: Pearson.</td></tr>
</table>

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 4. Sistemas de ecuaciones lineales

Presentación

En la última unidad del curso de Matemáticas I se pretende que el alumnado comprenda los conceptos fundamentales concernientes a los sistemas de ecuaciones lineales, tales como: sistema de ecuaciones, ecuaciones equivalentes, sistemas equivalentes, y la solución de un sistema, para lograr tal comprensión se requiere de conocimientos previos como lo son: el uso correcto de diversas representaciones de un número, propiedades numéricas, plantear situaciones del lenguaje común al algebraico y al gráfico, operaciones con expresiones algebraicas y la resolución de una ecuación lineal con una incógnita; con la finalidad de modelar y resolver problemas que conduzcan a sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2 y 3x3, para avanzar en la utilización algebraica a través de diferentes métodos de resolución, bajo la metodología didáctica de resolución de problemas.

La temática de sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2 y 3x3, va más allá de dominar los métodos algebraicos de igualación, sustitución y suma o resta; por lo que se busca que el alumnado además de modelar y resolver debe también analizar, reflexionar e interpretar la solución que obtiene tanto en el contexto matemático como en el contexto de aplicación a una situación real, está en sus tres posibilidades: única, infinitas o sin solución.

Es necesario que el trabajo en el aula promueva la comprobación y evaluación de los procedimientos y resultados, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado. Asimismo, es importante que la o el docente fomente la inclusión y la equidad de género del estudiantado, donde se propongan problemas interdisciplinarios que incluyan la importancia: del papel de la mujer en el desarrollo de las matemáticas y/o el cuidado del medio ambiente. Además de generar un ambiente de aprendizaje en el que el estudiantado se sienta valorado y motivado a participar.

Unidad 4. Sistemas de ecuaciones lineales

Propósito: Al finalizar la unidad el alumnado: Modelará y resolverá problemas contextualizados que conduzcan a sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2 y 3x3, a fin de que se avance en la utilización de la representación algebraica, a través de los diferentes métodos de resolución.	Tiempo: 20 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Comprende que existe una infinidad de soluciones que satisfacen la condición, ante un problema que potencialmente lleve a una ecuación con dos incógnitas.	Soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas.	El estudiantado aborda problemas que se pueden modelar con ecuaciones lineales con dos incógnitas y los discute en equipos. El estudiantado, a partir de problemas que conduzcan a una ecuación lineal con dos incógnitas plantea su modelo algebraico, para que encuentre soluciones.
		El estudiantado realiza el registro de las soluciones en una tabla, centrando la atención sobre la manera de obtener el valor de una de las incógnitas a partir de los valores de la otra.
Identifica el patrón geométrico que siguen las representaciones gráficas de las soluciones a un problema con dos incógnitas.		El estudiantado transita del registro tabular al gráfico y guiado por la o el docente participa en la discusión sobre la identificación de un patrón gráfico y si éste es útil para encontrar otras soluciones no registradas en las tablas.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve gráficamente un problema que encamine a un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas identificando cada una de las ecuaciones por separado.	Solución gráfica de un problema con dos incógnitas y dos ecuaciones lineales.	El estudiantado aborda problemas que se pueden modelar con dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y los discute en equipos. El estudiantado analiza y resuelve a través de la estrategia de tratar cada una de las ecuaciones por separado, llevando a discusión la interpretación del punto de intersección de las dos gráficas obtenidas.
Comprende el tipo de solución de un problema a partir del comportamiento grafico de las rectas.	Sistemas consistentes e inconsistentes	Analizar problemas que nos llevan a rectas paralelas, equivalentes o que se intersecan.
Comprende el concepto de sistemas equivalentes	Sistemas equivalentes de ecuaciones	El estudiantado explica el concepto de ecuaciones equivalente y su utilidad para simplificar sistemas
Resuelve sistemas de ecuaciones seleccionando el método más adecuado.	Métodos algebraicos: • Método de igualación • Método de sustitución • Método de eliminación (suma o resta)	El estudiantado aborda problemas que se pueden modelar con ecuaciones lineales con dos incógnitas y los discute en equipos. El estudiantado investiga y explica (incluyendo ejemplos) los diferentes métodos de solución. El estudiantado elige el método más adecuado para resolver sistemas de ecuaciones, y los utiliza para encontrar la solución. El estudiantado analíticamente conoce si tiene una solución, no tiene solución o infinidad de soluciones.
Resolución de problemas que dan lugar a un sistema de ecuaciones lineales de orden 2x2.		El estudiantado resuelve diversos problemas que dan lugar a un sistema de ecuaciones lineales de orden 2x2.
Resolución de problemas que dan lugar a un sistema de ecuaciones lineales de orden 3x3	Sistemas equivalentes de ecuaciones:	Obtener sistemas equivalentes utilizando los métodos aprendidos previamente. Utiliza algún método algebraico para obtener sistemas de ecuaciones equivalentes a partir de un sistema de ecuaciones lineales 3x3.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar sistemas de ecuaciones lineales	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con abordar sistemas de ecuaciones lineales

Referencias	
Profesor	
Básica	**Complementaria**
Angel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson Galdós, L. (1999). Matemáticas. España: Cultural. Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. & Carrillo, A. (2006). Conocimientos fundamentales de Matemáticas, Álgebra. México: Pearson Educación. Rumbos, I., Avella, D., Reyes, M., Possani, E., Lupercio, E., Gómez & R., Prieto, C. (2017) Álgebra Elemental. México: Trillas. Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). Álgebra. México: Pearson.	Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wes ley Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage.
Alumno	
Básica	**Complementaria**
Angel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson. Baldor, A. (2008). Álgebra (2 ed.). México: Patría . Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. & Carrillo, A. (2013). Álgebra. (4ta ed.). México: Pearson. Rumbos, I., Avella, d., Reyes, M., Possani, E., Lupercio, E., Gómez & R., Prieto, C. (2017) Álgebra Elemental. México: Trillas. Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). Álgebra. México: Pearson.	Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wes ley Sullivan Michael, (1997) Precálculo. (4a ed.) México: Prentice Hall Hispanoamericana.

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

MATEMÁTICAS II

Las unidades que se trabajan en este curso, corresponden a los ejes de álgebra, funciones y Geometría Euclidiana. En la unidad de ecuaciones cuadráticas se revisan conceptos y procedimientos que serán el fundamento en la mayoría de los cursos de matemáticas del Colegio, además de establecer una liga con el tema de funciones cuadráticas al vincularse estrechamente en sus características particulares. El resto del curso está dedicado a temas de Geometría Euclidiana que mediante el manejo del método deductivo se favorece la argumentación y el razonamiento lógico necesario, tanto en el campo de las matemáticas como en otras disciplinas. En el marco de la resolución de problemas.

De manera más amplia, la secuencia de aprendizajes correspondientes al estudio de la ecuación y la función cuadrática permite, por un lado, avanzar en el concepto de función al introducir un nuevo tipo de variación que conlleva conceptos como concavidad y simetría, y, por otro, la relación entre estas unidades enriquece ambas temáticas y contribuye a la formación de significados sobre la resolución de ecuaciones.

En el caso de la Geometría Euclidiana, ésta ayuda al alumnado a describir los objetos y sus partes de acuerdo con sus formas, dimensiones y propiedades; contribuye de manera significativa a favorecer un pensamiento reflexivo cuando el estudiantado en un primer momento explora, identifica propiedades y relaciones que puede enunciar en proposiciones generales, construye y proporciona argumentos que validen dichas proposiciones, y finalmente, establezca relaciones entre ellas por la vía deductiva, sin llegar a un rigor axiomático propio de estudios más especializados.

Así, las unidades correspondientes al eje de Geometría Euclidiana contemplan las etapas de exploración, deducción y aplicación, mismas que permiten establecer un equilibrio entre dos tendencias[3] de la enseñanza de la geometría a nivel bachillerato. En consecuencia, en la unidad "Elementos básicos de Geometría plana", se pretende que el alumnado explore, observe patrones de comportamiento, conjeture y comience a argumentar; mientras que en la unidad de "Congruencia, semejanza y los

[3] Una tendencia propone un formalismo axiomático, mientras que la otra no trasciende la presentación mecanicista. de hechos geométricos

teoremas de Thales y de Pitágoras", a partir del conocimiento básico de estos conceptos, se introduce al alumnado al razonamiento deductivo y a la comprensión del porqué de las demostraciones.

Propósitos del curso

Al finalizar el segundo curso de matemáticas, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumnado:

- Adquiere la capacidad para resolver ecuaciones cuadráticas por diferentes métodos y los aplica en la resolución de problemas.
- Avanza en la comprensión del concepto de función, distingue las diferencias y similitudes entre las funciones lineales y cuadráticas. Modela con estas últimas algunas situaciones de variación cuadrática y de optimización.
- Incrementa su capacidad de resolver problemas, al incorporar estrategias y procedimientos para realizar construcciones geométricas y para comprender o proporcionar argumentos que justifican un enunciado.
- Percibe que existe una estructura en los conocimientos de la Geometría Euclidiana y que ésta estudia figuras y cuerpos presentes en su entorno.
- Identifica relaciones y patrones de comportamiento en diversas situaciones o problemas geométricos, y a partir de esto establece conjeturas o infiere algunas conexiones entre resultados.
- Valora la importancia de proporcionar una argumentación como la vía que otorga validez al conocimiento geométrico.
- Transita entre los diferentes registros de representación de los conceptos matemáticos para una mejor comprensión.
- Aplica conceptos, procedimientos y resultados de la Geometría Euclidiana para resolver problemas.
- Usa herramientas tecnológicas como apoyo para una mejor comprensión de los temas.

La asignatura está organizada en cuatro unidades, como sigue:

Contenidos temáticos
Matemáticas II

Unidad	Nombre de la unidad	Horas
1	Ecuaciones cuadráticas.	15
2	Funciones cuadráticas.	15
3	Elementos básicos de geometría plana.	25
4	Congruencia. semejanza y teorema de Thales y teorema de Pitágoras.	25

Unidad 1. Ecuaciones cuadráticas.

Presentación.

En esta unidad se introduce al estudiantado a las ecuaciones cuadráticas y algunas de sus aplicaciones, para lo cual se inicia con algunas problemáticas en situaciones contextualizadas, que sean susceptibles de modelarse mediante una ecuación cuadrática.

Con estas situaciones, se busca que el alumnado distinga entre cantidades conocidas e incógnitas, decida cuál es la incógnita de interés y pueda establecer la relación entre lo conocido y lo desconocido, mediante una ecuación de segundo grado.

A partir del planteamiento de las ecuaciones, se espera que surja la necesidad de saber qué valores cumplen con dichas ecuaciones, lo que dará paso al estudio de los diferentes métodos de solución, como: transposición de términos, factorización, completar el trinomio cuadrado perfecto (TCP) y mediante la solución general.

En el caso de la solución general, se pretende que el alumnado comprenda que ésta se obtiene a partir de la aplicación del método de completar el TCP, y no la perciba como una simple fórmula.

Como parte del estudio que se realice sobre la solución general, se espera que el alumnado comprenda que, el analizar el radicando le permitirá discriminar entre los diferentes tipos de soluciones que puede tener una ecuación cuadrática.

Una vez que el alumnado sabe cómo determinar las soluciones de una ecuación cuadrática, podrá resolver las que resultaron de los problemas en situaciones contextuales e interpretar las soluciones respecto al contexto para seleccionar la o las adecuadas.

Unidad 1. Ecuaciones cuadráticas

Propósito: Al finalizar la unidad el alumnado: Será capaz de resolver problemas contextualizados, mediante el planteamiento de ecuaciones cuadráticas que resolverá utilizando diversos métodos.	Tiempo: 15 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Analiza la información que se proporciona en el enunciado de un problema, para establecer la relación entre constantes e incógnita, a través de una ecuación cuadrática.	Problemas que dan lugar a ecuaciones cuadráticas con una incógnita.	El estudiantado, con la guía del profesorado, plantee en equipo o grupo ecuaciones cuadráticas de problemas de tipo geométrico, numérico, físico u otros, El alumnado, con la guía del profesorado, identifica las constantes y la incógnita de interés, establece cómo se relacionan mediante una ecuación y comenta las características de ésta. El alumnado trabaja en equipo para plantear la ecuación cuadrática asociada a cada problema, con la guía del docente.
Resuelve ecuaciones cuadráticas, mediante el uso de transposición de términos. Interpreta el significado de las soluciones de una ecuación cuadrática en el contexto del problema dado.	Resolución de ecuaciones cuadráticasde la forma: • $x^2 = b$ • $ax^2 = b$ • $ax^2 + b = c$ • $a(x+b)^2 + c = d$ • $(x+a)(x+b) = 0$	El profesorado propone al alumnado problemas que se puedan resolver con el planteamiento de una ecuación cuadrática, de los tipos indicados en la temática. Que el alumnado planteé la ecuación y el docente proporcioné ayuda necesaria. Una vez planteada la ecuación de cada problema, el alumnado las resuelve utilizando transposición de términos, describiendo los pasos realizados. El alumnado responda a los cuestionamientos del docente, para que identifique si sólo una o ambas soluciones, son válidas en el contexto de cada problema.

		El alumnado resuelva en equipos, otros problemas, mediante el planteamiento de una ecuación cuadrática, obtención de sus soluciones y la identificación de aquellas que son válidas. El alumnado realiza una búsqueda de problemas que se resuelvan con ecuaciones cuadráticas. Se sugiere buscar en diferentes fuentes.
Resuelve ecuaciones cuadráticas utilizando el método de factorización. Resuelve ecuaciones cuadráticas utilizando el método de completar el TCP. Comprende que al aplicar el método de completar el TCP para resolver la ecuación cuadrática $Ax^2 + Bx + C = 0$, se obtiene la expresión general de las soluciones. Resuelve ecuaciones cuadráticas utilizando la fórmula general.	Métodos algebraicos para obtener las soluciones de ecuaciones cuadráticas: • Factorizacón. • Completando el TCP. • Solución general (Fórmula general)	El alumnado resuelva ecuaciones cuadráticas de la forma factorizada $(x-a)(x-b)=0$, que observe que las soluciones son $x=a$ y $x=b$, y que estas soluciones se pueden obtener con transposiciones al resolver cada uno de los binomios igualado a cero. Se recomienda al profesorado hacer hincapié en qué los productos dan cero. El alumnado, organizado en equipos resuelve ecuaciones cuadráticas de la forma $(ax-b)(cx-d)=0$, además de recordar cómo se realiza el producto de dos binomios para obtener la ecuación en su forma general, indicando al alumnado que realicen la comprobación de las soluciones en la ecuación en su forma general. Se recomienda al profesorado, comenzar con $a=1$ y $c=1$ con b y d enteros y continuar con el resto de los reales. A través de la discusión en equipo o grupal, que el alumnado comprenda que si se tiene una ecuación cuadrática en su forma general y quiere obtener sus soluciones por el método de factorización, es necesario escribir la ecuación en su forma factorizada. Las estrategias anteriores son secuenciadas. El alumnado explore con la guía del docente, diferentes formas de factorizar ecuaciones cuadráticas. Posteriormente que obtenga sus soluciones y realice la comprobación. El alumnado con la guía del docente revisa el desarrollo del binomio cuadrado para obtener el TCP y discute la relación entre los coeficientes de los términos lineal e independiente. El alumnado identifica cuando una ecuación cuadrática incluye a un TCP y en caso de no incluirlo comenta en equipo o en grupo la forma de completarlo y expresarlo en forma de binomio al cuadrado, para resolverlo por

		transposición. El alumnado con la guía del docente aplica el método de completar el TCP a la ecuación cuadrática $Ax^2 + Bx + C = 0$, para obtener la solución general.
Determina el tipo de soluciones de una ecuación cuadrática, a partir del valor del discriminante.	Discriminante D de la ecuación cuadrática. $D = B^2 - 4AC$ Naturaleza de las soluciones de una ecuación cuadrática: • Soluciones reales y diferentes. • Soluciones reales e iguales. • No hay soluciones reales.	El alumnado con la guía del docente resuelve diversas ecuaciones utilizando la solución general. Las ecuaciones que se propongan deben de conducir a los diferentes casos descritos en la temática, guiándolo para que comprenda la relación entre el valor del discriminante y la naturaleza de las soluciones. El alumnado retoma las ecuaciones de problemas anteriores para revisar el discriminante. El alumnado determina la naturaleza de las soluciones de ecuaciones cuadráticas mediante el uso del discriminante.

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar ecuaciones cuadráticas..	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con ecuaciones cuadráticas.

Referencias	
Profesor	
Básica	**Complementaria**
Oteyza, E,. Lam, E. Hernández, C, & Carrillo, A. (2006). Algebra México: Prentice-Hall Hispano Americana, S.A. Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage.	Pólya, G. (1981). Cómo plantear y resolver problemas (1ª ed., 9ª reimpresión). México: Trillas Santos, L. (2010). La Función cuadrática: Enfoque de resolución de problemas. México: Trillas
Alumno	
Básica	**Complementaria**
Ángel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson. Galdós, L. (1999). Matemáticas, España: Cultura.	Difanis P, Butts, T y Shaughnessy M. (1988). Algebra con aplicaciones. México: Harla. Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage.

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 2. Funciones cuadráticas.

Presentación.

Para continuar con el estudio de las funciones, esta unidad se centra en la función cuadrática, estableciendo comparaciones con la variación lineal previamente abordada en Matemáticas I

El alumnado reconoce si la gráfica tiene una variación cuadrática y analiza características como su simetría y concavidad entre otras necesarias para la resolución de problemas. Reconoce cómo los cambios en los parámetros modifican la gráfica, así como la relación entre las distintas raíces y las intersecciones con el eje de las abscisas.

Las tablas son una representación importante para la función, por lo que se consideran en el análisis de esta variación, a través de las diferencias finitas para distinguir si la variación es lineal, cuadrática o de otro tipo.

Se busca que el alumnado transite entre los diferentes registros de representación, para enriquecer la comprensión de la función cuadrática.

El conocimiento de este tipo de función permite al alumnado apropiarse de herramientas conceptuales y tecnológicas necesarias para entender diversidad de fenómenos físicos, económicos, sociales, químicos y biológicos entre muchos más que dan lugar a este modelo.

Unidad 2. Funciones cuadráticas

Propósito: Al finalizar, el alumno: Analizará el comportamiento de las funciones cuadráticas e identificará las diferencias con la función lineal. Este análisis considerará el comportamiento de los parámetros, las características y los elementos de la función cuadrática. Con la finalidad de poder utilizar este modelo en la comprensión de su entorno y la solución de problemas.	Tiempo: 15 horas

Aprendizajes	**Temáticas**	**Estrategias sugeridas**
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Obtiene el modelo de la función cuadrática de una situación dada.	Modelo de función cuadrática.	El estudiantado con la guía del docente modela problemas geométricos, de física y otros, los discute en equipo.
Identifica en una tabla si existe variación cuadrática por medio de diferencias finitas.	Variación lineal y cuadrática	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. A partir de esta discusión elabora y analiza tablas de diversas situaciones y aplicando diferencias finitas, determina el tipo de variación.
Reconoce la función cuadrática, sus representaciones y los elementos de la gráfica.	Definición de función cuadrática y elementos de su gráfica. Representaciones de la función cuadrática	El estudiantado aborda problemas con la guía del profesor y los discute en equipo. Investiga las características y elementos de la función cuadrática, para discutirlos con sus pares Grafica a partir de las situaciones dadas y la confronta empleando software dinámico.

		Utiliza las distintas representaciones para reconocer el concepto de función cuadrática. Retomar los modelos algebraicos y tabulares de los problemas anteriores, para relacionarlos con la gráfica. El estudiantado encuentra a partir de tres puntos la función que pasa por ellos, o bien a partir de los ceros encuentra la familia de funciones.
Identifica cómo afectan a la gráfica los cambios de los parámetros en la función cuadrática.	Representación analítica y gráfica Forma general $y = ax^2 + bx + c$ y forma estándar $y = a(x-h)^2 + k$ de la función cuadrática. Parámetros	El estudiantado aborda problemas con la guía del profesor y los discute en equipo. El estudiantado con el uso del software de geometría dinámica visualiza los cambios en los parámetros y su influencia en la gráfica
Relaciona las intersecciones de la gráfica de la función y el eje de las abscisas con la naturaleza de las raíces.	Ceros de la función Soluciones reales y complejas.	El estudiantado aborda problemas con la guía del profesor y los discute en equipo. Investiga y discute los conceptos de soluciones reales y complejas. Explora con ayuda de software de geometría dinámica la relación entre los ceros de la función y las posibles intersecciones con el eje de las abscisas.
Identifica e interpreta en el contexto las características y elementos de la gráfica de la función: simetría, concavidad, vértice.	Características y elementos de la gráfica de la función cuadrática. Forma general $y = ax^2 + bx + c$ y forma estándar $y = a(x-h)^2 + k$ de la función cuadrática.	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. Para obtener el resultado de problemas de optimización utiliza el tránsito de la forma general a la forma estándar. Analiza la forma ordinaria de la ecuación para identificar las características y los elementos de la gráfica de la función. Resuelve problemas de optimización a través de las características de la gráfica, como la simetría y concavidad
Expresa la función $y=ax^2 + bx+c$ en la forma estándar $y=a(x-h)2+k$, usando el método de completar un trinomio cuadra-do perfecto.	TCP	El estudiantado aborda problemas con la guía del profesor y los discute en equipo. El estudiantado practica el algoritmo con una serie de ejercicios

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar las funciones cuadráticas.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones cuadráticas.

Referencias	
Profesor	
Básica	**Complementaria**
Cardenas Rubio, Silvestre. (2003). Dos o tres trazos. Temas de Matemáticas para Bachillerato. Instituto de Matemáticas. UNAM. México.	Correa B., Muñoz L., Villegas C., (S/A), Geometría Euclidiana. Guía de clase para 45 lecciones. Cuevas O., (2005), Matemáticas II. Unidad 3. Construcciones y Elementos Geométricos. Jiménez R., (2007), Geometría y Trigonometría. Pearson
Alumno	
Básica	**Complementaria**
Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). Geometría. México: PEARSON. Correa B., Muñoz L., Villegas C., (S/A)., Geometría Euclidiana. Guía de clase para 45 lecciones.	Strogatz, Steven (2013). El placer de la X. Taurus. México. http://www.librosmaravillosos.com/elplacerdelax/pdf/El%20placer%20de%20la%20X%20-%20Steven%20Strogatz.pdf

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 3. Elementos básicos de geometría plana.

Presentación.

En esta unidad, se pretende explorar la geometría euclidiana desde una perspectiva interdisciplinaria, estableciendo la relación con aspectos transversales como género, sustentabilidad, formación ciudadana y el uso de la tecnología. Se abordará, entre otros temas, el papel fundamental de la mujer en el desarrollo de esta rama de la geometría.

De manera general se incluyen actividades prácticas, en donde el actor principal es el estudiantado, entre las que destacan: investigación, construcción de figuras con regla y compás, uso de software de geometría dinámica, discusiones en equipo y resolución de problemas. Por tanto, se le induce a construir activamente su conocimiento a través de la exploración, la experimentación y la demostración de propiedades geométricas.

Resalta la importancia de la demostración en la comprensión de propiedades geométricas, tanto en la suma de los ángulos interiores y exteriores del triángulo, como en otras propiedades de figuras geométricas. Se sugiere el uso de software de geometría dinámica para explorar y visualizar conceptos geométricos, lo que refleja la integración de la tecnología como una herramienta educativa. Se han propuesto algunas ideas para que el estudiantado pueda experimentar y tener actividades tangibles y prácticas.

Se busca no solo enseñar los conceptos geométricos fundamentales, sino también fomentar el desarrollo del pensamiento matemático de forma crítica, la exploración activa y la comprensión contextualizada de la geometría en la vida cotidiana.

Unidad 3. Elementos básicos de geometría plana

Propósito: Al finalizar, el alumnado: Comprenderá algunos conceptos y relaciones geométricas, obtenidos empíricamente a través de construcciones con regla y compás. Aplicará los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas geométricos.	Tiempo: 25 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Conoce el origen de la GeometríaEuclidiana y su sistematización.	Historia de la Geometría.	El estudiantado realiza una investigación sobre el origen de la geometría euclidiana, se sugiere la elaboración de una línea de tiempo, resumen, esquema o mapa conceptual. El docente puede complementar con una revisión del origen de la Geometría Euclidiana y la forma como se sistematiza este conocimiento. Resaltar el papel de las mujeres en el desarrollo de la Geometría Euclidiana y el contexto en el que vivieron.
Reconoce los elementos básicos de Geometría Plana y describe sus características.	Elementos básicos de Geometría Plana: • Punto • Línea recta • Segmento • Semirrecta • Ángulo • Punto de intersección.	El estudiantado reconoce y describe en diferentes cuerpos geométricos los elementos básicos de Geometría Euclidiana, empleando arquitectura, prismas, rompecabezas, entre otros. El estudiantado investiga y revisa con la guía del docente, las definiciones de los elementos básicos de la Geometría Plana. El estudiantado describe en forma oral y escrita los elementos básicos de la Geometría Plana.
Realiza las construcciones geométricas propuestas en la temática y define los conceptos asociados a las construcciones.	**Construcciones con regla y compás** • Segmentos congruentes • Ángulos congruentes • Recta paralela a otra que pasa por	El estudiantado realiza con la guía del docente las construcciones indicadas en la temática, con regla y compás, o con otros instrumentos como doblado de papel o software.

	un punto externo dado • Perpendicular a una recta dada que pasa por un punto que pertenece a ella o fuera de ella • Mediatriz de un segmento • Bisectriz de un ángulo	El estudiantado investiga y discute con la guía del docente sobre los conceptos asociados a las construcciones. El estudiantado dibuja algunas figuras geométricas, para que a partir de esta se construya con regla y compás algunos de los elementos geométricos que la conforman. El estudiantado describe paso a paso como realizó las construcciones. El estudiantado con la guía del docente construye geométricamente la distancia de un punto a una recta.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Clasifica los ángulos y su relación con otros.	Ángulos • Clasificación de ángulos en comparación con el ángulo recto. • Clasificación por su relación con otros: - Adyacentes - Suplementarios - Complementarios, - Opuestos por el vértice.	El estudiantado, retomando la construcción de la perpendicular, se define el ángulo recto y como consecuencia comprende que es el ángulo agudo y obtuso. El estudiantado construye el ángulo recto utilizando las definiciones vistas anteriormente, como consecuencia comprende el ángulo agudo y obtuso. El estudiantado investiga sobre la clasificación de los ángulos y la discute en equipo o en grupo con la guía del docente. El estudiantado discute contextos relacionados a arquitectura, astronomía, pintura entre otros, donde se presentan los distintos tipos de ángulos.
Conoce e identifica los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Comprende el postulado de las rectas paralelas y su inverso.	Ángulos: • Internos • Externos • Alternos internos • Alternos externos • Correspondientes • Colaterales Postulado de las rectas paralelas y su inverso.	El estudiantado con la guía del docente traza dos rectas no paralelas y la transversal e identifica los ángulos formados. Posteriormente traza y discute el caso de las paralelas. Concluye que en el caso que dos rectas paralelas sean cortadas por una transversal, los ángulos alternos internos, alternos externos y correspondientes son congruentes. El estudiantado analiza algunas construcciones propuestas por el docente en donde se muestren las medidas de los ángulos y el estudiantado determine si las rectas son paralelas. El estudiantado apoyándose de un *software* dinámico explora distintas situaciones para concluir que se satisface el inverso El estudiantado resuelve una serie de ejercicios algebraicos donde determina y completa la medida de los ángulos faltantes utilizando el postulado de las rectas paralelas. El estudiantado con la guía del profesor resuelve problemas de contexto, donde requiere reconocer paralelas cortadas por una transversal.
Clasifica triángulos con base en sus lados y ángulos.	Clasificación de los triángulos Por sus lados • Equilátero • Isósceles • Escaleno	El estudiantado realiza una investigación, sobre la clasificación y definiciones de triángulos según sus lados y ángulos. Posteriormente de forma grupal realiza un cuadro sinóptico. El estudiantado realiza la construcción de diferentes triángulos con regla y compás a partir de la longitud de los tres lados, comenta las características de los triángulos construidos y los clasifica.

	Por sus ángulos • Oblicuángulo - Acutángulo - Obtusángulo • Rectángulo	El estudiantado construye triángulos con regla y compás, que cumplan con determinadas características.
Explica en qué casos es posible construir un triángulo, a partir de tres segmentos dados.	Desigualdad del triángulo.	El estudiantado intenta construir triángulos dados tres segmentos de recta, con el fin de determinar las condiciones que hacen posible su construcción e infiere la desigualdad del triángulo, con la guía del docente.
Demuestra las propiedades entre los ángulos de un triangulo	Propiedades del triángulo: • Suma de los ángulos interiores • Suma de los ángulos exteriores • Suma de dos ángulos interiores Problemas que involucran las propiedades del triángulo	El profesorado puede utilizar material concreto (recorte y doblado de papel), para que el alumnado muestre algunas propiedades del triángulo y las justifique a partir de aprendizajes previos. Mostrar que la suma de los ángulos interiores del triángulo es180 grados, la suma de los ángulos exteriores adyacentes tomados uno por cada vértice es de 360 grados. El estudiantado utiliza material concreto (recorte y doblado de papel) o software de geometría dinámica, propuesto por el docente, en donde puede observar y conjeturar las propiedades del triángulo. El estudiantado realiza con la guía del docente la demostración de la propiedad de la suma de los ángulos interiores, y comprende este proceso como la generalización de todos los casos particulares. El estudiantado realiza la demostración de la propiedad de la suma de los ángulos externos, con la guía del docente cuando sea necesario. El estudiantado realiza la demostración de la última propiedad. El estudiantado resuelve problemas que impliquen el conocimiento y la aplicación de las propiedades del triángulo.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Determina las características de las rectas y puntos notables del triángulo.	Rectas notables del triángulo: • Mediatriz • Bisectriz • Mediana • Altura Puntos notables de un triángulo: • Circuncentro • Incentro • Baricentro • Ortocentro	El estudiantado realiza una investigación, sobre las rectas y puntos notables del triángulo. Posteriormente, en equipos realiza un organizador gráfico. El estudiantado con la guía del docente realiza la construcción de las rectas y puntos notables del triángulo y comentan sus características, tomando como base las construcciones básicas con regla y compás. El estudiantado resuelve problemas que incluyan las construcciones de rectas y puntos notables de un triángulo. El estudiantado observa que algunos puntos notables de un triángulo están alineados (Recta de Euler). Se recomienda el uso de software de geometría dinámica.
Determina las propiedades de los polígonos. Aplica las propiedades de los polígonos.	Polígonos • Regulares • Irregulares Propiedades de los polígonos: • Suma de los ángulos interiores • Número de triángulos al interior del polígono. Perímetro y área	El estudiantado realiza una investigación, sobre las propiedades de los polígonos. Posteriormente, elabora un organizador gráfico. El estudiantado construye diferentes polígonos regulares e irregulares, y con la guía del docente infiere sus propiedades. El estudiantado resuelve problemas que incluyan las propiedades de los polígonos. El estudiantado determina el área y perímetro de polígonos irregulares, mediante la descomposición en triángulos y rectángulos, aplicando la fórmula de Herón y el Teorema de Pitágoras. Se recomienda que los polígonos estén sobre una cuadricula que permita identificar longitudes.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Construye las rectas y segmentos notables de la circunferencia y describe sus características. Comprende las fórmulas del área y perímetro de un círculo.	**Círculo y circunferencia** • Rectas y segmentos notables de la circunferencia • Localización del centro de una circunferencia • Perímetro y área del círculo • Problemas de aplicación	El estudiantado realiza una investigación sobre las rectas y segmentos notables de la circunferencia, posteriormente en grupo o equipo lo presentan en un organizador gráfico. El estudiantado realiza actividades concretas que le permita observar que el perímetro de una circunferencia aproximadamente es πd, por ejemplo, con estambre rodee un círculo, y la longitud del estambre utilizado lo compare con la longitud del diámetro. El estudiantado realiza actividades concretas que le permita observar que el área de un círculo es aproximadamente πr^2, a partir de la división de un círculo en la mayor cantidad de sectores posibles, y acomodándolos para aproximar un rectángulo de base πr y altura r. El estudiantado con la guía del docente, si es factible, utiliza software de geometría dinámica, para aproximar el área y el perímetro de un círculo mediante polígonos inscritos o circunscritos. El estudiantado o resuelve problemas relacionados con la circunferencia.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar los elementos básicos de geometría.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con los elementos básicos de geometría.

Referencias	
Profesor	
Básica	**Complementaria**
Aguilar, A., Bravo F., Gallegos H., Cerón M., Reyes R. (2009). Geometría y trigonometría. México: Pearson Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones. México: McGraw Hill, Interamericana Moise, E. (1970). Geometría Moderna. México: Fondo Educativo Interamericano. Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). Geometría. México: Pearson.	Guzmán, E. (2016). Geometría y Trigonometría. México Patria. Wentworth, J. y Smith, D. (1915). Geometría Plana y del Espacio. USA. Ginn y Compañía.
Alumno	
Básica	**Complementaria**
Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones. México: McGraw Hill, Interamericana Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). Geometría. México: Pearson. García, J. y Bertran, C. (1990). Geometría y Experiencias. México. Biblioteca de Recursos Didácticos Alhambra. Guzmán, E. (2016). Geometría y Trigonometría. México: Patria.	Alexander, D., Koeberlein, G. (2013) Geometría (5a ed.). México: Cengage Learning Bulajich, R., Gómez, J.A. (2002). Geometría. México: Instituto de Matemáticas UNAM:

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 4. Congruencia. semejanza y teorema de Thales y teorema de Pitágoras.

Presentación.

En la última unidad del curso de Matemáticas II se pretende que el alumnado comprenda los conceptos fundamentales concernientes a congruencia y semejanza de triángulos, así como los teoremas de Thales y de Pitágoras. Para lograr tal comprensión se requiere de conocimientos previos como son: elementos básicos de la Geometría Plana, así como conceptos asociados a construcciones geométricas de rectas notables del triángulo.

Al analizar algunos objetos geométricos, el estudiantado comprende, reconoce y justifica la congruencia o semejanza entre ellos, haciendo uso de la notación adecuada. Asimismo, deduce y comprueba los teoremas de Thales y Pitágoras con el objetivo de profundizar en su comprensión para que se refleje en la resolución de problemas.

La temática de esta unidad va más allá de dominar los aspectos disciplinares de la geometría, lo que se busca es que el alumnado desarrolle habilidades como: argumentación verbal, justificación, establecimiento de conexiones y visualización espacial. Además de analizar, reflexionar e interpretar la solución de problemas geométricos considerando los contextos, matemático y de situaciones de la vida cotidiana.

Es importante que el profesorado fomente la inclusión e igualdad de género para generar un ambiente de aprendizaje en el que el estudiantado se sienta valorado y motivado a participar. Asimismo, se debe promover la formación ciudadana, la sustentabilidad y el uso de la tecnología.

Unidad 4. Congruencia. semejanza y teorema de Thales y teorema de Pitágoras.

Propósito: Al finalizar la unidad el alumnado: Aplicará los conceptos de congruencia, semejanza, el Teorema de Thales y el Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas. Asimismo, argumentará sobre la validez de algunas afirmaciones geométricas y procesos en la resolución de problemas.	Tiempo: 25 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Comprende el concepto de congruencia Utiliza correctamente la notación propia de la congruencia. Reconoce la congruencia entre figuras a partir de la comparación de los elementos correspondientes.	Congruencia. Notación. Definición de triángulos congruentes.	El estudiantado realiza una investigación sobre la congruencia entre triángulos. El estudiantado, con la guía del docente, y con base en la investigación proponen la definición de congruencia entre triángulos. El estudiantado realiza actividades de identificación de triángulos congruentes con base en la definición. El estudiantado con la guía del docente propone la definición de congruencia entre triángulos.

Reconoce empíricamente la validez de los criterios de la congruencia.	Criterios de congruencia de triángulos. • LAL. • LLL. • ALA. • AAL	El estudiantado con la guía del docente propone los criterios de congruencia entre triángulos, a partir de la revisión de distintos ejemplos. El estudiantado con la guía del docente analiza varios triángulos y establece las condiciones mínimas para la congruencia, los criterios de congruencia. El profesor utiliza contraejemplos para refutar enunciados falsos, por ejemplo, LLA.
Argumenta la validez de algunas afirmaciones o construcciones geométricas.	Construcciones de: • Bisectriz de un ángulo. • Mediatriz de un segmento. • Perpendicular a una recta • Altura de un triángulo isósceles. • Teorema del triángulo isósceles y su reciproco. • Propiedades del triángulo isósceles.	El estudiantado investiga otras formas de construcción, por ejemplo, doblado de papel, argumentando siempre su validez. El estudiantado demuestra con la guía del docente, las propiedades del triángulo isósceles: los ángulos adyacentes a la base son congruentes, la altura y la mediana de la base coinciden, la bisectriz del ángulo formado por los lados congruentes corta al lado opuesto en su punto medio.

Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
Resuelve problemas, por medio de los criterios de congruencia.	Congruencia de triángulos	El profesor sugiere algunas estrategias heurísticas para la resolución de problemas. El estudiantado resuelve una serie de ejercicios de medidas de lados faltantes utilizando congruencia. El estudiantado resuelve problemas de contexto utilizando el concepto de congruencia.

Comprende el concepto de semejanza Utiliza correctamente la notación propia de la semejanza. Identifica cuándo dos figuras son semejantes.	Semejanza. Notación	El estudiantado participa en una lluvia de ideas o discusión sobre cómo se relaciona semejanza y congruencia, viendo incluso la congruencia como caso particular de la semejanza, dirigida por el profesor, auxiliándose de modelos a escala como lo son: mapas, maquetas, planos, fotos, software de geometría dinámica, entre otros. Con la finalidad de definir de manera intuitiva el concepto de semejanza además de establecer la notación adecuada. El estudiantado explicará de forma oral y escrita lo que deben cumplir estas figuras para ser semejantes.
Reconoce cuándo dos triángulos son semejantes con base en la definición.	Semejanza de triángulos.	El estudiantado realiza una investigación sobre la semejanza entre triángulos. El estudiantado, con la guía del docente, y con base en la investigación proponen la definición de semejanza de triángulos. El estudiantado realiza actividades de identificación de triángulos semejantes con base en la definición.
Reconoce empíricamente la validez de los criterios de semejanza	Criterios de semejanza de triángulos: • LLL • LAL • AAA	El estudiantado con la guía del docente propone los criterios de semejanza entre triángulos, a partir de la revisión de distintos ejemplos. El estudiantado con la guía del docente analiza varios triángulos y establece las condiciones mínimas para la semejanza, los criterios de semejanza. El profesor utilice contraejemplos para refutar enunciados falsos, por ejemplo, LLA.
Calcula perímetros y áreas en triángulos semejantes y la razón entre ellos.	Razón entre perímetros y entre áreas de triángulos semejantes.	El estudiantado resuelve ejercicios de triángulos semejantes, dadas las razones de semejanza las compara con las razones de perímetros y de áreas para buscar un patrón en los resultados obtenidos con la guía del profesor.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve problemas, por medio de los criterios de semejanza.	Semejanza de triángulos	El estudiantado realiza actividades de resolución de problemas propuestas por el profesor que involucren identificación de segmentos proporcionales y ángulos congruentes en figuras semejantes. El estudiantado resuelve una serie de ejercicios de medidas inaccesibles utilizando semejanza. El estudiantado resuelve problemas de contexto utilizando el concepto de semejanza
Deduce el Teorema deThales Infiere el Reciproco del Teorema de Thales	Teorema de Thales Recíproco del Teorema de Thales.	El estudiantado indaga sobre la vida de Thales y su contexto. El estudiantado con la guía del docente deduce el Teorema de Thales, a partir de la construcción de dos rectas paralelas cortadas por dos secantes no paralelas. Esto lo puede llevar a cabo en forma individual, por equipo y/o grupal. El estudiantado plantea y resuelve problemas con la guía del docente donde utiliza el Teorema de Thales. El docente orienta al estudiante para que utilice el Teorema de Thales, en la división de un segmento en *n* partes iguales. El estudiantado trabaja con actividades propuestas por el docente, donde verifique si hay proporcionalidad entre segmentos determinados por cortes de rectas, para inferir que las rectas cortantes son paralelas entre sí.

Deduce el Teorema de Pitágoras. Prueba el Teorema de Pitágoras y su reciproco, desde el punto de vista geométrico y algebraico.	Teorema de Pitágoras Recíproco de Teorema de Pitágoras.	El estudiantado indaga sobre la vida de Pitágoras y su contexto. El estudiantado realiza varias construcciones de cuadrados sobre los lados de un triángulo rectángulo donde se obtienen las áreas, para conjeturar el Teorema de Pitágoras y su reciproco. El estudiantado construye triángulos rectángulos, con ayuda de regla y compas, posteriormente miden los lados y comprueban que se cumple el Teorema de Pitágoras. El estudiantado plantea y resuelve problemas con la guía del docente donde utiliza el Teorema de Pitágoras. El estudiantado con la guía del docente realiza una demostración del Teorema de Pitágoras e investiga otras, para su discusión. El estudiantado enuncia el Teorema de Pitágoras y sea capaz de aplicar a diferentes triángulos rectángulos, esto puede ser en forma individual, por equipo o grupal haciendo énfasis en que se enuncie completo. El estudiantado construye triángulos que satisfacen el Teorema de Pitágoras y verifica que son triángulos rectángulos. El estudiantado trabaja con ternas de valores propuestas por el profesor, correspondientes a longitudes de los lados de triángulos, donde comprueba si satisfacen el Teorema de Pitágoras y de ser así, enunciar su reciproco.
Resuelve problemas, aplicando los conceptos previos.	Problemas de longitudes y áreas que involucran semejanza, congruencia y Teorema de Pitágoras. Teorema de la altura de un triángulo rectángulo.	El estudiantado realiza actividades de resolución de problemas en contexto, aplicando los conceptos previos, propuestos por el profesor.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar la congruencia. semejanza y teorema de Thales y teorema de Pitágoras.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la congruencia. semejanza y teorema de Thales y teorema de Pitágoras.

Referencias	
Profesor	
Básica	**Complementaria**
Aguilar, A., Bravo F., Gallegos H., Cerón M., Reyes R. (2009). Geometría y trigonometría. México: Pearson Álvarez, E. (2012), Elementos de Geometría. Colombia: Universidad de Medellín. Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones. México: Mc-Graw Hill Interamericana. Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). Geometría. México: Pearson. . Moise, E. (1970). Geometría Moderna. México: Fondo Educativo Interamericano. Ortiz, F. (1991). Matemáticas – 2, Geometría y trigonometría. México: Publicaciones Cultural. Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage.	Guzmán, E. (2016). Geometría y Trigonometría. México Patria. Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wes ley. Wentworth, J. y Smith, D. (1915). Geometría Plana y del Espacio. USA. Ginn y Compañía.

Alumno	
Básica	**Complementaria**
Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). Geometría. México: Pearson. CONAMAT (2009). Geometría y trigonometría. México: Prentice Hall. Filloy, E. y Zubieta, G. (2001) Geometría. México: Grupo Editorial. Iberoamericana. Jiménez, R. (2008). Matemáticas II. Geometría y trigonometría. México: Pearson Educación. Ortiz, F. (1991). Matemáticas – 2, Geometría y trigonometría. México: Publicaciones Cultural.	Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wes ley. Sullivan Michael, (1997) Precálculo. (4a ed.) México: Prentice Hall Hispanoamericana. Alexander, D., Koeberlein, G. (2013) Geometría (5a ed.). México: Cengage Learning

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Matemáticas III

Durante los cursos de Matemáticas I y II se han abordado dos de los grandes ejes temáticos que vertebran esta materia: el álgebra y la geometría euclidiana. En Matemáticas III se plantea avanzar hacia el estudio de la trigonometría, recuperando la noción de *razón*, introducida en Matemáticas I, y empleándola junto a la semejanza de triángulos vista en Matemáticas II para construir la idea de *razones trigonométricas* como cantidades invariantes en triángulos semejantes. A partir de ahí puede trabajarse en la resolución de problemas que involucren el cálculo de las dimensiones de triángulos rectángulos y no rectángulos (con ayuda, en este último caso, de las leyes de los senos y los cosenos) y también abordar la existencia de las *identidades trigonométricas elementales*: las recíprocas y las pitagóricas. Posteriormente, el programa plantea entrar al terreno de la geometría analítica, explorando la riqueza y la potencia que ofrece la aplicación del método analítico algebraico al estudio de objetos y problemas geométricos, dando al alumnado la oportunidad de trabajar en los dos problemas fundamentales de esta rama de la matemática: a) obtener la ecuación de distintos lugares geométricos (concretamente, cónicas como la recta, la circunferencia, la elipse y la parábola), y b) construir la curva definida por una ecuación dada.

Propósitos del curso

Al finalizar la asignatura, a través de actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumnado:

a. Construirá conocimientos y habilidades para manipular las razones trigonométricas y resolver problemas de triángulos rectángulos y oblicuángulos en diferentes contextos.

b. Reconocerá que se incrementan las posibilidades de análisis y aplicación de la Geometría Euclidiana, al incorporar al estudio de los objetos y relaciones geométricas la representación y los procedimientos del álgebra.

c. Percibirá a los sistemas de coordenadas como herramientas fundamentales para estudiar analíticamente lugares geométricos.

d. Utilizará las propiedades de un lugar geométrico para obtener la ecuación que lo representa.

e. Construirá la curva que corresponde a distintos casos de la ecuación cuadrática general $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

f. Resolverá una variedad de problemas de aplicación, empleando distintas expresiones analíticas de curvas.

g. Adquirirá habilidad básica en el manejo de *software* para graficar expresiones de diferentes cónicas y resolver problemas relacionados.

h. Continuará cimentando valores y actitudes que promuevan la perspectiva de género, la ciudadanía y la sustentabilidad. Estos incluyen equidad, inclusión, tolerancia, solidaridad, respeto, colaboración, cuidado del medio ambiente, entre otros.

i. Valorará la utilidad y la potencia de los métodos de la trigonometría y la geometría analítica.

j. Empleará los métodos algebraicos y geométricos en distintas áreas de la matemática y otras disciplinas de manera transversal.

k. Reconocerá, con la orientación del profesorado, el carácter de la matemática como ciencia a lo largo del estudio de los aprendizajes propuestos.

Es necesario mantener presente que, siguiendo el enfoque didáctico y disciplinario de la materia, la asignatura de Matemáticas III debería abordarse a través de la resolución de problemas y privilegiando la actividad del estudiantado, en lugar de la exposición catedrática de las y los docentes. Al respecto es altamente recomendable la generación de un ambiente de aprendizaje cuya planeación considere que el alumnado proponga ideas, trabaje, argumente, debata con sus pares y con el profesorado mientras avanza en la solución de problemas cuidadosamente diseñados o seleccionados, teniéndose en mente que es también un objetivo el que desarrolle habilidades para *aprender a aprender, a ser y a hacer*.

La asignatura está organizada en cinco unidades, como sigue:

Contenidos temáticos

Matemáticas III

Unidad	Nombre de la unidad	Horas
1	Elementos de trigonometría	15
2	Elementos básicos de geometría analítica	10
3	La recta y su ecuación cartesiana	20
4	La parábola y su ecuación cartesiana	15
5	La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas	20

Evaluación

La evaluación es el proceso de recabación de información para la toma de decisiones orientadas a mejorar. Es importante no confundirla con el acto de *calificar*, asignar una nota con fines de acreditación o no de la asignatura. Al respecto, Flores (2009) recoge las siguientes recomendaciones:

> La evaluación debe poner atención en la matemática que es importante, debe ser justa para los estudiantes, los profesores y la institución; debe fomentar el aprendizaje del estudiante, haciéndole ver qué es lo que ya sabe y qué debe aprender o qué puede hacer (Balanced Assessment Project, 2000, p. vi; Clarke, 1997, pp. 2-3). Además, la evaluación debe hacerse a través de diferentes fuentes de información o instrumentos de evaluación, entre los que se cuentan cuestionarios con preguntas abiertas, cuestionarios de opción múltiple, conversaciones, bitácoras o diarios y portafolios (NCTM, 2000, pp. 22-24; Garrison y Ehringhaus, 2008; Gómez, 2007). (pp. 119-120)

Estas orientaciones pueden ser útiles al momento de definir las maneras concretas en que evaluaremos los avances de nuestro alumnado: consideremos, por ejemplo, que si estamos interesados en la construcción de habilidades como la resolución de problemas, el razonamiento y el pensamiento crítico, nuestros instrumentos de evaluación deberían estar diseñados con la finalidad de recabar información sobre precisamente esas habilidades, y no concentrarse únicamente en, digamos, la algoritmia necesaria para manipular determinado tipo de ecuaciones.

Unidad 1. Elementos de trigonometría

Presentación

Al inicio de la unidad se contempla el estudio de los elementos básicos de trigonometría, se espera que el estudiantado reconozca, analice y utilice las razones e identidades trigonométricas, partiendo de la semejanza entre triángulos y el Teorema de Pitágoras estudiados en Matemáticas II, para solucionar problemas de corte geométrico y algebraico. Posteriormente se abordará la deducción de las identidades trigonométricas fundamentales y continuará el estudio con la ley de senos y la ley de cosenos para concluir con su uso en problemas de aplicación, principalmente en triángulos oblicuángulos.

Se espera que el estudiantado asocie las razones trigonométricas con los lados de un triángulo rectángulo en función de uno de sus ángulos agudos y comprenda que son respectivamente invariantes en triángulos semejantes. En particular, se puede hacer uso de triángulos especiales (equiláteros e isósceles rectángulos) para obtener las magnitudes de las razones trigonométricas de ángulos de 30°, 60° y 45°; con apoyo de algún recurso tecnológico es posible eficientizar la generalización de estos resultados para cualquier ángulo. Una vez comprendido esto se proponen problemas a resolver que contengan ángulos de elevación y de depresión, distancias inaccesibles, así como el cálculo de áreas.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad I. Elementos de trigonometría

<table>
<tr><td colspan="3">Propósito
Al finalizar la unidad el alumnado:
Utilizará las razones e identidades trigonométricas, así como las leyes de senos y cosenos mediante la resolución de problemas en distintos contextos que involucren triángulos con la finalidad de construir conocimientos que serán empleados en asignaturas posteriores.</td><td>Tiempo:
15 horas</td></tr>
<tr><td>Aprendizajes</td><td>Temática</td><td colspan="2">Estrategias sugeridas</td></tr>
<tr><td>El alumnado:</td><td></td><td colspan="2">Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.</td></tr>
<tr><td>Conoce el origen de la trigonometría y su sistematización.

Reconoce que el concepto de razón trigonométrica se deriva de la relación</td><td>Bosquejo histórico de la trigonometría.</td><td colspan="2">El profesorado inicia con un breve bosquejo histórico de la trigonometría y propone que el estudiantado elabore una investigación al respecto.
• Dentro de la investigación se sugiere incluir un apartado donde se hable del papel de la mujer en el desarrollo de esta rama de las matemáticas.
En discusión plenaria sobre lo anterior, el grupo explora a través de la elaboración de una línea de tiempo el desarrollo de la trigonometría, desde el inicio de la civilización (por ejemplo, las desarrolladas en Egipto, Babilonia y Roma, entre otras) hasta la época moderna para que se comprendan y aprecien sus beneficios en la sociedad.</td></tr>
</table>

de los lados de un triángulo rectángulo. Infiere que las razones trigonométricas son invariantes en triángulos semejantes.	Razones trigonométricas para ángulos agudos de un triángulo rectángulo.	Como parte de la discusión, la o el docente, guiará al alumnado en la reflexión sobre la poca visualización de las aportaciones de la mujer en el desarrollo del conocimiento matemático. El profesorado muestra la construcción de razones con los lados de un triángulo rectángulo, solicita al alumnado investigue los nombres de los lados respecto a un ángulo y los de dichas razones (seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante). Mostrando un conjunto de triángulos rectángulos semejantes, el alumnado identifica que las razones trigonométricas son invariantes.
Calcula los valores de las razones trigonométricas para los ángulos de 30°, 45° y 60°.	Solución de triángulos rectángulos especiales.	El profesorado implementa actividades para que el alumnado obtenga las magnitudes de las razones trigonométricas. Para los ángulos de 30° y 60° con el uso de un triángulo equilátero y para el ángulo de 45° se emplee un triángulo rectángulo isósceles. Se sugiere complementar con ejercicios que involucren esos ángulos. Se puede utilizar algún recurso tecnológico para contrastar las magnitudes obtenidas y se forme en el uso adecuado de la calculadora en los distintos modos: grado (DEG), radianes (RAD) y gradianes (GRAD).
Resuelve problemas que involucren triángulos rectángulos.	Solución de problemas de aplicación: • Ángulo de elevación. • Ángulo de depresión. • Distancias inaccesibles. • Cálculo de áreas.	El profesorado propone problemas o situaciones donde el alumnado pueda aplicar la relación entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo, en los cuales estén presentes los ángulos de elevación, de depresión o de distancias inaccesibles. Como sugerencia: • Calcular componentes axiales de una fuerza. • Determinar el área de un polígono regular. • Resolver problemas de lugares inaccesibles, por ejemplo: el perímetro de la Tierra, distancia de la Tierra al Sol, el cálculo del diámetro del Sol, etcétera.

Deduce algunas identidades trigonométricas fundamentales. Emplea las identidades trigonométricas fundamentales para mostrar la equivalencia de expresiones trigonométricas.	Identidades trigonométricas fundamentales: • De cocientes: $\tan A = \frac{\operatorname{sen} A}{\cos A}$ $\cot A = \frac{\cos A}{\operatorname{sen} A}$ • Recíprocas $\operatorname{sen} A = \frac{1}{\csc A}$ $\cos A = \frac{1}{\sec A}$ $\tan A = \frac{1}{\cot A}$ • Pitagóricas: $\operatorname{sen}^2 A + \cos^2 A = 1$ $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$ $1 + \cot^2 A = \csc^2 A$	El grupo, con la orientación del profesorado, deduce las identidades trigonométricas fundamentales. Para garantizar la retención de tales identidades, el profesorado propone ejercicios tipo, que involucren tales identidades. Se sugiere que el alumnado revise materiales interactivos propuestos por el profesorado como complemento.
Deduce la ley de senos. Deduce la ley de cosenos.	Resolución de triángulos oblicuángulos: • Ley de senos. • Ley de cosenos. • Problemas de aplicación.	El grupo, con orientación del profesorado deduce la ley de senos y la ley de cosenos. Resuelve problemas de aplicación: • Cálculo de distancias inaccesibles en construcciones o accidentes geográficos.

Resuelve problemas que involucren la ley de senos, la ley de cosenos o ambas sobre triángulos oblicuángulos.		• Cálculo de áreas de terrenos de contornos poligonales por triangulación. • Etc.

Evaluación Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que puede tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar la trigonometría.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con los elementos de trigonometría.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	**Complementaria**
Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Ciudad de México: Pearson Educación. Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill Interamericana. Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica.* McGraw-Hill. Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría.* Ciudad de México: Pearson. Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la Geometría Analítica*. Lima: Fondo Editorial Univesidad del Pacífico. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica, México: Limusa. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* (Tercera edición). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (Tercera edición). Pearson.	Ayres, F. Jr. *Trigonometría Plana y Esférica.* McGraw–Hill / Interamericana de México. Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica* Grupo Editorial Patria. Castañeda de Isla Puga, E. (2000) *Geometría analítica en el espacio*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería. Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Holliday, B. (2002). *Geometría Analítica con Trigonometría*. México: McGraw–Hill. Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. Ed. IPN Kindle, J. (1991). *Geometría Analítica*. Editorial Mc GrawHill. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla.

Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria. Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* (13ª ed.) México: Cengage Learning.	
Alumno	
Básica Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). Matemáticas III: enfoque por competencias (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* (3a ed.). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, et. al. (2007*) Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica*. Pearson Educación. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria.	Complementaria Ayres, F. Jr. Trigonometría Plana y Esférica. Mc graw–Hill / Interamericana de México. Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el Bachillerato General*. Ed. Trillas Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría (Cuarta edición).* McGraw-Hill Interamericana Lehmann, C. (2008). *Geometría Analítica,* México: Limusa

Unidad 2. Elementos básicos de geometría analítica

Presentación

En esta segunda unidad se introduce al alumnado al método analítico partiendo de la representación de puntos y de segmentos con las condiciones necesarias y suficientes que los determinan en el plano cartesiano, después mediante la aplicación del teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas el alumnado obtiene las condiciones analíticas que definen al segmento, y las relaciona con las representaciones gráficas realizadas al principio de esta unidad para de esta forma comenzar a comprender el método analítico y con ello al final obtener la expresión algebraica y gráfica de algunos lugares geométricos.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 2. Elementos básicos de geometría analítica

<table>
<tr><td colspan="2">Propósitos
Al finalizar la unidad el alumnado:
Utilizará algunos conceptos básicos de la geometría euclidiana y algunos lugares geométricos a través del método analítico, para representar y analizar a las curvas y los objetos geométricos que, desde el punto de vista euclidiano sólo admiten formas particulares de construcción, estudio y análisis de sus elementos.</td><td>Tiempo:
10 horas</td></tr>
<tr><td>Aprendizajes</td><td>Temática</td><td>Estrategias sugeridas</td></tr>
<tr><td>El alumnado:</td><td></td><td>Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.</td></tr>
<tr><td>Ubica un punto en el plano cartesiano dadas sus coordenadas.

Dado un punto en el plano cartesiano, obtiene sus coordenadas.

Identifica las abscisas y las ordenadas como distancias dirigidas en el plano cartesiano.</td><td>Representación de puntos en el plano cartesiano.</td><td>Introduce los sistemas de coordenadas a través de problemas, que hagan ver la necesidad de contar con un sistema de referencia para localizar puntos en un plano, por ejemplo, en mapas, batalla naval, entre otros.

El profesorado retoma problemas de variación lineal y cuadrática para que el alumnado ubique puntos en el plano cartesiano integrando los tres aprendizajes, por ejemplo:

• Ubica en el plano cartesiano todos los puntos que cumplan con que la abscisa sea el doble de su ordenada.
• Ubica los puntos cuya ordenada sea el cuadrado de su abscisa.</td></tr>
</table>

Traza un segmento en el plano cartesiano. Describe las condiciones necesarias y suficientes para que otro estudiante pueda localizar un segmento en el plano.	Condiciones necesarias y suficientes para determinar un segmento: • Los puntos extremos. • Un extremo (punto inicial o final), la longitud, y el ángulo de inclinación. Se considera punto inicial el que tiene la menor ordenada.	El profesorado plantea al alumnado la localización de un segmento a partir de las condiciones, haciendo uso exclusivo de herramientas de trazado (físicas o digitales).
Deduce la fórmula para determinar la distancia entre dos puntos. Resuelve problemas en los que se tenga que obtener la distancia entre dos puntos.	Distancia entre dos puntos (longitud de un segmento).	El alumnado utiliza sus conocimientos previos para la deducción de la fórmula para la distancia entre dos puntos. El profesorado puede ubicar puntos sobre los ejes cartesianos con la finalidad de obtener la distancia que los separa. Se puede trabajar primero con puntos que formen segmentos paralelos a los ejes y posteriormente emplear segmentos no paralelos a los ejes. El alumnado puede calcular la distancia entre diferentes puntos de un mapa, auxiliándose del plano cartesiano y la fórmula para la distancia entre dos puntos. Con ello también puede calcular áreas de regiones poligonales en el mapa, retomando, por ejemplo, la fórmula de Herón o lo visto en la unidad anterior.
Calcula el ángulo de inclinación de un segmento a partir de las coordenadas de sus puntos extremos. Calcula la pendiente de un segmento a partir de las coordenadas de sus puntos extremos.	Ángulo de inclinación. Pendiente.	El profesorado induce la aplicación del conocimiento adquirido en la primera unidad para obtener la fórmula que proporcione el ángulo de inclinación, aprovechando esto para definir la pendiente como la tangente del ángulo de inclinación. El alumnado puede investigar las características que deben cumplir las rampas de acceso, en particular su pendiente, y determinar si las que existen en su plantel satisfacen dichas condiciones.

Localiza un segmento dadas sus condiciones necesarias y suficientes, distintas a su determinación por sus puntos extremos.	Condiciones analíticas necesarias y suficientes, para localizar un segmento: • Punto extremo (inicial o final), longitud y ángulo de inclinación. • Punto extremo (inicial o final), longitud y pendiente.	El alumnado, con orientación del profesorado, retoma el aprendizaje acerca de las condiciones necesarias y suficientes para localizar un segmento y lo comprueba analíticamente, haciendo el ejercicio en el que un integrante del grupo proporciona a otro, dichas condiciones para su construcción.
Obtiene las coordenadas del punto que divide a un segmento en una razón dada. Obtiene las coordenadas de los extremos de un segmento, a partir de las coordenadas del punto que lo divide en una razón dada.	Punto que divide al segmento en una razón dada (punto medio, interiores y extremos)	El alumnado, orientado por el profesorado, deduce las fórmulas para determinar las coordenadas del punto que divide a un segmento en una razón dada, $x = \frac{x_1 + r x_2}{1+r}$ y $y = \frac{y_1 + r y_2}{1+r}$, con $r \neq -1$ y las aplica, por ejemplo, para determinar las coordenadas del punto medio, los vértices de un triángulo dados los puntos medios de sus lados, etc.
Obtiene la expresión algebraica y la gráfica de un lugar geométrico.	Lugares geométricos en el plano cartesiano.	Se recomienda proponer al alumnado la obtención de la expresión algebraica de lugares geométricos sencillos; por ejemplo, el conjunto de puntos cuya ordenada sea el doble de su abscisa, una mediatriz, que usando la fórmula de la distancia determine la ecuación del conjunto de puntos que equidistan del origen, etcétera.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar los elementos básicos de la geometría analítica.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con los elementos básicos de la geometría analítica.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	**Complementaria**
Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Ciudad de México: Pearson Educación. Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill Interamericana. Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica.* McGraw-Hill. Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría.* Ciudad de México: Pearson. Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la Geometría Analítica*. Lima: Fondo Editorial Univesidad del Pacífico. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica, México: Limusa. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* (Tercera edición). Pearson Educación.	Ayres, F. Jr. *Trigonometría Plana y Esférica.* McGraw–Hill / Interamericana de México. Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica* Grupo Editorial Patria. Castañeda de Isla Puga, E. (2000) *Geometría analítica en el espacio*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería. Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Holliday, B. (2002). *Geometría Analítica con Trigonometría*. México: McGraw–Hill.

Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (Tercera edición). Pearson. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria. Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* (13ª ed.) México: Cengage Learning.	Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. Ed. IPN Kindle, J. (1991). *Geometría Analítica*. Editorial Mc GrawHill. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla.
Alumno	
Básica Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). Matemáticas III: enfoque por competencias (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* (3a ed.). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, et. al. (2007*) Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica*. Pearson Educación. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria.	Complementaria Ayres, F. Jr. Trigonometría Plana y Esférica. Mc graw–Hill / Interamericana de México. Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el Bachillerato General*. Ed. Trillas Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría (Cuarta edición).* McGraw-Hill Interamericana Lehmann, C. (2008). *Geometría Analítica,* México: Limusa

Unidad 3. La recta y su ecuación cartesiana

Presentación de la unidad

Como continuación del curso de Matemáticas III, en esta unidad el alumnado avanzará hacia el estudio de la Recta como lugar geométrico y su representación algebraica. Inicialmente se identificarán los elementos que la definen en el plano cartesiano, a partir de estos, se estudiará a la pendiente, como concepto central e invariante, para describir su inclinación. Se profundizará en la interpretación geométrica de la pendiente y su conexión con la forma algebraica de la recta.

Después se dirigirán a obtener la ecuación de la recta a partir de dos condiciones dadas, para desarrollar habilidades esenciales que permitan el tránsito entre sus registros de representación. Más adelante se determinará, a través de las pendientes, el ángulo formado por dos rectas que se intersecan, que ayudará a determinar las condiciones de paralelismo y perpendicularidad, con lo cual será posible clasificar y entender las relaciones espaciales entre diferentes rectas, lo que permitirá al estudiantado tener una mejor comprensión de la relación entre las ecuaciones y su representación geométrica.

Finalmente, se utilizarán estos conocimientos en la modelación y resolución de problemas contextualizados, permitiendo, que el estudiantado brinde una interpretación de los resultados obtenidos. La comprensión gradual de estos conceptos permitirá al estudiantado consolidar su comprensión de la recta y su ecuación cartesiana, y a su vez, les dotará de los elementos necesarios para continuar el estudio de las siguientes unidades donde se presentan otras secciones cónicas. Las estrategias de enseñanza que se sugiere utilizar incluyen enseñanza directa, resolución de problemas prácticos, discusiones en grupo, el uso de software matemático que favorece la exploración visual, el reconocimiento de patrones de comportamiento y la formulación de conjeturas, así mismo se sugiere incluir proyectos de modelación y evaluación continua. En conjunto, esta unidad busca no solo dotar al estudiantado de herramientas matemáticas, sino también de la capacidad de aplicarlas de manera significativa en diversos contextos, consolidando así su comprensión y habilidades en geometría analítica.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 3. La recta y su ecuación cartesiana

Propósitos Al finalizar la unidad el alumnado: Transitará entre las representaciones gráfica y algebraica de la recta dados los diversos elementos que la definen, utilizando el método analítico, que en conjunto le permitirá resolver problemas geométricos en diversos contextos.	**Tiempo:** 20 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Conoce el origen del estudio de las secciones cónicas y su importancia. Identifica los elementos que definen a la recta. Describe a la recta como un lugar geométrico utilizando el concepto de pendiente. Obtiene la ecuación de una recta, dadas dos condiciones.	Bosquejo Histórico del estudio de las secciones cónicas. Elementos que determinan una recta: • Dos puntos. • Un punto y la pendiente. • Un punto y el ángulo de inclinación. La recta como lugar geométrico	El profesorado inicia con un breve bosquejo histórico del estudio de las secciones cónicas, y propone que el estudiantado elabore una investigación sobre las aportaciones de Menecmo, Apolonio de Perga, Johannes Kepler, René Descartes, Fermat, Euler, Gauss, entre otros. El profesorado: • Pide al estudiantado proporcionar una definición de la recta y partiendo de esta, se identifican los elementos que la definen, haciendo énfasis en su pendiente, para aterrizar al concepto de recta como lugar geométrico.

	Ecuación de la recta dados: ○ Dos puntos $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ ○ Un punto y la pendiente $y - y_1 = m(x - x_1)$ ○ La pendiente y la ordenada al origen $y = mx + b$ ○ Un punto y el ángulo de inclinación $y - y_1 = \tan\alpha\,(x - x_1)$	• Plantea ejercicios en donde se proporcionan dos de los elementos de la recta y traza su gráfica, para la comprensión de la representación analítica de la recta. Se puede generalizar a través del uso de un *software* dinámico. • A partir de la fórmula de la pendiente y el análisis gráfico de una recta, obtiene las ecuaciones de la recta dadas dos condiciones. • Propone ejercicios en donde el estudiantado obtenga la ecuación de la recta dadas dos condiciones y su representación gráfica. El alumnado, con orientación del profesorado, analiza el papel que juegan los parámetros m y b en la ecuación $y = mx + b$.
Determina el ángulo que se forma cuando dos rectas se cortan, en términos de sus pendientes.	Ángulo entre dos rectas en términos de sus pendientes.	El profesorado guía la obtención de la relación entre el ángulo de corte de dos rectas y los ángulos de inclinación de éstas, así como la interpretación de la relación anterior en términos de pendientes y tangentes, posteriormente, puede proporcionar la fórmula de ángulos entre dos rectas $\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}, \quad m_1 \cdot m_2 \neq -1$ y realizar un análisis geométrico de los ángulos de dichas rectas trasladando el origen al punto de intersección de ellas.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Identifica cuando dos rectas son paralelas, perpendiculares o ninguna de las dos, a partir de sus ecuaciones. Determina las ecuaciones de rectas paralelas o perpendiculares a otra dada.	Condiciones y relaciones de paralelismo y perpendicularidad.	Con orientación del profesorado, el alumnado: A partir del análisis de los valores de las pendientes en la fórmula del ángulo entre dos rectas, estudia los casos en que el ángulo es de 0° y 90°. Resuelve ejercicios en donde se tenga la necesidad de obtener la ecuación de una recta perpendicular o paralela a otra (mediatriz, alturas, entre otras).
Identifica los elementos que conforman la estructura de las diferentes ecuaciones de la recta (ordinaria o canónica, general y simétrica) y su importancia. Transita en las diferentes formas de la ecuación de la recta (ordinaria o canónica, general y simétrica).	Ecuación de la recta: ○ Ordinaria o canónica $y = mx + b$ ○ General $Ax + By + C = 0$ ○ Simétrica. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	El profesorado propone ejercicios, con las diferentes formas de la recta, para que el alumno transite de una forma de la ecuación de la recta a las demás.
Calcula la distancia de un punto a una recta. Resuelve problemas en diferentes contextos, que involucran las distintas formas de la ecuación de la recta.	Distancia de una recta a un punto. Problemas en diferentes contextos que empleen las distintas formas de la	El profesorado Discute con el alumnado el proceso para calcular la distancia entre un punto y una recta, así como su extensión al caso general, llegando a: Si l tiene por ecuación $Ax + By + C = 0$ y P tiene coordenadas (x_1, y_1), entonces la distancia de P a l está dada por:

	ecuación de la recta. ○ Ecuaciones de las rectas notables del triángulo (mediatrices, medianas y alturas).	$$d = \frac{\lvert Ax_1 + By_1 + C\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$ Puede plantear problemas para que el alumnado calcule la distancia entre dos rectas paralelas. El docente plantea problemas para que el alumnado los resuelva utilizando la temática indicada. Puede sugerir el uso de estrategias pertinentes, por ejemplo: Verificar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°, la determinación de los puntos notables de un triángulo. El alumnado: - Utiliza *software* dinámico para resolver problemas relacionados con la temática. - Resuelve problemas en contexto que lleven a la ecuación de una recta. - Resuelve problemas que permitan la interpretación de los parámetros de la recta en diversos contextos. - Resuelve problemas que se modelicen con una ecuación lineal, y lleven a la predicción de eventos. - Resuelve problemas que involucren todos los conceptos vistos en la unidad. Se pueden plantear situaciones que sean suceptibles de modelizarse con la ecuación de la recta proporcionando parejas de datos, por ejemplo, sobre derretimiento del hielo polar en relación con la concentración de CO_2 en la atmosfera, el nivel del mar respecto a la temperatura media global, entre otros.

Evaluación Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar el estudio de la recta como lugar geométrico y su ecuación cartesiana.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la recta como lugar geométrico.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	**Complementaria**
Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Ciudad de México: Pearson Educación. Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill Interamericana. Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica.* McGraw-Hill. Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría.* Ciudad de México: Pearson. Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la Geometría Analítica*. Lima: Fondo Editorial Univesidad del Pacífico. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica, México: Limusa. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* (Tercera edición). Pearson Educación.	Ayres, F. Jr. *Trigonometría Plana y Esférica.* McGraw–Hill / Interamericana de México. Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica* Grupo Editorial Patria. Castañeda de Isla Puga, E. (2000) *Geometría analítica en el espacio*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería. Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Holliday, B. (2002). *Geometría Analítica con Trigonometría*. México: McGraw–Hill. Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. Ed. IPN

Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (Tercera edición). Pearson. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria. Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* (13ª ed.) México: Cengage Learning.	Kindle, J. (1991). *Geometría Analítica*. Editorial Mc GrawHill. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla.
Alumno	
Básica	Complementaria
Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). Matemáticas III: enfoque por competencias (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* (3a ed.). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, et. al. (2007*) Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica*. Pearson Educación. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria.	Ayres, F. Jr. Trigonometría Plana y Esférica. Mc graw–Hill / Interamericana de México. Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el Bachillerato General*. Ed. Trillas Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría (Cuarta edición).* McGraw-Hill Interamericana Lehmann, C. (2008). *Geometría Analítica,* México: Limusa

Unidad 4. La parábola y su ecuación cartesiana

Presentación

La cuarta unidad de Matemáticas III aborda el estudio de la parábola como un lugar geométrico, sus representaciones geométrica y algebraica y las conexiones que existen entre ambas, en un contexto de resolución de problemas diversos.

Puede comenzarse proporcionando al estudiantado la oportunidad de inducir la propiedad (equidistancia a un punto y una recta) que deben cumplir los puntos que constituyen una parábola, lo cual también llevaría a un reconocimiento de los elementos importantes en esta curva -vértice, foco, directriz, lado recto-; a partir de ello se puede obtener la ecuación de este lugar geométrico y comenzar a transitar entre sus representaciones geométrica y algebraica. Posteriormente, puede introducirse la existencia de las formas ordinaria y general de dicha ecuación y construir, junto con el alumnado, los procedimientos que permiten pasar de una a otra, insistiendo en la importancia de transitar entre diversas representaciones de un mismo objeto y continuar apuntalando habilidades de resolución de problemas. Es importante mantener presente que la actividad de las y los estudiantes es el centro de la clase, de manera que puedan construir sus propios aprendizajes colaborando con sus pares y con el profesorado.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 4. La parábola y su ecuación cartesiana

Propósito: Al finalizar la unidad el alumnado: Identificará a la parábola en sus representaciones algebraica y geométrica, y transitará entre estas formas de representación. Resolverá problemas en el ámbito matemático y de contexto que involucren a la parábola y sus propiedades.			**Tiempo:** 15 horas
Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**	
Resuelve problemas que involucren la intersección de una recta con una parábola. Resuelve problemas que involucren la intersección de dos parábolas.	Sistemas 2x2 formados por las ecuaciones de: · Una línea recta y una parábola. · Dos parábolas.	El profesorado podría aprovechar la discusión de problemas que conlleven el planteamiento de sistemas de ecuaciones 2x2 no lineales para plantear métodos de solución y luego pedir que el alumnado verifique sus soluciones, al principio, con lápiz y papel, y posteriormente empleando *software* dinámico.	
Resuelve problemas de aplicación.	Resolución de problemas en diversos contextos.	El o la docente puede proponer problemas con diferentes contextos: • Arcos, puentes o socavones para que el estudiantado determine si es posible ajustarlas a	

		una parábola~~.~~ • Determinar los elementos de la cónica en antenas parabólicas, espejos de telescopios, radiotelescopios, espejos de linternas, reflectores de proyectores, trayectorias de cuerpos en movimiento parabólico, etc. La forma de atacar estos problemas y su solución puede debatirse en sesión plenaria, en donde todos tengan posibilidad de hacer aportaciones y contribuir al avance del grupo. Promover discusiones en las que se valore la utilidad e importancia de los conocimientos construidos sobre parábolas. Plantear al alumnado la realización de un proyecto en el que se diseñe y elabore una estufa solar que aproveche las propiedades de la parábola para concentrar los rayos solares, con lo que podría incorporarse una discusión sobre ahorro de energía, energías renovables, temas relativos a la sustentabilidad.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
• Identifica visualmente los elementos que definen la parábola. • Reconoce la simetría de esta curva. Determina por inducción la propiedad que define a la parábola como lugar geométrico.	• La parábola como lugar geométrico. • Elementos que la determinan: foco, directriz, eje de simetría, vértice y lado recto.	• El o la docente propone la construcción con material concreto (por ejemplo, doblado de papel o mediante el uso de software de geometría dinámica) de una parábola,-conjuntamente con el alumnado analiza la propiedad común que tienen los puntos generados, con el propósito de llegar a la definición como lugar geométrico. • Aprovechando una construcción, el profesor o profesora señala algunos puntos y rectas especiales como foco y directriz y plantea actividades para que el alumnado identifique la propiedad de equidistancia de los puntos de la parábola respecto al foco y directriz.
• Determina la ecuación de una parábola con vértice en el origen con base en su definición. • Determina la ecuación de una	Ecuación ordinaria de la parábola, vertical y horizontal con vértice en el origen y fuera de él.	• Con base en la gráfica de una parábola, en la que se señalan foco, directriz y un punto $P(x, y)$ sobre la curva, el alumnado -con la ayuda mínima del docente- determina la ecuación de la parábola. • Para una parábola determinada, el profesorado proporciona algunos puntos y pide al estudiantado que verifique si son puntos de ésta.

parábola con vértice fuera del origen con base en su definición. • Determina que un punto pertenece a una parábola si y sólo si, sus coordenadas satisfacen la ecuación correspondiente.		
Traza la gráfica de una parábola a partir de dos datos: foco-vértice, vértice-directriz, etc. y determina su ecuación ordinaria. Obtiene la ecuación general de una parábola a partir de la ecuación ordinaria.	Vértice, eje de simetría, foco, directriz y lado recto de una parábola. Ecuación ordinaria de la parábola e interpretación de sus parámetros h, k y p en $(x-h)^2 = \pm 4p(y-k)$, $(y-k)^2 = \pm 4p(x-h)$. Ecuación general de la parábola.	El profesorado plantea problemas en los que el alumnado deba encontrar los elementos de una parábola a partir de su ecuación ordinaria. El estudiantado resuelve problemas que, dados dos datos: foco-vértice, vértice-directriz, lado recto-vértice y lado recto-directriz, obtenga el bosquejo de la parábola, así como su ecuación ordinaria y a partir de esta, la ecuación general.

Transita de la representación algebraica a la geométrica de una parábola. Transita de la representación geométrica a la algebraica de una parábola.	Representación algebraica y gráfica de la parábola.	El profesor o profesora propone ecuaciones ordinarias de parábolas y el estudiantado las grafica. Así mismo, el o la docente propone el problema inverso: a partir de la gráfica de una parábola, obtener su ecuación ordinaria. Se sugiere trabajar con *software* dinámico para que el alumnado induzca el papel que juegan los parámetros en la gráfica. En caso de no disponer de tecnología se puede trabajar con impresiones en papel de distintas parábolas, que muestren diversas orientaciones y posiciones del vértice y las ecuaciones ordinarias correspondientes, para ayudar al alumnado a determinar el papel de los parámetros h, k y p.
Transforma la ecuación general a la ordinaria para determinar sus elementos.	Transformación de la ecuación general a la ordinaria.	El profesorado, a partir de la discusión de lo que representan los parámetros de la ecuación ordinaria, plantea a los y las estudiantes el problema de encontrar los elementos de una parábola cuando sólo se conoce su ecuación en la forma general. Se sugiere inducir al alumnado a que desarrolle el binomio de la forma ordinaria para llegar a la forma general y luego, de la general, completar el cuadrado para llegar de nuevo a la ordinaria; enseguida relacionar ambas y encontrar los elementos.

Evaluación Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar el estudio de la parábola como lugar geométrico y su ecuación cartesiana.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la parábola como lugar geométrico.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	**Complementaria**
Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Ciudad de México: Pearson Educación. Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill Interamericana. Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica.* McGraw-Hill. Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría.* Ciudad de México: Pearson. Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la Geometría Analítica*. Lima: Fondo Editorial Univesidad del Pacífico. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica, México: Limusa. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* (Tercera edición). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (Tercera edición). Pearson.	Ayres, F. Jr. *Trigonometría Plana y Esférica.* McGraw–Hill / Interamericana de México. Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica* Grupo Editorial Patria. Castañeda de Isla Puga, E. (2000) *Geometría analítica en el espacio*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería. Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Holliday, B. (2002). *Geometría Analítica con Trigonometría*. México: McGraw–Hill. Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. Ed. IPN Kindle, J. (1991). *Geometría Analítica*. Editorial Mc GrawHill. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla.

Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria. Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* (13ª ed.) México: Cengage Learning.	
Alumno	
Básica Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). Matemáticas III: enfoque por competencias (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* (3a ed.). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, et. al. (2007*) Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica*. Pearson Educación. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria.	Complementaria Ayres, F. Jr. Trigonometría Plana y Esférica. Mc graw–Hill / Interamericana de México. Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el Bachillerato General*. Ed. Trillas Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría (Cuarta edición).* McGraw-Hill Interamericana Lehmann, C. (2008). *Geometría Analítica,* México: Limusa

Unidad 5. La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas

Presentación

En esta unidad se continuará con el estudio de la circunferencia y la elipse. En la primera parte, el alumnado con apoyo del profesorado avanzará en el análisis de la circunferencia como lugar geométrico a partir de la resolución de problemas de corte geométrico y empleando algún software de geometría dinámica, identificará los elementos que la definen. Posteriormente, deducirá las ecuaciones ordinaria y general de la circunferencia, para realizar el bosquejo de la gráfica en el plano cartesiano. Finalmente, promoviendo la apreciación y la conexión con aplicaciones del mundo real, aplicará sus conocimientos para resolver problemas de contextos diversos.

En la segunda parte, el estudiantado con la guía del profesorado avanzará en el estudio de la elipse como lugar geométrico a partir de su construcción (por ejemplo, usando el método del jardinero, con doblado de papel, o bien, empleando algún software de geometría dinámica), identificará sus elementos y los utilizará para realizar el bosquejo de la gráfica. Posteriormente, deducirá las ecuaciones ordinaria y general, así como la trasformación de una a la otra para identificar el papel de sus parámetros en la gráfica. Al finalizar, el alumnado aplicará sus conocimientos adquiridos para resolver distintos problemas contextualizados, con el fin de avanzar en la consolidación del método analítico.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 5. La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas

Propósito	**Tiempo:**
Al finalizar la unidad el alumnado: Obtendrá las ecuaciones cartesianas de la circunferencia y la elipse, así como sus gráficas, dado cualquier conjunto de elementos definitorios, y viceversa. Resolverá problemas donde tales curvas se presenten, con el fin de avanzar en la consolidación del método analítico y desarrollar su habilidad de reconocimiento de formas y estructuras.	20 horas

Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Identifica los elementos que definen a la circunferencia. Obtiene la definición de circunferencia como lugar geométrico. Deduce la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en el origen.	La circunferencia como lugar geométrico. Elementos que definen a la circunferencia. Ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en el origen y fuera de él.	Usando lápiz y papel, o con ayuda de un *software* de geometría dinámica, el alumnado junto con el profesorado explora algunos problemas para identificar qué puntos satisfacen la definición de circunferencia como lugar geométrico e identifica sus elementos. A partir de la definición de circunferencia, el estudiantado deduce la ecuación ordinaria de varias circunferencias con centro en el origen y fuera del origen. A fin de garantizar la comprensión de la representación algebraica, el profesorado proporciona las coordenadas de varios puntos para verificar si éstos pertenecen o no a una circunferencia. Es importante que el estudiantado trabaje varios ejemplos para determinar la

Deduce la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro fuera del origen. Grafica una circunferencia a partir de su ecuación ordinaria.		representación gráfica de la circunferencia a partir de su ecuación ordinaria.
Obtiene la ecuación general de la circunferencia a partir de: • La forma ordinaria. • Sus elementos (centro y radio). • Su gráfica.	Ecuación General.	El profesorado propone: • Ecuaciones de la circunferencia en forma ordinaria, para que el estudiantado desarrolle las operaciones indicadas y obtenga la ecuación general e identifique el tipo de términos que la componen. • Las coordenadas del centro y el radio de una circunferencia para que el estudiantado determine la ecuación en su forma ordinaria y posteriormente la ecuación general. • Gráficas de circunferencias en las cuales se pueda localizar el centro y obtener el radio para llegar a la ecuación general. Para esta última parte, el profesor puede emplear algún *software* de geometría dinámica para proyectar varias circunferencias en el plano cartesiano.
Obtiene la ecuación ordinaria de la circunferencia a partir de la ecuación general.	Relación entre ecuación ordinaria y ecuación general.	El profesorado propone ecuaciones de la circunferencia en su forma general, y con su orientación solicita que el alumnado realice las operaciones pertinentes para obtener la ecuación ordinaria (método de completar cuadrados), identifique sus elementos y los emplee para graficar.

Grafica una circunferencia a partir de su ecuación general.		
Resuelve problemas de corte geométrico.	Problemas de aplicación.	Resuelve problemas, como, por ejemplo: Encontrar la ecuación de la tangente a la circunferencia, la ecuación de la circunferencia con centro en un punto dado y es tangente a una recta dada, la ecuación de la circunferencia que pasa por tres puntos, la intersección entre recta y circunferencia y en otros contextos. Resuelve problemas con diferentes contextos en los que intervenga la ecuación cartesiana de la circunferencia: ruedas de la fortuna, ruedas de bicicletas, relojes analógicos, especificaciones sobre llantas de automóviles, propagación de ondas sísmicas desde su epicentro, etc.
Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
Identifica los elementos y la propiedad de simetría de la elipse. Obtiene la definición de elipse como lugar geométrico.	Elementos de la elipse: centro, vértices, covértices, focos, eje mayor, eje menor, distancia focal, excentricidad y lado recto. Propiedad de simetría de la elipse. Definición de la elipse como lugar geométrico.	El estudiantado realiza una pequeña investigación sobre los elementos de la elipse para que posteriormente se revisen en el salón de clase. El profesorado propone la construcción de una elipse usando el método del jardinero o con doblado de papel, y guíe el análisis de lo realizado a fin de que se arribe a la definición como lugar geométrico, así como identificar sus elementos más importantes. Propone las definiciones de otros elementos importantes de la elipse y plantea actividades de identificación de manera colaborativa.

Obtiene la ecuación ordinaria de la elipse a partir de sus elementos, con ejes paralelos a los ejes cartesianos y con centro en el origen. Obtiene la ecuación ordinaria de la elipse a partir de sus elementos, con ejes paralelos a los ejes cartesianos con centro fuera del origen.	Ecuación ordinaria de la elipse.	El profesorado orienta la obtención de la ecuación ordinaria de la elipse con centro en el origen, luego con centro sobre uno de los ejes y la posterior generalización a la ecuación con centro fuera de los ejes. Es conveniente que el profesorado, para garantizar la comprensión de la ecuación, pida al alumnado decidir si un conjunto dado de puntos pertenece o no a la elipse dada su ecuación.
Bosqueja la gráfica de la elipse a partir de los parámetros de su ecuación ordinaria. Identifica la relación entre la excentricidad y la forma de la elipse.	La elipse y los parámetros de su representación algebraica. Excentricidad.	• El profesorado propone ejercicios para bosquejar la elipse a partir de sus parámetros. Utiliza la relación pitagórica de los parámetros a, b, c y los extremos del lado recto para realizar el bosquejo de la gráfica de la elipse. • El profesorado utilice *software* dinámico en el análisis de los parámetros y la excentricidad de la elipse para establecer la relación con su gráfica.
Transforma la ecuación general de la elipse a su forma ordinaria. Bosqueja la gráfica de la elipse a partir de la ecuación general.	Ecuación general.	El profesorado guía la transformación de la ecuación general de la elipse a su forma ordinaria, empleando el método de completar cuadrados para identificar sus elementos y graficarla.

Resuelve problemas geométricos y en otros contextos.	Problemas de aplicación.	El profesorado puede: Solicitar una investigación sobre aplicaciones de la elipse y propone problemas utilizando los resultados obtenidos. Proponer problemas sobre recintos históricos, estadios u otro tipo de artefactos de forma elíptica para analizar la reflexión del sonido y la luz, relativos a las propiedades de la elipse en diferentes contextos: arcos de túneles, órbitas de planetas, reflectores elípticos, galerías susurrantes, etc.

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar el estudio de	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el

la circunferencia y la elipse como lugares geométricos.	aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la circunferencia y la elipse como lugares geométricos.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	**Complementaria**
Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Ciudad de México: Pearson Educación. Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill Interamericana. Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica.* McGraw-Hill. Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría.* Ciudad de México: Pearson. Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la Geometría Analítica*. Lima: Fondo Editorial Univesidad del Pacífico. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica, México: Limusa.	Ayres, F. Jr. *Trigonometría Plana y Esférica.* McGraw–Hill / Interamericana de México. Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica* Grupo Editorial Patria. Castañeda de Isla Puga, E. (2000) *Geometría analítica en el espacio*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería. Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Holliday, B. (2002). *Geometría Analítica con Trigonometría*. México: McGraw–Hill.

Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* (Tercera edición). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (Tercera edición). Pearson. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria. Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* (13ª ed.) México: Cengage Learning.	Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. Ed. IPN Kindle, J. (1991). *Geometría Analítica*. Editorial Mc GrawHill. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla.
Alumno	
Básica Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). Matemáticas III: enfoque por competencias (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* (3a ed.). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, et. al. (2007*) Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica*. Pearson Educación. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria.	Complementaria Ayres, F. Jr. Trigonometría Plana y Esférica. Mc graw–Hill / Interamericana de México. Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el Bachillerato General*. Ed. Trillas Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría (Cuarta edición).* McGraw-Hill Interamericana Lehmann, C. (2008). *Geometría Analítica,* México: Limusa

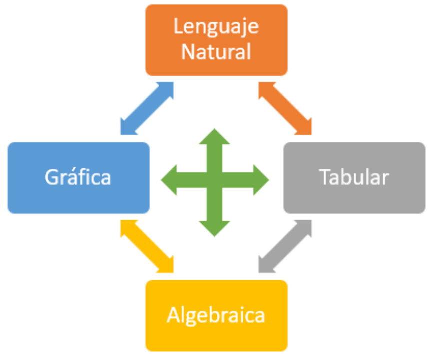
Matemáticas IV

En los cursos previos a esta asignatura, ya se han atendido los ejes temáticos de la materia de Matemáticas: álgebra, geometría euclidiana, geometría analítica, trigonometría, y funciones. En Matemáticas IV se plantea utilizar las temáticas estudiadas en las asignaturas anteriores para consolidar, integrar y profundizar conocimientos y procedimientos que permitan al alumnado emplear diferentes tipos de funciones para modelizar situaciones y fenómenos diversos. La asignatura propone comenzar con el estudio formal del concepto de función, y abordar después algunos de los principales tipos de funciones: las funciones polinomiales, racionales, con radicales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

Propósitos del curso

La asignatura de Matemáticas IV se imparte en el cuarto semestre y al finalizar el curso, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumnado:

a. Reafirmará los conceptos de variables independiente y dependiente para formular expresiones algebraicas que las relacionen.
b. Recuperará la noción de función, para llegar a su formalización como una regla de correspondencia que asocia a cada elemento de la primera variable, un único elemento de la segunda variable.
c. Incrementará su capacidad de resolución de problemas al conocer y manejar nuevas herramientas para modelizar y analizar situaciones y fenómenos que se pueden representar con las funciones estudiadas en el curso.
d. Enriquecerá y utilizará de manera integrada diversos conceptos y procedimientos de aritmética, álgebra y trigonometría, así como geometría euclidiana y analítica en el estudio y modelización de fenómenos y situaciones diversas, en que intervienen las funciones abordadas en el curso.
e. Modelizará diversas situaciones que involucran variación y a través del análisis del comportamiento de la función respectiva, obtendrá información y conclusiones sobre la situación estudiada.
f. Realizará la transición, en los dos sentidos, entre los registros de representación típicos de funciones elementales como muestra el diagrama.



g. Identificará la forma básica de la gráfica asociada con la expresión analítica y viceversa; esto es, dada una expresión algebraica inferirá el comportamiento gráfico y dada la gráfica, deducirá información relevante de ella. Con base en lo anterior, consolidará su manejo del plano cartesiano.
h. Realizará exploraciones numéricas y gráficas, sistemáticas, captando las relaciones entre los parámetros de la expresión analítica (algebraica) de funciones de distinto tipo y las gráficas correspondientes.
i. Analizará, de las funciones estudiadas en el curso, la variación (el cambio) en forma global y en intervalos. Entenderá la noción de tasa de variación y la aplicará en diferentes situaciones modelizadas por diversas funciones.

j. Continuará cimentando valores y actitudes que promuevan la perspectiva de género, la ciudadanía y la sustentabilidad. Estos incluyen equidad, inclusión, tolerancia, solidaridad, respeto, colaboración, cuidado del medio ambiente, entre otros.
k. Empleará los conocimientos adquiridos en esta asignatura para aplicarlos a distintas áreas de la matemática y otras disciplinas de manera transversal.
l. Reconocerá, con la orientación del profesorado, el carácter de la matemática como ciencia a lo largo del estudio de los aprendizajes propuestos.

Hay que mantener presente que, siguiendo el enfoque didáctico y disciplinario de la materia, la asignatura de Matemáticas IV debería abordarse mediante la resolución de problemas y privilegiando la actividad del estudiantado, en vez de la exposición catedrática del profesor(a). Al respecto, es muy recomendable generar un ambiente de aprendizaje en el que el alumnado proponga ideas, trabaje, argumente, debata con sus pares y con el profesorado mientras avanza en la construcción de soluciones a problemas seleccionados: tener en mente que interesa que desarrolle habilidades para aprender a: aprender, hacer y ser.

Como ya se ha hecho mención, la tecnología puede ser una poderosa herramienta para lograr aprendizajes en matemáticas; es conveniente buscar un equilibrio entre el uso de recursos tecnológicos y tradicionales para lograr una comprensión integral y robusta de la asignatura.

La asignatura está organizada en cinco unidades, como sigue:

Contenidos temáticos

Matemáticas IV

Unidad	**Nombre de la unidad**	**Horas**
1	Concepto de función y funciones polinomiales	25
2	Funciones racionales y funciones con radicales	15
3	Funciones exponenciales y logarítmicas	20
4	Funciones trigonométricas	20

Evaluación

La evaluación es el proceso de recabación de información para la toma de decisiones orientadas a mejorar. Es importante no confundirla con el acto de *calificar*, asignar una nota con fines de acreditación o no de la asignatura. Al respecto, Flores (2009) recoge las siguientes recomendaciones:

> La evaluación debe poner atención en la matemática que es importante, debe ser justa para los estudiantes, los profesores y la institución; debe fomentar el aprendizaje del estudiante, haciéndole ver qué es lo que ya sabe y qué debe aprender o qué puede hacer (Balanced Assessment Project, 2000, p. vi; Clarke, 1997, pp. 2-3). Además, la evaluación debe hacerse a través de diferentes fuentes de información o instrumentos de evaluación, entre los que se cuentan cuestionarios con preguntas abiertas, cuestionarios de opción múltiple, conversaciones, bitácoras o diarios y portafolios (NCTM, 2000, pp. 22-24; Garrison y Ehringhaus, 2008; Gómez, 2007). (pp. 119-120)

Estas orientaciones pueden ser útiles para definir cómo evaluaremos los avances de nuestro alumnado: consideremos que, si nos interesa la construcción de habilidades como la resolución de problemas, el razonamiento y el pensamiento crítico, nuestros instrumentos de evaluación deberían diseñarse para recabar información sobre esas habilidades, y no concentrarse solo en la algoritmia necesaria para manipular ciertas ecuaciones.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 1. Concepto de función y funciones polinomiales

Presentación

La primera unidad de Matemáticas IV introduce al alumnado al concepto formal de función, retomando las primeras nociones abordadas en los cursos de Matemáticas I y II, para pasar después al estudio de las funciones polinomiales.

A través del planteamiento de problemas el alumnado distinguirá entre una relación y una función, profundizará en aspectos como las maneras de representar estos objetos matemáticos (verbal, algebraica, tabular y gráfica), así como los elementos que les caracterizan (variable dependiente y variable independiente, dominio, codominio y rango).

Una vez abordada la noción general de función, se procederá a estudiar las funciones conocidas como *polinomiales*, algunas de sus propiedades, características, y las transiciones entre sus formas de representación. En particular, se planteará un primer análisis del dominio y el rango para este tipo de funciones, técnicas para el cálculo de ceros o raíces para la elaboración de bosquejos de sus gráficas, además de utilizarlas para modelizar y resolver problemas de distintos tipos.

Debe tenerse presente que, de acuerdo con lo que se ha establecido en este programa, la actividad del alumnado es fundamental para la generación de conocimiento y el desarrollo de habilidades y actitudes, por lo que profesoras y profesores necesitan implementar un ambiente de aprendizaje en el que dicha actividad sea central, mientras se trabaja con ideas matemáticas estimulantes y el proceso se evalúa continuamente para mejorar.

Unidad 1. Concepto de función y funciones polinomiales

Propósitos Al finalizar la unidad el alumnado: Profundizará en el estudio del concepto de función, la notación funcional, así como la distinción entre variables dependiente e independiente, transitará entre las representaciones tabular, gráfica, algebraica y de lenguaje natural de las funciones polinomiales, analizando su comportamiento y utilizándolas para resolver problemas en diferentes contextos, continuando el desarrollo de sus habilidades de razonamiento, reflexión, análisis, resolución de problemas, entre otras.	**Tiempo:** 25 horas

Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Distingue entre relaciones y funciones en diferentes contextos. Define el concepto de función. Diferencia dominio, codominio y rango de una función. Utiliza diferentes registros para la	Relación. Noción generalizada de función. Dominio, codominio y rango. Relación entre dos variables. Regla de correspondencia.	El profesorado propone una investigación sobre el desarrollo histórico del concepto de función. A través del planteamiento de problemas de reconocimiento (Blanco, 1993)[4] se sugiere que el alumnado: • Identifique relaciones y funciones, señalando dominio, codominio, rango y reglas de correspondencia. • Elabore diferentes representaciones (sagitales, tabulares, algebraicas, verbales y gráficas) de relaciones y funciones. • Distinga la gráfica de una relación de la de una función.

[4] Un ejercicio de reconocimiento es aquel en el que se pretende resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema

representación de funciones.		• Utilice *software* dinámico para la verificación de bosquejos a lápiz y papel de gráficas de funciones.
Identifica situaciones que se modelizan con una función polinomial. Comprende el significado de la notación funcional. Utiliza la notación funcional para representar y evaluar funciones polinomiales. Usa la notación de intervalos para representar dominio y rango de una función.	Situaciones que se modelizan con una función polinomial. Notación funcional: $f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ Intervalos.	Organizado en equipos o de manera individual y con la orientación del profesorado, el alumnado: • Explora situaciones que puede modelizarse con una función polinomial e identifica los elementos y características del polinomio correspondiente. • Evalúa funciones polinomiales empleando la notación pertinente, registra los resultados en una tabla y los grafica. • Identifica el dominio y el rango para dichas funciones, expresándolos en forma de intervalo.
Utiliza la división sintética como herramienta para determinar algunos de los posibles ceros de una función polinomial	División sintética, teorema del residuo, teorema del factor y su recíproco. Ceros de la función y raíces reales y complejas de la ecuación asociada. Raíces de multiplicidad impar o par,	El alumnado, con orientación del profesorado: • Investiga la división sintética en fuentes sugeridas por el profesorado. • A través de problemas de reconocimiento[5], retoma las características de las funciones lineales y cuadráticas (raíces enteras, raíces racionales, raíces complejas, ceros, gráfica) para extenderlas a las funciones

[5] Un ejercicio de reconocimiento es aquel en el que se pretende resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema (Blanco, 1993)

Aplica los teoremas: de las raíces racionales, del residuo, del factor y su recíproco en una función polinomial $f(x)$, para determinar los ceros de $f(x)$ y obtener su expresión factorizada.	para observar el comportamiento gráfico. Teorema fundamental del algebra. Teorema de las raíces racionales.	polinomiales de grado mayor a dos. • Observa que cuando hay raíces racionales, existe una relación entre coeficientes principales, términos independientes, y dichas raíces. • Calcula raíces (o ceros) racionales de funciones polinomiales diversas. • Aproxima raíces irracionales de funciones polinomiales con lápiz y papel, y posteriormente con ayuda de software.
Construye la representación algebraica de una función polinomial a partir de sus ceros. Bosqueja la gráfica de una función polinomial a partir del cálculo de sus ceros.	Representación algebraica y gráfica de una función polinomial.	El alumnado: • Identifica las diferencias entre las representaciones gráficas de funciones polinomiales de grados par e impar. • Con ayuda de un *software* dinámico analiza los parámetros de $f(x) = ax^n + b$ para mejorar su comprensión de la graficación de funciones polinomiales. • Construye la representación algebraica de una función polinomial a partir de sus ceros, bosqueja la gráfica correspondiente y verifica que la función obtenida efectivamente tiene esas raíces. • Transita entre diferentes formas de representación algebraica de una función polinomial (factorizada, desarrollada) y su representación gráfica. • Calcula los ceros de una función polinomial y obtiene valores de la función en puntos diferentes a sus raíces para bosquejar su gráfica. • Con ayuda de un *software* dinámico verifica sus bosquejos a lápiz y papel.

Emplea funciones polinomiales como modelos de variación de fenómenos naturales, económicos y sociales.	Problemas de aplicación.	El alumnado: • Trabaja en la solución de problemas en diferentes contextos (por ejemplo, sobre áreas y volúmenes) que pueden resolverse modelizando la situación con una función polinomial. • Reconoce el dominio y el rango de una función tomando en cuenta el contexto del problema. • Analiza y explica funciones que modelicen situaciones que involucren cambio climático, cambios económicos, fenómenos sociales (PEG, formación para la ciudadanía, etc.) empleando diversas representaciones. Este análisis puede llevarse a cabo con apoyo de simuladores y *software* dinámico.

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar el concepto de función, de función polinomial y sus características y elementos.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la noción de función y el concepto de función polinomial.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Demana, F. (2007) *Precálculo.* (Séptima edición). Pearson. Johnson, L. M., & Steffensen, A. R (1994). *Algebra y trigonometría con aplicaciones.* Editorial Trillas. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica* (12a edición). Cengage Learning.	Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Algebra, y trigonometría: precálculo*. Editorial Trillas. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla Leithold, L. (1994) *El Cálculo* 7 ed. Oxford University Press Ramírez, C. et al. (2012). *Matemáticas IV, Cuaderno de trabajo.* Editorial Trillas. Rangel, L. (2008). *Funciones y Relaciones.* Editorial Trillas.

Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., y Swokowski, E. W (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	
Alumno	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas VI: enfoque por competencias* (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones.* (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 4. Libro de trabajo para el Bachillerato General.* Ed. Trillas Jiménez, M., Estrada R. (2018). *Matemáticas 4.* Pearson Soto, E. (2020*). Matemáticas IV. Bachillerato SEP*. Ed. Trillas

Unidad 2. Funciones racionales y con radicales

Presentación

En esta unidad se continúa con el estudio de funciones, buscando que el alumnado analice, modelice y grafique algunas situaciones que dan lugar a funciones racionales y con radicales. En el caso de las funciones racionales se revisan problemas sencillos relacionados con movimiento a velocidad constante, fuerza electrostática entre dos cargas, fuerza gravitacional, con la intención de reconocer la variación inversa. Para las funciones con radicales se revisan construcciones geométricas de triángulos rectángulos y figuras inscritas o circunscritas a circunferencias o semicircunferencias. En el análisis de estas funciones se revisarán los elementos que las constituyen, se trazarán sus gráficas y se propondrán problemas de aplicación.

Se contemplan diversos aprendizajes y temáticas para lograr el propósito general, organizados de forma gradual y coherente. Las estrategias sugeridas están orientadas a lograr los aprendizajes planteados y se presentan algunos ejemplos específicos de apoyo al docente para el desarrollo de la unidad.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 2. Funciones racionales y con radicales

Propósito	Tiempo:
Al finalizar la unidad el alumnado: Modelizará algunas situaciones que dan lugar a funciones racionales y con radicales, a través del planteamiento de problemas diversos, identificando dominios, rangos, asíntotas, bosquejando sus gráficas, y relacionando estas características con la problemática planteada para resolverla.	15 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
	Funciones racionales	
Identifica el comportamiento de funciones racionales a través de la exploración de distintas situaciones.	Funciones de la forma: $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)},\ q(x) \neq 0$ Con $p(x)$ y $q(x)$, polinomios de coeficientes reales, de grado menor o igual a dos.	El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, trabajar con problemas que involucren situaciones de variación inversa, como $v = \frac{d}{t}$ para analizar qué sucede con los valores de v cuando d es constante y t se acerca a cero, o adopta valores positivos muy grandes o negativos muy pequeños El alumnado identifica las diferencias entre las gráficas de las funciones racionales y polinomiales.
Determina el dominio de una función racional.	Elementos de las funciones racionales: • Dominio	Haciendo uso de ejemplos cuidadosamente seleccionados, el profesorado guía al alumnado para que, a través de una tabulación, identifique los valores de x para los cuales la función se indetermina, obteniendo a partir de ello el dominio de la función.

Determina los elementos de una función racional cuyo denominador es de grado mayor que el numerador: ceros, asíntotas verticales, asíntota horizontal, puntos de discontinuidad (huecos) y rango. Realiza el bosquejo de una función racional.	• Asíntotas verticales. • Ceros de la función. • Asíntota horizontal. • Puntos de discontinuidad. • Rango.	Con la orientación del profesorado, el alumnado determina algebraicamente las asíntotas verticales y horizontales, los huecos y los ceros de la función. Asigna valores en x, entre cada uno de estos elementos para bosquejar la función. El alumnado en equipos, trabaja diversos problemas con funciones racionales de diferente grado de dificultad y explora la función alrededor de los puntos de discontinuidad. El alumnado verifica, por medio de un *software* dinámico, los bosquejos de las gráficas. El alumnado realiza una breve investigación sobre las aportaciones de María Gaetana Agnesi a las matemáticas, y específicamente sobre la llamada "*Curva de Agnesi*" $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$, Elabora una comparación de las diferencias y similitudes que existen entre esta función y las funciones racionales que has estudiado hasta este momento, incluyendo sus distintas representaciones. El profesorado puede ahondar en la historia de Agnesi y las circunstancias que llevaron al sobrenombre de "Bruja de Agnesi".
Calcula la asíntota horizontal de funciones racionales cuyo denominador y numerador tienen el mismo grado. Elabora la gráfica de una función racional a partir de sus elementos (ceros, asíntotas verticales y	Gráfica de funciones racionales con asíntotas verticales y asíntota horizontal diferente al eje de las x.	El profesorado proporciona al alumnado organizado en equipos problemas que impliquen el cálculo de la asíntota horizontal. Ejemplo: $$f(x) = \frac{8x^4 - 2x^3 + 5}{2x^4 + 3x - 2}$$ dando valores para $x = 10, x = 100, x = 1000$ y ver a qué valor tiende la función. El profesorado formaliza el teorema de la asíntota horizontal. El profesorado propone al alumnado organizados en equipos graficar diferentes

horizontal, huecos) Estima el rango de una función racional.		funciones racionales. Primero localice las asíntotas verticales, horizontal, huecos, ceros y da valores entre estos elementos para realizar su gráfica y estima el rango de la función. El alumnado por medio de un *software* dinámico6 grafica diferentes funciones y trazará las asíntotas verticales y horizontal.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve problemas de aplicación.	Problemas de aplicación.	• El profesorado propone, como tema de investigación en equipos, la aplicación de estas funciones en diferentes campos del conocimiento: Ley de Coulomb, Ley de gravitación universal, Ley de Boyle, Ley de Ohm, resistencias en paralelo…
Funciones con radicales		
Reconoce situaciones que se pueden modelizar mediante funciones con radicales.	• Funciones de la forma: $f(x) = \sqrt{ax \pm b}$ $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$.	El alumnado explora diversas situaciones en donde las relaciones entre dos variables den lugar a funciones con radicales, observa su comportamiento y de ser posible lo compara con otro tipo de funciones estudiadas con anterioridad. Por ejemplo, el problema del gato sobre la escalera (determinación de la trayectoria de un objeto sobre una escalera que apoyada en una pared, se desliza sobre el suelo), la determinación del lado de un triángulo rectángulo conociendo uno que tiene longitud fija, determinación del tiempo que tarda en llegar al suelo un objeto en caída libre o en tiro vertical sabiendo su posición inicial,…
Determina los elementos de una función con radicales (ceros, dominio y rango). Bosqueja la representación gráfica de una función con radicales a partir de sus elementos (ceros, dominio y rango).	Elementos de las funciones con radicales: • Ceros. • Dominio. • Rango. Gráfica de funciones con radicales.	El alumnado, organizado en equipos, grafica funciones cuyo radicando sea una función polinomial de primer o segundo grado, y determina los ceros, el dominio y el rango algebraica o gráficamente. El alumnado verifica, por medio de un *software* dinámico, los bosquejos de las gráficas elaboradas con lápiz y papel.

Resuelve problemas en diferentes contextos que involucren funciones con radicales.	Problemas de aplicación.	El alumnado establece las relaciones entre las variables de los elementos de una situación propuesta y determina el modelo matemático correspondiente. Explica y reflexiona sobre los resultados obtenidos. Por ejemplo, el teorema de Bernoulli, problemas sobre parábolas horizontales o que requieran el despeje de una variable en la ecuación de una elipse o una circunferencia.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar las funciones racionales y con radicales.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones racionales y con radicales.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Demana, F. (2007) *Precálculo.* (Séptima edición). Pearson. Johnson, L. M., & Steffensen, A. R (1994). *Algebra y trigonometría con aplicaciones.* Editorial Trillas. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica* (12a edición). Cengage Learning.	Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Algebra, y trigonometría: precálculo*. Editorial Trillas. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla Leithold, L. (1994) *El Cálculo* 7 ed. Oxford University Press Ramírez, C. et al. (2012). *Matemáticas IV, Cuaderno de trabajo.* Editorial Trillas. Rangel, L. (2008). *Funciones y Relaciones.* Editorial Trillas.

Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., y Swokowski, E. W (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	
Alumno	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas VI: enfoque por competencias* (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones.* (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 4. Libro de trabajo para el Bachillerato General.* Ed. Trillas Jiménez, M., Estrada R. (2018). *Matemáticas 4.* Pearson Soto, E. (2020*). Matemáticas IV. Bachillerato SEP*. Ed. Trillas

Unidad 3. Funciones Exponenciales y Logarítmicas

Presentación de la unidad

Continuando con el estudio de los diferentes tipos de funciones, en esta unidad se abordarán las funciones trascendentes: exponenciales y logarítmicas. Dentro de esta unidad se busca proporcionar al alumnado herramientas necesarias para comprender, analizar y aplicar los conceptos que se relacionan con estas funciones. Inicialmente se explorarán situaciones o fenómenos que corresponden al crecimiento y decaimiento exponencial, con la intención de identificar los elementos que definen a este tipo de función, y transitar entre sus diferentes registros de representación, para que, utilizando la metodología de resolución de problemas identifique la relación que existe entre los parámetros y su gráfica. De manera similar, se dará paso al estudio de las funciones logarítmicas, abordando su definición, propiedades, cambio de base, así como su relación con las funciones exponenciales, introduciendo la noción de función inversa.

Por último, el estudiantado utilizará estos conocimientos en la modelización y resolución de problemas, para formular una interpretación de los resultados obtenidos. La comprensión gradual de estas funciones le permitirá que consolide el concepto de función, la diferencia entre los diversos tipos de funciones a partir de las propiedades de cada una, y a su vez, les dotará de los elementos necesarios para continuar el estudio de otras funciones trascendentes como las trigonométricas. Se sugiere el uso de diversas estrategias de enseñanza, que pueden variar entre enseñanza directa, resolución de problemas prácticos, discusiones en grupo, proyectos de modelización, el uso de *software* matemático para favorecer la exploración visual, el reconocimiento de patrones de comportamiento y la formulación de conjeturas.

En resumen, esta unidad no se limita a proporcionar al estudiantado herramientas matemáticas, sino también busca que desarrollen las habilidades para utilizar estos conocimientos de manera relevante en una variedad de situaciones que involucren este tipo de funciones.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 3. Funciones exponenciales y logarítmicas

Propósito:	Tiempo:
Al finalizar la unidad el alumnado: Utilizará las funciones exponencial y logarítmica, para analizar e interpretar distintas situaciones o fenómenos de la naturaleza, retomando los conceptos de dominio y rango, así como el análisis de las relaciones entre los parámetros de estas funciones y su representación gráfica, para modelizar y resolver problemas en diferentes contextos.	20 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Funciones exponenciales		
Identifica situaciones o fenómenos que corresponden a crecimiento o decaimiento exponencial. Reconoce a través de las diferentes formas de representación de la función exponencial, las relaciones o condiciones existentes entre el crecimiento o decaimiento y sus formas de variación.	Situaciones que involucran crecimiento o decaimiento exponencial. Funciones exponenciales del tipo: $f(x) = ab^x$ con $b > 1$ ó $0 < b < 1$ y $a \neq 0$	Se sugiere presentar las situaciones de crecimiento de población, interés compuesto, decaimiento radiactivo y depreciación, meramente para que el alumnado observe el comportamiento y posteriormente analice la variabilidad. El profesorado presenta modelos de crecimiento o decaimiento exponencial y pide al alumnado analizar el comportamiento de la variación mediante tabulación para series de intervalos de igual longitud y gráficamente observar que el eje x es una asíntota horizontal para esta curva. Esta actividad es propuesta para ser trabajada en equipos.

Analiza los efectos de los parámetros a, b y k en la gráfica de la función exponencial.	Estudio analítico y gráfico del comportamiento de funciones exponenciales del tipo: $f(x) = ab^{kx}$, con $b > 1$ ó $0 < b < 1, a \neq 0$ y $k \neq 0$.	El alumnado en equipos realiza las gráficas de diferentes funciones exponenciales de la forma $f(x) = ab^{kx}$, con $b > 1$ ó $0 < b < 1$, $a \neq 0$ y $k \neq 0$. El alumnado con *software* dinámico verifica el bosquejo de las gráficas realizadas a lápiz y papel, y analiza el efecto de los parámetros a, b y k en la gráfica de la función exponencial.
Determina el dominio y el rango de una función exponencial y lo expresa por medio de intervalos. Bosqueja la gráfica de una función exponencial.	Dominio, rango y gráfica de funciones exponenciales	El alumnado en equipos realiza la gráfica de funciones exponenciales y simboliza su dominio y rango por medio de intervalos. El profesorado debe destacar que en el modelo general el dominio son los números reales y que el rango debe estar constituido por los valores positivos o negativos de y dependiendo del valor de a. El alumnado, con el uso de un *software* dinámico, verifica las gráficas realizadas a lápiz y papel.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Distingue la gráfica de funciones exponenciales con diferentes bases incluyendo el número *e* Utiliza la función exponencial de base *e* para resolver problemas en distintos contextos.	La función: $f(x) = ae^{kx}$, $a \neq 0$ y $k \neq 0$	El profesorado propone problemas diversos, por ejemplo, de interés compuesto que permitan aproximarse al número *e* y se hace énfasis en su importancia. El alumnado analiza, por medio de un *software* dinámico, las gráficas de distintas funciones exponenciales de base *e*.
Resuelve problemas en diferentes contextos que involucren funciones exponenciales.	Uso de funciones exponenciales para modelizar y resolver problemas teóricos o de aplicación práctica.	• El profesorado propone al estudiantado organizado en equipos resolver ecuaciones exponenciales sencillas. • El profesorado propone al alumnado organizado en equipos resolver problemas relacionados con cultivos de bacterias, desintegración radioactiva, interés compuesto, Torres de Hanoi, tablero de ajedrez, entre otros.
Funciones logarítmicas		
Define el concepto de logaritmo base *b* de un número y las relaciones: $b^y = x \leftrightarrow y = log_b x$	Logaritmo base *b* de un número y su relación con la potencia base *b*.	El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, cambiar expresiones sencillas en forma logarítmica a forma exponencial y viceversa.
Opera con logaritmos de distintas bases utilizando sus propiedades básicas.	Propiedades básicas de los logaritmos • $\log_b 1 = 0$	El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos y con base en las leyes de los logaritmos, resolver diferentes ecuaciones logarítmicas de la misma base o diferente base, enfatizando en los logaritmos de base 10 y base *e*.

	$\log_b b = 1$ $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$ $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$ $\log_b x^n = n \log_b x$ Cambio de base $$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$	
Determina el dominio y el rango de una función logarítmica y lo expresa por medio de intervalos. Analiza los efectos de los parámetros b y k en $f(x) = k \log_b(x)$ Elabora el bosquejo de la gráfica de una función logarítmica.	La función $$f(x) = k \log_b(x)$$ Definición, gráfica, dominio y rango de la función logarítmica.	El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, graficar diferentes funciones logarítmicas identificando el dominio y rango. En plenaria que propongan una definición de función logarítmica.
Verifica mediante gráficas o tablas que la función logarítmica es la función inversa de la exponencial.	La función logaritmo como inversa de la función exponencial.	El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, obtener la inversa de la función logarítmica y su gráfica, con ejemplos sencillos. El profesorado grafica: $f(x) = b^x$, $y = x$, $f(x) = \log_b x$ En esta construcción hay que señalar que una gráfica es la imagen de la otra y

		viceversa, si $y = x$ se considera un espejo. El alumnado, por medio de un *software* dinámico, grafica diferentes funciones y sus inversas.
Resuelve problemas en diferentes contextos que se modelicen con funciones logarítmicas y exponenciales. Modeliza y resuelve problemas en diferentes contextos que involucren funciones logarítmicas.	• Situaciones que involucren variación de tipo logarítmico. • Ecuaciones logarítmicas y exponenciales. • Funciones exponenciales y logarítmicas como modelos para resolver problemas teóricos o de aplicación práctica.	El profesorado analiza un caso de aplicación de funciones logarítmicas como la medición de la intensidad de sismos. El alumnado, en equipo resuelve problemas sencillos que involucren el uso de las propiedades de logaritmos. El profesorado propone realizar un proyecto de algún fenómeno natural relacionado con la sustentabilidad, que sea posible modelizar a través de una función exponencial o logarítmica, empleando datos obtenidos con los sensores de la estación meteorológica del Colegio (PEMBU), entre otros.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar las funciones exponenciales y logarítmicas.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones exponenciales y logarítmicas.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Demana, F. (2007) *Precálculo.* (Séptima edición). Pearson. Johnson, L. M., & Steffensen, A. R (1994). *Algebra y trigonometría con aplicaciones.* Editorial Trillas. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica* (12a edición). Cengage Learning.	Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Algebra, y trigonometría: precálculo*. Editorial Trillas. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla Leithold, L. (1994) *El Cálculo* 7 ed. Oxford University Press Ramírez, C. et al. (2012). *Matemáticas IV, Cuaderno de trabajo.* Editorial Trillas. Rangel, L. (2008). *Funciones y Relaciones.* Editorial Trillas.

<table>
<tr><td>Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., y Swokowski, E. W (2018). Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica (Primera edición). Cengage Learning.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Alumno</td></tr>
<tr><td>Básica</td><td>Complementaria</td></tr>
<tr><td>Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). Precálculo: funciones y gráficas (Cuarta edición). McGraw-Hill.

Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). Matemáticas VI: enfoque por competencias (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana.

Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias (Primera edición). Cengage.

Ruiz Basto, J. (2017). Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones. (3a edición). Grupo Editorial Patria.

Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). Precálculo matemáticas para el cálculo (Séptima edición). Cengage Learning.

Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica (Primera edición). Cengage Learning.</td><td>Barkovich, M. (2020). Matemáticas 4. Libro de trabajo para el Bachillerato General. Ed. Trillas

Jiménez, M., Estrada R. (2018). Matemáticas 4. Pearson

Soto, E. (2020). Matemáticas IV. Bachillerato SEP. Ed. Trillas</td></tr>
</table>

Unidad 4. Funciones trigonométricas

Presentación

En esta última unidad se pretende profundizar en el estudio de las dos principales funciones trigonométricas: seno y coseno, las cuales permitirán modelizar situaciones o fenómenos que presentan variación periódica en la vida cotidiana. Para ello se inicia con la exploración de algunas situaciones o fenómenos que presentan variación periódica, por ejemplo, el movimiento circular, la oscilación de un péndulo o de un resorte, entre otras con el propósito de mostrar al alumnado la existencia de este tipo de fenómenos y la necesidad de estudiarlos. Posteriormente, se trabaja con el círculo unitario con centro en el origen ya que es el puente natural para transitar del concepto de razón a función trigonométrica, indicando la forma en que se mide un ángulo (positivo y negativo), la construcción de ángulos mayores a 360°, la definición del concepto de radian, así como la relación y conversión entre grados sexagesimales y radianes. La idea de esto último es para extender los dominios de las funciones trigonométricas a números reales.

A continuación, se busca que el alumnado comprenda la forma en que se extienden o generalizan las razones trigonométricas para ángulos de cualquier magnitud y la construcción de las funciones seno y coseno, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario. Para complementar esta construcción, se recomienda emplear tablas para realizar la gráfica de la función seno y coseno e identificar sus elementos como dominio, rango, periodo, máximo, mínimo y ceros.

Posteriormente, con lápiz y papel o mediante el empleo de algún software de geometría dinámica el estudiantado analiza el efecto de los parámetros A, B, C y D en las gráficas de las funciones

$f(x) = A\,sen(Bx + C) + D$ y $f(x) = A\,cos(Bx + C) + D$, identifica la frecuencia, la amplitud, el periodo, ángulo de desfasamiento y desplazamiento vertical, y utiliza este conocimiento para transitar entre los registros algebraico y gráfico para cada una de las funciones.

Esta unidad concluye con la aplicación de los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas. En general, se sugiere plantear al alumnado situaciones que requieran de su activa participación para resolverlos, donde el propósito no es solo obtener su solución, sino fortalecer su capacidad para enfrentar problemas, y reforzar el desarrollo de sus habilidades y formas de razonamiento.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 4. Funciones trigonométricas

Propósito: Al finalizar la unidad el alumnado: Comprenderá las funciones trigonométricas como extensión del concepto de razón trigonométrica, en particular el estudio de las funciones seno, coseno y su forma característica de variación, retomando los conceptos abordados a lo largo de las unidades anteriores y el análisis de sus parámetros, para modelizar situaciones de comportamiento periódico y resolver problemas.		**Tiempo:** 20 horas
Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
	Funciones trigonométricas	
Reconoce situaciones o fenómenos que presenten variación periódica	Situaciones o fenómenos de variación periódica.	El o la docente presenta algunos ejemplos de situaciones o fenómenos que tienen variación periódica como: fases lunares, horas de luz solar, mareas, movimiento circular, de un péndulo o de un resorte, ondas electromagnéticas, sonoras, etcétera, para que sean analizadas e identificar qué tienen en común.

		El alumnado explora otros ejemplos para identificar la característica por la cual considera que existe variación periódica. Se pueden definir los conceptos de periodo y amplitud.
Reconoce el ángulo en el círculo unitario como una rotación de su radio, identificando su lado inicial y su lado final.	Círculo unitario	El profesorado explica qué es el círculo unitario y junto con el alumnado lo construyen en el plano cartesiano. El profesorado, a través de preguntas dirigidas guiará al alumnado para recordar el concepto de ángulo, la forma en que se mide (positivo o negativo). Construirán ángulos mayores a 360° (o menores a -360°) y el significado de radian, empleando el circulo unitario. Es importante indicar al alumnado las razones por las que el radian es la unidad adecuada en la medición de ángulos para la modelización de algunas situaciones o fenómenos con variación periódica.
Convierte medidas angulares de grados a radianes. Convierte medidas angulares de radianes a grados.	Medidas angulares en grados y radianes. Conversiones.	El alumnado, trabajando en equipo convierte las medidas angulares de grados a radianes y viceversa con ayuda de su calculadora. El profesorado puede proponer la construcción de una tabla que relacione los ángulos de 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 135°, 150°, 180°, 210°, 225°, 240°, 270°, 300°, 315°, 330° y 360°, con sus respectivos valores en radianes.
Describe la forma en que se extienden o generalizan las razones trigonométricas para ángulos de cualquier magnitud.	Razones trigonométricas seno, cosenoy tangente para cualquier ángulo.	El profesorado explica la forma de calcular valores de las razones trigonométricas para cualquier ángulo, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario.

Calcula valores de las razones trigonométricas para ángulos de cualquier magnitud dados en radianes.		El alumnado, trabajando en equipo elabora una tabla para obtener seno, coseno y tangente de algunos ángulos como 0, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$, 2π empleando los triángulos rectángulos que tienen ángulos de 30° y 45° en el círculo unitario. El alumnado resuelve algunos ejercicios donde calcule el seno, coseno y tangente de distintos ángulos dados en radianes, empleando su calculadora.
Generaliza el concepto de razón trigonométrica al de función trigonométrica. Construye la gráfica de $f(x) = \operatorname{sen} x$ a partir de su registro tabular. Construye la gráfica de $f(x) = \cos x$, a partir de su registro tabular. Determina dominio y rango, amplitud y periodo de las funciones $f(x) = \operatorname{sen} x$, $f(x) = \cos x$	Funciones trigonométricas: $f(x) = \operatorname{sen} x,\ \ f(x) = \cos x$ Gráfica, dominio, rango, ceros, amplitud, periodo.	El alumnado, junto con el profesorado analizan el comportamiento del seno y coseno en el círculo unitario, cuando el ángulo varía de 0 a $\frac{\pi}{2}$; de $\frac{\pi}{2}$ a π; de π a $\frac{3\pi}{2}$ y de $\frac{3\pi}{2}$ a 2π empleando algún *software* de geometría dinámica, para obtener conclusiones sobre el signo, repetición de valores, los ceros, los máximos y mínimos, etc. El alumnado, en equipos, grafica las funciones seno y coseno con el uso de tablas e identifica sus ceros, y sus valores máximos y mínimos, periodo, amplitud, dominio, rango.
Analiza los efectos de los parámetros A, B, C y D en las gráficas de las funciones: $f(x) = A\operatorname{sen}(Bx + C) + D$ $f(x) = A\cos(Bx + C) + D$	Funciones trigonométricas: $f(x) = A\operatorname{sen}(Bx + C) + D$ $f(x) = A\cos(Bx + C) + D$	El alumnado bosqueja la gráfica de funciones seno y coseno, obteniendo algebraicamente periodo, desplazamiento de fase, desplazamiento vertical, amplitud y por medio de un *software* de geometría dinámica valida su trabajo. El alumnado, con ayuda de software, analiza diferentes gráficas haciendo variar los parámetros *A, B, C y D*. El profesorado puede dejar

Identifica en las funciones: $f(x) = A\,\text{sen}(Bx + C) + D$ $f(x) = A\cos(Bx + C) + D$ la amplitud, frecuencia, desfasamiento y desplazamiento vertical. Grafica las funciones: $f(x) = A\,\text{sen}(Bx + C) + D$ $f(x) = A\cos(Bx + C) + D$ a partir de sus parámetros: amplitud, frecuencia, desfasamiento y desplazamiento vertical.	Comportamiento de las gráficas respecto de los parámetros: A, B, C y D (amplitud, periodo, frecuencia, desfasamiento y desplazamiento vertical). Gráfica de las funciones a partir de sus valores máximos, mínimos, ceros, periodo y frecuencia.	como actividad extra clase que el estudiantado realice un reporte escrito de sus observaciones del papel que juega cada uno de los parámetros en la gráfica. El estudiantado, en equipo realiza gráficas de las funciones seno y coseno que contengan cada uno de los parámetros. Es importante que el docente plantee también ejercicios en donde se presente la gráfica y que el alumnado obtenga la representación algebraica de la función trigonométrica asociada.
Resuelve problemas de situaciones que involucren variación periódica.	Problemas de aplicación.	El alumnado trabaja en equipo en la solución de problemas de variación periódica (propagación de ondas sísmicas, mareas, oscilación de la temperatura ambiente, variación de la temperatura ambiente y la humedad atmosférica, variación de la altura de la cabeza al andar, entre otros) planteados por el profesorado. Para comprender o modelizar las situaciones, el alumnado puede apoyarse con un *software* dinámico o un simulador.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar las funciones trigonométricas.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones trigonométricas.

Referencias

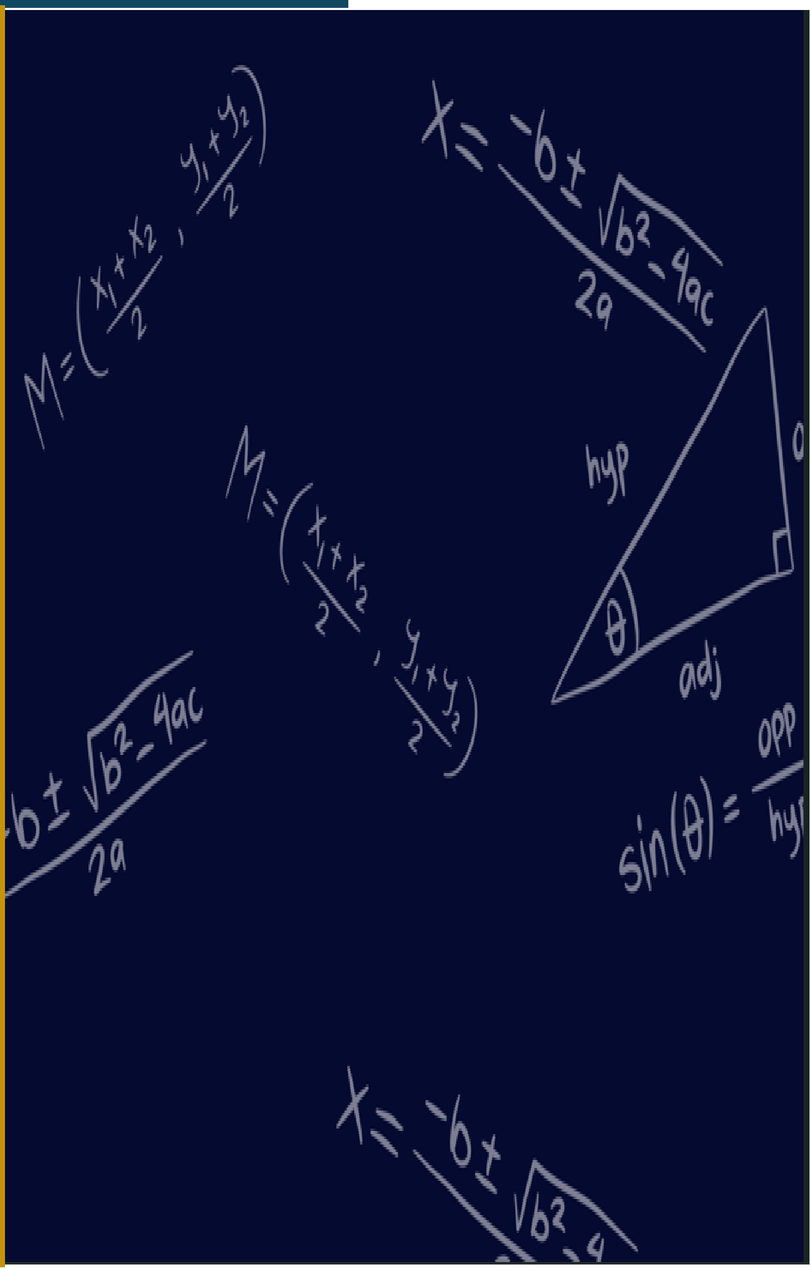
NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Demana, F. (2007) *Precálculo.* (Séptima edición). Pearson. Johnson, L. M., & Steffensen, A. R (1994). *Algebra y trigonometría con aplicaciones.* Editorial Trillas. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica* (12a edición). Cengage Learning.	Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Algebra, y trigonometría: precálculo*. Editorial Trillas. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla Leithold, L. (1994) *El Cálculo* 7 ed. Oxford University Press Ramírez, C. et al. (2012). *Matemáticas IV, Cuaderno de trabajo.* Editorial Trillas. Rangel, L. (2008). *Funciones y Relaciones.* Editorial Trillas.

Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., y Swokowski, E. W (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	
Alumno	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas VI: enfoque por competencias* (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones.* (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 4. Libro de trabajo para el Bachillerato General.* Ed. Trillas Jiménez, M., Estrada R. (2018). *Matemáticas 4.* Pearson Soto, E. (2020*). Matemáticas IV. Bachillerato SEP*. Ed. Trillas

UNIVERSIDAD NACIONAL AÙTONOMA DE MÉXICO

ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES



PROGRAMA DE ESTUDIO ACTUALIZADO

ÁREA DE MATEMÁTICAS

MATEMÁTICAS I-IV

INDICE

PRESENTACIÒN DE LA MATERIA

El Colegio de Ciencias y Humanidades busca el desarrollo integral de las nuevas generaciones, es por ello que se encuentra ante el desafío de preparar a nuestra comunidad estudiantil no solo en conocimientos y habilidades matemáticas, sino también en una comprensión de las interconexiones entre diversas disciplinas, el impacto de la tecnología en la sociedad, las realidades sociales, su compromiso ciudadano y su conciencia respecto a la sustentabilidad del planeta que habita. Es por esto que se debe considerar la integración de ejes transversales a lo largo del Programa de Estudios de Matemáticas I a IV, a través de dimensiones cruciales como lo son: **la transversalidad de la materia con otras disciplinas, el conocimiento y aplicación de la tecnología, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía y la sustentabilidad,** ya que estos, además de enriquecer el contenido académico, contribuyen a la formación de ciudadanos críticos y responsables en un mundo cada vez más interconectado y complejo.

La transversalidad de la materia con otras disciplinas:

El mundo real se caracteriza por su complejidad, donde los problemas a los que nos enfrentamos no pueden abordarse de manera aislada. En este sentido, la materia de Matemáticas I a IV tiene una dimensión significativa al haber sido diseñada e integrada de manera transversal con otras disciplinas. Esta conexión no solamente contribuye a la comprensión de conceptos matemáticos, sino que también demuestra su aplicación práctica en diversos campos del conocimiento.

La interacción entre las matemáticas y otras disciplinas proporciona al estudiantado la oportunidad de contextualizar el aprendizaje, dando muestra de cómo los conocimientos matemáticos son fundamentales en situaciones del mundo real. Al vincular la materia con otras de diferentes áreas (ciencias sociales, experimentales, tecnología, humanidades), nuestra comunidad estudiantil será capaz de desarrollar una visión integral del conocimiento, identificando la interdependencia y la complementariedad de diversas disciplinas.

Además de integrar estas ventajas desde el punto de vista académico, la transversalidad también promueve el desarrollo de habilidades transferibles[1], pues los estudiantes no solo adquieren destrezas matemáticas, sino que se promueve el desarrollo del pensamiento crítico y del razonamiento lógico, así como la capacidad para la resolución de problemas, entre otras que son esenciales en cualquier ámbito.

[1] Las *habilidades transferibles* son aquellas que se necesitan para adaptarse a diversos contextos de la vida y que las personas pueden potencialmente transferir a diferentes entornos sociales, culturales o laborales. Incluyen habilidades cognitivas, sociales y emocionales, y su desarrollo permite que niños, niñas y adolescentes sigan aprendiendo a lo largo de la vida y se conviertan en ciudadanos activos con capacidad de llevar adelante sus propios proyectos de vida. Operan de manera

Por otro lado, la transversalidad de las matemáticas con otras disciplinas contribuye a la motivación y el compromiso estudiantil al mostrarle la relevancia de esta materia en áreas que le interesen personalmente, así como la manera en la que se vincula con temas emergentes de la sociedad actual.

En este contexto, es crucial subrayar la importancia de incluir la transversalidad en las actividades a desarrollar en el aula, pues esta integración no siempre ocurre de manera natural, sino que debe ser una consideración intencional al elaborar estrategias, secuencias y actividades académicas. En este sentido las y los docentes deberán considerar la planificación, el diseño y el uso de estrategias que permitan la interacción transversal de diferentes disciplinas. Cuando esta interacción se hace de manera consciente y estructurada, no solo favorece el proceso educativo, sino que también contribuye a la formación de personas más preparadas para enfrentar los complejos desafíos del mundo contemporáneo.

El conocimiento y aplicación de la tecnología:

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) son las herramientas y recursos tecnológicos que facilitan la adquisición, almacenamiento, procesamiento y transmisión de información. Estas tecnologías incluyen dispositivos como computadoras, tabletas, teléfonos inteligentes, así como software, aplicaciones y recursos en línea que permiten la comunicación y el acceso a la información.

Por otro lado, las Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento (TAC) forman parte de las TIC, pero enfocadas al uso educativo de la tecnología, con el propósito de promover aprendizajes específicos y facilitar la construcción de conocimientos. Las TAC ofrecen posibilidades para promover aprendizajes que de otra manera serían complejos o prácticamente imposibles de plantear al estudiantado, permitiendo la experimentación, la reflexión conceptual y la construcción de conocimiento.

El Colegio busca una formación tanto en c*ultura básica* como *propedéutica para estudios posteriores.* Ambas se verán fortalecidas con el uso adecuado de estas tecnologías, mediante su integración ética y responsable, lo que impactará de positivamente en el alumnado a lo largo de su trayectoria en el bachillerato, incrementando sus conocimientos y habilidades para la búsqueda de información relevante, entre otros aspectos. Al hacerlo, los beneficios se extrapolarán a otras materias, preparando al estudiantado para un uso efectivo y ético de la tecnología.

---

coordinada con las otras habilidades -fundamentales, digitales y específicas para el trabajo- y contribuyen a que estas se conecten y refuercen mutuamente (Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (UNICEF), 2022, pág. 3).

En Matemáticas I a IV, muchos de los aprendizajes que se atienden son abstractos, su abordaje y construcción puede enriquecerse con estrategias potenciadas con el uso de tecnología, por lo que se sugiere su uso como una herramienta para validar, explorar, analizar y sintetizar procesos e información que favorecen la adquisición y creación de conocimiento, contribuir a la comprensión de conceptos, la transición entre representaciones, el análisis de datos, la modelación de contextos de problemas, la comprobación de resultados, optimizando el tiempo de trabajo en el aula y fuera de ella.

La perspectiva de género:

La presencia de la Perspectiva de Género (PEG) en los Programas de Estudio de Matemáticas I a IV no se incluye en aprendizajes directamente relacionados de manera curricular, pero sí se manifiesta en cada faceta del entorno educativo. Desde el aula hasta las actividades propuestas por la o el docente dentro y fuera de ella, la PEG permea en el ambiente de aprendizaje, promoviendo una construcción activa de conocimientos y saberes.

La integración de la PEG no se limita al análisis del impacto del género en la Matemática, sino que va más allá, facilitando el desarrollo de valores y actitudes que enriquecen la formación académica y contribuyen al perfil de egreso de nuestra institución. Este enfoque estratégico de formar nuevas generaciones con una propuesta educativa que contemple esta perspectiva se traduce en el compromiso de avanzar hacia una sociedad más igualitaria, justa y libre de violencia de género.

Como se mencionó anteriormente, se reconoce que la materia no mantiene una relación explícita con la perspectiva de género, siendo más bien una asignatura de *aporte potencial*[2] . Por consiguiente, es factible incorporar elementos que, al mismo tiempo que faciliten el logro de los objetivos académicos, posibiliten el desarrollo de conocimientos, habilidades, actitudes y valores vinculados con la PEG.

En concordancia con esto, se sugiere que las actividades propuestas por la comunidad docente, tanto dentro como fuera del aula, integren esta perspectiva para alcanzar una educación completa. Esto implica no solo integrar ejemplos y contextos que reflejen la diversidad de

[2] Aporte potencial: Son asignaturas, módulos o actividades académicas cuyo contenido académico no guarda relación explícita con la perspectiva o igualdad de género; sin embargo, puede recurrirse a un tópico asociado a éstas que facilite el logro de los objetivos de aprendizaje en la asignatura y, al mismo tiempo, permita desarrollar algún conocimiento, habilidad, actitud y valor vinculado con la perspectiva o con la igualdad de género (CUAIEED-CIGU, 2022, pág. 28).

contribuciones y experiencias de mujeres en el ámbito de las matemáticas, sino también crear un ambiente donde se reconozca y fomente el respeto a las diversas identidades de género. De esta manera, la PEG se convierte en un elemento intrínseco del proceso educativo, modelando no solo el contenido, sino también las actitudes y valores que guían el aprendizaje y la interacción en el aula.

Al involucrar la Perspectiva de Género en los Programas de Estudio de Matemáticas I a IV, se busca transformar la educación matemática en un espacio reflexivo y equitativo, abordando aspectos clave para promover una enseñanza más inclusiva. Este enfoque no solo enriquecerá la comprensión de la comunidad estudiantil acerca de la relación entre el género y la disciplina matemática, sino que también contribuirá a la formación integral de personas conscientes de las dinámicas de género en la sociedad actual, promoviendo la igualdad de género y respetando las diversidades sexogénericas, mientras que se fomentan la empatía, el pensamiento crítico y la ciudadanía activa en una sociedad diversa y en constante evolución, esto alineado con el cumplimiento de los Derechos Humanos al promover la no discriminación. Estos aspectos fundamentales para una educación inclusiva y equitativa contribuyen a la construcción de un ambiente educativo donde cada estudiante se sienta valorado y respetado independientemente de su identidad de género.

[1] Aporte potencial: Son asignaturas, módulos o actividades académicas cuyo contenido académico no guarda relación explícita con la perspectiva o igualdad de género; sin embargo, puede recurrirse a un tópico asociado a éstas que facilite el logro de los objetivos de aprendizaje en la asignatura y, al mismo tiempo, permita desarrollar algún conocimiento, habilidad, actitud y valor vinculado con la perspectiva o con la igualdad de género (CUAIEED-CIGU, 2022, pág. 28).

La formación para la ciudadanía:

El CCH se interesa no sólo en la capacitación utilitaria de futuros profesionales, sino también en trascender más allá de la mera acumulación de conocimientos. Nuestra atención se centra en la *formación ciudadana* de la comunidad estudiantil, con el objetivo de cultivar individuos críticos, reflexivos, tolerantes, solidarios y comprometidos con su entorno. En concordancia con las ideas de García Reyes (2018), se busca que nuestros estudiantes se distingan por poseer actitudes, destrezas, comportamientos y habilidades que fomenten el respeto hacia los demás.

Esta formación ciudadana busca situar al estudiante en un contexto que le facilite comprender y valorar su entorno, así como discernir los derechos y responsabilidades inherentes al ejercicio de la ciudadanía. Asimismo, se promueve la vida democrática desde una perspectiva multicultural, alentando la toma de decisiones responsables y comprometidas con su contexto.

Considerando lo anterior, la materia de Matemáticas es de aporte potencial para este eje, es su carácter de herramienta fundamental para el desarrollo de la sociedad permite que se le utilice en diversos ámbitos, como la ciencia, la tecnología, la ingeniería, la economía, la administración, la salud, la educación, etc., lo cual constituye una oportunidad para enriquecer la comprensión del papel de la Matemática en la civilización, cómo puede contribuir a su desarrollo armónico, y como mencionan Tedesco, Opperti y Amadio (2013) *a la construcción de un mundo en donde vivir juntos de la mejor manera posible.*

Es importante señalar que solamente ceñirse a una propuesta curricular donde se enlistan contenidos actitudinales puede provocar la memorización de ideas, que quedan obsoletas y sin llegar a su concreción en el proceso de enseñanza aprendizaje. Para evitar esto, se propone contribuir a la construcción de ciudadanía mediante las relaciones cotidianas, a través de la implementación de un ambiente de aprendizaje en el que se promueva el respeto, la colaboración, la resolución de conflictos a través del diálogo, la autorregulación de emociones, el debate argumentado, el reconocimiento de la pluralidad, la honestidad, el respeto a los demás, la construcción tanto de opiniones propias como consensos responsables y fundamentados que permitan, entre otras cosas, distinguir lo falso de lo verdadero, lo justo de lo injusto y rechazar la violencia y el abuso.

Por lo antes expuesto, la *formación ciudadana* incide en el desarrollo personal del alumnado, así como en el perfil de egreso del Colegio, al generar un pensamiento crítico, una actitud participativa en los asuntos que conciernen a la comunidad de la que forman parte, así como a entender y respetar la diversidad en todos sus aspectos. Se sugiere al docente repensar y seguir actualizando estrategias que contribuyan a la aportación de la matemática en este eje.

La sustentabilidad:

En la actualidad ha tomado auge el tema de la sustentabilidad, la cual se define como la capacidad de satisfacer las necesidades de la sociedad actual sin afectar las necesidades de las generaciones futuras (Larrouyet, M. C., 2015). La UNAM como la gran institución que es en la formación de agentes de cambio, reconoce el enorme potencial que tiene para apoyar a la sociedad en la transición hacia la sustentabilidad, por lo que busca integrar este tema en los procesos de formación para cumplir con la responsabilidad social y ambiental que le impone su condición de institución pública.

En la materia Matemáticas I a IV se plantea la integración de la noción de sustentabilidad a través del planteamiento de problemas y ejercicios que involucren situaciones que permitan el análisis y la concientización de las grandes problemáticas que existen o se predicen para un futuro cercano como la contaminación, el calentamiento global, la escasez de agua, la sobrepoblación y la falta de alimentos, entre otras. Además, se puede plantear como trabajo final de cada semestre el desarrollo de proyectos que tengan que ver con este eje transversal y que se pueda modelar o resolver de manera creativa empleando algunas de las herramientas matemáticas abordadas en la materia. Para esto, se pueden analizar datos del Programa de Estaciones Meteorológicas del Bachillerato Universitario (PEMBU), Estaciones de Monitoreo Meteorológico de la CDMX, INEGI, UNESCO, entre otras.

Se debe hacer conciencia entre el alumnado que los problemas de sustentabilidad no solamente son de carácter global, sino que de manera local, se pueden impulsar actos concretos que contribuyan a disminuir el impacto de la contaminación ambiental desde la escuela con acciones sencillas como mantener los espacios limpios, minimizar el empleo excesivo de plásticos de un solo uso, cuidar el agua y la vegetación, el ahorro de energía y promover el uso del transporte sostenible para ir de la casa a la escuela.

La integración de estos ejes no solo responde a una demanda de actualización, sino que refleja la visión de la formación integral que ha caracterizado al Colegio, de tal forma que contribuye al perfil de egreso, al formar alumnas y alumnos conscientes, comprometidos y capaces de abordar los retos de una sociedad en constante evolución.

El Colegio se distingue entre otras cosas por formar a su alumnado para que esté en condiciones de aprovechar y utilizar cada oportunidad que se le presente, de actualizar, profundizar y enriquecer ese primer saber y hacer frente a un mundo en permanente cambio (aprender a aprender), para poder influir sobre su propio entorno (aprender a hacer), promover el desarrollo de un ser sensible, con un sentido estético, creativo, transformador, responsable, solidario, tratando de lograr el despliegue completo de la condición humana en toda su riqueza y en la complejidad de sus expresiones y de sus compromisos (aprender a ser), individuo, miembro de una familia y de una colectividad (aprender a vivir juntos) y como fin último lograr un ser humano pleno. Una educación que permita al individuo la posibilidad de transformación estructural de la sociedad y no solo la posibilidad de modificar actitudes individuales frente al entorno.

En el anterior contexto, el centro de los programas de estudio de matemáticas son los aprendizajes del alumnado, donde los saberes se construyen, sus conceptos y métodos surgen de un proceso ligado a la *resolución de problemas***,** actividad fundamental para lograr un ser analítico, lógico y crítico, donde se pone de manifiesto la comunicación y el diálogo en un ambiente de aprendizaje.

Los aprendizajes esenciales en los programas de Matemáticas I-IV quedan comprendidos en cinco ejes del desarrollo temático a lo largo de los cuatro primeros semestres: Álgebra, Geometría Euclidiana, Geometría Analítica, Trigonometría y Funciones.

La tecnología digital ha impactado muchos aspectos de la vida diaria, la educación no está al margen. Para matemáticas, existen varias herramientas que pueden utilizarse para el desarrollo de algunos temas de bachillerato. Las tecnologías digitales son sólo otras herramientas que no desplazan a las ya existentes, ni son la solución mágica del problema del aprendizaje, son artefactos con potencial para apoyar algunos procesos de enseñanza y aprendizaje. Las tecnologías digitales ya están aquí, debemos poner atención y estudiar su utilidad, en particular a las llamadas herramientas universales: la hoja de cálculo, la geometría y estadística dinámicas y calculadoras con cas. 1 Esta propuesta hace indicaciones puntuales sobre dónde y cómo pueden usarse.

1. Ubicación de la materia de Matemáticas I-IV en el marco del mapa curricular.

Área: Matemáticas

Asignaturas: Matemáticas I, Matemáticas II, Matemáticas III y Matemáticas IV.

Optativas: Probabilidad y Estadística I, Probabilidad y Estadística II, Cálculo I, Cálculo II, Cibernética y Computación I y Cibernética y Computación II.

Mapa Curricular del Plan de Estudios 2016

Semestre	Materias					
Primer	Matemáticas I	Taller de cómputo	Química I	Historia universal moderna y contemporánea I	Taller de lectura, redacción e iniciación a la investigación documental I	Inglés I Francés I
Segundo	Matemáticas II	Taller de cómputo	Química II	Historia universal moderna y contemporánea II	Taller de lectura, redacción e iniciación a la investigación documental II	Inglés II Francés II
Tercer	Matemáticas III	Física I	Biología I	Historia de México I	Taller de lectura, redacción e iniciación a la investigación documental III	Ingés III Francés III
Cuarto	Matemáticas IV	Física II	Biología II	Historia de México II	Taller de lectura, redacción e iniciación a la investigación documental IV	Ingés IV Francés IV
Quinto	Optativa	Filosofía I	Optativa	Optativa	Optativa	Optativa
Sexto	Optativa	Filosofía II	Optativa	Optativa	Optativa	Optativa

La materia de Matemáticas I-IV se ubica en el Área de Matemáticas, comprende cuatro asignaturas, de carácter obligatorio, cubriendo semestralmente un total de ochenta horas de clase cada una. Esencialmente contempla dos funciones para el estudiantado, la apropiación de una cultura básica y una formación propedéutica a estudios posteriores.

Contribuye a la concepción del Área, al proporcionar para su estudio conceptos y procedimientos, que son sustento indispensable de otros más especializados, tanto al interior de la propia Matemática como ubicados en otros campos del saber. Proporciona conocimientos para comprender y afrontar con mejores recursos diversas situaciones, de carácter científico y de la vida cotidiana.

Fortalece el *pensamiento matemático* al promover en el estudiantado el desarrollo de diversas habilidades intelectuales y estrategias, entre las que se encuentran, comprender, utilizar e incluso construir, relaciones de cantidad y de formas espaciales, manejar diversos recursos para resolver problemas; posibilita el uso de diversas representaciones, el establecimiento de conexiones, la adquisición de formas de razonamiento, y enfatiza la necesidad de argumentar afirmaciones y de comunicar sus resultados.

Los cursos obligatorios de los cuatro primeros semestres se conciben como una unidad básica, cuya lógica de organización de contenidos responde a dos aspectos fundamentales: por un lado, interesa resaltar la unidad metodológica y conceptual de las matemáticas; y, por otro, responder a las necesidades didácticas de maduración paulatina de estructuras de pensamiento en el estudiantado para lograr la adquisición cabal del conocimiento.

El contenido del programa se estructura en Ejes Temáticos que se van desplegando a lo largo de las cuatro asignaturas obligatorias, de manera que un contenido dado se retoma posteriormente para ampliarlo y profundizarlo progresivamente, poniendo de manifiesto el proceso de construcción de los conceptos y procedimientos matemáticos, pero cuidando y propiciando a la vez el avance del conocimiento a partir de la actividad del estudiantado, que desarrolla una disposición y forma de pensar en las que constantemente analiza y caracteriza diferentes tipos de relaciones, plantea conjeturas, utiliza distintos sistemas de representación, identifica similitudes y diferencias, reconoce patrones de comportamiento, establece conexiones, emplea varios argumentos y comunica resultados.

Aporta métodos de trabajo que buscan la sistematización del conocimiento, que, al ser adquiridos por el estudiantado, dimensionan su valor funcional como herramienta, actual y potencial, tanto para la ciencia como para la vida diaria. Conocimientos que dan sustento a habilidades intelectuales, que conforman la capacidad de construir interpretaciones de la realidad, y que pasan a formar parte indispensable de la cultura, al fortalecer la actitud y el desarrollo ordenado de la capacidad de razonamiento.

La materia es adecuada para promover una enseñanza de la matemática que cubra la cultura básica, pero también para fomentar la consolidación de los valores y destrezas que aportan al individuo habilidades para desenvolverse en la vida actual y apoyen el desarrollo de su pensamiento crítico. Una enseñanza de la matemática que reconozca al estudiantado en sus potencialidades cognitivas, afectivas y estéticas, que colabore en la con-formación de la persona como nivel superior del desarrollo psicológico y sociocultural.

Crea puentes para que el estudiantado comprenda la importancia de tener un dominio de cada asignatura en su formación escolar. Es fundamental en el diseño y aplicación de estrategias didácticas que conllevan a un aprendizaje interdisciplinario y contribuye a utilizar los medios que proporcionan las TIC y las TAC, elementos indispensables para lograr una verdadera transversalidad.

Su desarrollo fomenta el análisis, la reflexión, el diálogo y la argumentación como herramientas que conducen a la relación sujeto – sujeto, donde el alumnado y el profesorado se rigen en la perspectiva de la inclusión, el respeto hacia todas las personas, a su sexualidad, identidad de género y hacia la naturaleza, como expresión potencial de una ciudadanía útil y comprometida con el mejoramiento de la vida en colectivo, de la comunidad y del país.

Relación con el área y con otras asignaturas

La Orientación y Sentido del Área de Matemáticas, señala que, *en la epistemología actual, se imponen consideraciones interdisciplinarias que nos obligan a considerar el sistema científico como no lineal, sino como una espiral sin fin* (CCH, 2006, pág. 9). Este enfoque resalta la necesidad de comprender las múltiples interconexiones que existen entre sus elementos, es por ello que esta perspectiva interdisciplinaria tiene implicaciones significativas en el Modelo Educativo del Colegio, donde se busca proporcionar al estudiantado de herramientas intelectuales que les permita adquirir nuevos conocimientos y aplicarlos eficazmente en beneficio de la sociedad.

Es por esto que, se reconoce la importancia fundamental de las Matemáticas en el desarrollo científico, tecnológico y cultural de la sociedad actual, pues no se consideran solo como una disciplina aislada, sino como un componente esencial que permite la comprensión de las relaciones cuantitativas y las propiedades de los fenómenos naturales y sociales. Estas habilidades matemáticas se consideran esenciales para la formación del estudiantado en los primeros cuatro semestres de su trayectoria académica dentro del Colegio.

Históricamente, las Matemáticas han desempeñado un papel destacado tanto como "objeto de estudio" en sí mismas como un "instrumento de conocimiento", esto es, no solo se utilizan para analizar y predecir el comportamiento de fenómenos naturales y sociales, sino que también se han convertido en una herramienta trascendental que ha impulsado avances significativos en diversas disciplinas. Este impacto no se limita a la aplicación directa de conceptos y procedimientos matemáticos, sino que se extiende a la exportación de técnicas, métodos y enfoques de trabajo matemáticos a otros campos del conocimiento, contribuyendo así al avance global del saber. También ha mantenido una estrecha relación con otras disciplinas científicas a lo largo de la historia, y en la actualidad, esta conexión se ha intensificado aún más, especialmente en el ámbito de procesos tecnológicos.

En el proceso de formación del pensamiento matemático, se destaca la importancia de la interrelación entre los contextos en los que surgen y se aplican los conceptos matemáticos y la construcción de la teoría matemática en sí misma. Esto implica que el aprendizaje de las Matemáticas no se limita a la adquisición de conocimientos abstractos, sino que también se relaciona estrechamente con la aplicación práctica de esos conocimientos en situaciones concretas, muestra de esto, es su relación con la asignatura de **Taller de Cómputo,** la cual se vincula directamente en el uso de fórmulas y funciones en la hoja electrónica de cálculo, sin que su relación se acote a esta herramienta. De aquí la importancia de la materia de Matemáticas, debido a que desempeña, también, un papel fundamental en la preparación del estudiantado para abordar materias más avanzadas como **Cálculo I-II, Estadística y Probabilidad I-II y Cibernética y Computación I-II.**

Su relación con otras asignaturas del área:

Las asignaturas de Matemáticas I-IV, a través de sus cinco ejes temáticos, brindan una base sólida en álgebra, geometría euclidiana, trigonometría, geometría analítica y funciones y su modelación, aportando conceptos esenciales para comprender y aplicar el cálculo diferencial e integral. Al llegar a **Cálculo**, el estudiantado requiere de una comprensión profunda de las Matemáticas para abordar el estudio de procesos de variación y acumulación, problemas de límites, derivadas e integrales, pero, sobre todo debe de contar con habilidades de resolución de problemas, mismas que se han ido desarrollando desde su ingreso al Colegio y que servirán de base para que el estudiantado se apropie de los conceptos, técnicas y procedimientos propios de estas asignaturas.

Por otro lado, los conceptos matemáticos fundamentales de la materia se consolidan en **Estadística y Probabilidad** aportando una sólida comprensión de los conceptos numéricos, operaciones matemáticas y álgebra, necesarios para trabajar con datos, distribuciones y cálculos de probabilidad. Además, la capacidad de analizar y comprender datos se relaciona directamente con habilidades de resolución de problemas y razonamiento lógico desarrollado a lo largo de los cuatro semestres que le anteceden a esta materia.

Considerando que **Cibernética y Computación**, basan su desarrollo en la lógica y el pensamiento algorítmico, los antecedentes que le proporciona la materia de Matemáticas I-IV son fundamentales, pues la programación y la resolución de problemas computacionales requieren de habilidades disciplinarias tales como desarrollar algoritmos eficientes y comprender la lógica subyacente a ellos, que le permitirán al estudiantado, abordar problemas de manera estructurada y lógica, traducido a un lenguaje de programación.

De esta manera, queda en evidencia la interconexión que existe entre estas materias, y cómo forman una progresión natural que permite a nuestra comunidad estudiantil desarrollar una comprensión sólida y aplicable de las Matemáticas. Sin embargo, lo anterior no se limita al área, si no que permite a su vez, relacionar la disciplina con las otras áreas del conocimiento contempladas en las aportaciones al perfil de egreso del CCH.

Relación con otras áreas del conocimiento

La materia de Matemáticas I-IV, también guarda relación con las otras áreas del conocimiento, pues desde el surgimiento del Colegio se buscó la integración de estos, ante la necesidad de ofrecer al alumnado una educación sistemática, esencial y significativa y evitar así la presentación de contenidos fragmentados y sin sentido.

Al respecto, con el **área de Ciencias Experimentales**, se mantiene una estrecha relación, pues las Matemáticas proporcionan las herramientas necesarias para cuantificar y analizar fenómenos naturales en las ciencias experimentales, permitiendo la representación matemática de leyes y relaciones fundamentales. Además, las Matemáticas fomentan el desarrollo de habilidades de resolución de problemas, razonamiento lógico y abstracción, habilidades cruciales en la realización de experimentos y la interpretación de resultados en las disciplinas contenidas en dicha área. Finalmente, aunado a esto las Matemáticas sirven como un lenguaje universal que facilita la comunicación de conceptos científicos y la comprensión de fenómenos complejos en el ámbito de las Ciencias Experimentales.

La relación con el **área Histórico-Social** se encuentra en la capacidad del pensamiento matemático para contribuir al desarrollo de habilidades de razonamiento lógico, argumentación y resolución de problemas, que son esenciales en la comprensión y el análisis de la historia, así como en la evaluación de datos y evidencia histórica. Desde su concepción, el Colegio ha enfatizado la importancia de la interdisciplinariedad y la conexión entre las áreas académicas. En este contexto, las Matemáticas, al fomentar el pensamiento crítico y la capacidad de abstracción, preparan al estudiantado, para analizar eventos históricos, evaluar tendencias y patrones a lo largo del tiempo, y comprender las implicaciones socioeconómicas y políticas de estos. Esta habilidad para analizar datos y conceptos complejos es relevante tanto en el estudio de la historia como en la exploración de temas filosóficos, económicos, políticos y sociales, lo que subraya la importancia de estas asignaturas en la formación integral del estudiantado dentro del Colegio.

Al hablar del desarrollo de habilidades dentro de la materia, es necesario reconocer que el razonamiento crítico y la resolución de problemas, son habilidades que si bien se desarrollan en nuestras asignaturas, no se limitan a ellas, y es a través de estas habilidades que se establece la relación entre las **áreas de Talleres de Lenguaje y Comunicación** y Matemáticas, que buscan desarrollar habilidades de comunicación y pensamiento crítico entre el estudiantado, al fomentar la capacidad de abstracción, el pensamiento lógico y el pensamiento estructurado, contribuyen al desarrollo de una mente analítica y al razonamiento claro. Estas habilidades son transferibles a la comunicación efectiva y al análisis de textos literarios, ya que permiten a nuestro estudiantado comprender y desglosar conceptos complejos, argumentar de manera coherente y expresar sus ideas de manera concisa.

En consonancia con los propósitos del CCH, es evidente que las asignaturas de Matemáticas I-IV desempeñan un papel crucial en la formación integral del estudiantado. Esta relación se destaca a través de la interconexión con las áreas de Ciencias Experimentales, Histórico-Social y Talleres de Lenguaje y Comunicación. Las Matemáticas, al promover el razonamiento lógico, la resolución de problemas y la comunicación efectiva, contribuyen de manera significativa al desarrollo de habilidades esenciales en todas las áreas del conocimiento. La transversalidad de estas habilidades resulta fundamental para alcanzar el perfil de egreso que el propio Colegio se ha propuesto, que busca formar individuos capaces de abordar desafíos académicos y profesionales en una variedad de disciplinas. Esta relación interdisciplinaria fortalece la educación de nuestra institución al fomentar una comprensión más profunda e integral del conocimiento, lo que a su vez prepara a nuestra comunidad estudiantil para un mundo cada vez más interconectado y en constante evolución.

2. Enfoque disciplinario y didáctico

Enfoque disciplinario

La enseñanza de la matemática en el Colegio atiende los principios educativos del Colegio de Ciencias y Humanidades, para cumplirlos debe lograr habilidades del pensamiento que permitan a los estudiantes ser capaces de adquirir por sí mismos nuevos conocimientos, además analizar, interpretar y modificar el mundo que lo rodea debe atender sus principios educativos: aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser. Esto significa que el alumnado necesita desarrollar habilidades para continuar aprendiendo por su propia cuenta, analizar, interpretar y transformar el mundo que le rodea, al tiempo que desarrolla valores como la solidaridad, la honestidad, la tolerancia, la equidad y el respeto a los demás.

Para ello, el estudiantado necesita experimentar ambientes de aprendizaje centrados en su propia actividad, en los que se enfatice la comprensión de una problemática determinada, la propuesta de soluciones, la implementación de dichas propuestas y la interpretación de los resultados en un entorno colaborativo, en el que todos se esfuerzan colectivamente por mejorar.

En ese sentido es importante considerar que en el CCH la matemática se concibe como una disciplina que:

a) *Posee un carácter dual*: es tanto una ciencia como una herramienta. Como ciencia, su estudio admite titubeos, conjeturas y aproximaciones, al igual que rigor, exactitud y formalidad; por ser el producto de una actividad humana que evoluciona, construye, organiza y sistematiza conocimientos, a partir de la necesidad de resolver problemas teóricos o prácticos. Como herramienta, constituye un poderoso instrumento que contribuye con técnicas, procedimientos, métodos y teorías a la obtención de conocimientos y sus aplicaciones en diversos campos del saber, tanto humanístico como científico y tecnológico.

En el aula, es posible promover esta visión planteando situaciones de aprendizaje en las que el estudiantado perciba la necesidad de detectar patrones, establecer relaciones, operar aritmética, algebraica o geométricamente, así como elaborar conjeturas y argumentar de manera rigurosa. También puede ser útil recurrir al desarrollo histórico de la matemática, mostrando cómo la disciplina se ha construido en respuesta a necesidades e inquietudes que surgen dentro de un determinado contexto histórico social, avanzando, precisamente, a través de titubeos y conjeturas que posteriormente son dotadas de rigor y formalidad.

b) *Manifiesta una gran unidad*. No obstante, la diversidad de ramas y especialidades en las que actualmente se divide, éstas se vinculan complementan o trabajan desde otro punto de vista a través de las otras partes que la integran. La matemática cuenta con una diversidad de ramas y especialidades, entre las que podemos contar la aritmética, la geometría, el álgebra o el análisis funcional, y no son pocos sus vínculos con otras disciplinas como la física o la química. Sin embargo, existe la percepción errónea de que estas ramas se encuentran aisladas unas de otras: por ello es necesario que el alumnado observe los vínculos entre ellas, cómo se complementan y posibilitan el análisis de objetos y problemáticas desde distintos ángulos.

Esto es importante, por lo menos, por dos razones: la primera, es en esa riqueza de relaciones en donde reside buena parte del potencial de la disciplina; y segunda, se sabe que el establecimiento de este tipo de conexiones contribuye al desarrollo de aprendizajes significativos.

c) Contiene *Es un lenguaje* con un conjunto de simbologías propias, bien estructuradas, sujetas a reglas específicas (simbología numérica, geométrica, algebraica), con las que es posible establecer representaciones de distinto nivel de generalidad sobre características, propiedades, relaciones y comportamientos. Ello contribuye a avanzar en su construcción como ciencia y a extender el potencial de sus aplicaciones.

Esta concepción tiene como consecuencia desechar la enseñanza de la matemática como un conjunto de conocimientos acabados y organizados según la estructura formal y tomar la posición de desarrollar en el alumno habilidades intelectuales que caracterizan la construcción de la misma.

Estas ideas llevan a la necesidad de dejar atrás diversas nociones tradicionales en cuanto a la enseñanza de la matemática: en lugar de una clase en la que las y los docentes fungen como poseedores de conocimientos que alumnos y alumnas deben recibir pasivamente, es necesario que el estudiantado se convierta en el actor central: jóvenes que participan activamente en la construcción de sus propios conocimientos. Así, la labor del profesorado de matemática en el CCH implica el diseño y la generación de un ambiente de aprendizaje en el que florezca este protagonismo estudiantil y su actividad generadora de conocimientos y habilidades diversas de las que se pueden mencionar: razonamiento, reflexión, análisis, manejo de tecnologías, entre otras.

Enfoque Didáctico

El enfoque didáctico que se propone en el Colegio tiene como columna vertebral la resolución de problemas: utilizar situaciones problemáticas cuidadosamente seleccionadas que resulten intelectualmente estimulantes para el estudiantado y le inviten a reflexionar. La resolución de problemas promueve el trabajo grupal, el diálogo entre alumnos, entre el maestro y los alumnos y apoya la construcción de un vínculo entre iguales para fomentar el trabajo en equipo, la solidaridad entre compañeros y la aceptación de la corresponsabilidad en el proceso educativo, favoreciendo el desarrollo de habilidades del pensamiento que permitan al alumno el aprender a aprender y el aprender a hacer. Se puede trabajar con: i) problemas del mundo real, para su modelización; ii) problemas hipotéticos, que consideran contextos reales, pero con datos que no son obtenidos de la realidad; iii) problemas matemáticos, que son en el ámbito puramente matemático (Barrera Mora y Santos Trigo, 2002).

Las y los docentes deben tener presente que, para que el alumnado pueda abordar las actividades, necesita adquirir ciertos conocimientos y desarrollar determinadas habilidades mínimas, que le permitan comprender el problema en cuestión, sugerir y discutir propuestas de solución, individual y colectivamente, y llegar a resolverlo.

Este enfoque puede ser útil en la formación de ciudadanos responsables y que participan en el desarrollo de la sociedad. Se sabe que la solución de problemas y la modelización ayudan a entender mejor el mundo y apoyan el aprendizaje matemático; además fomentan una adecuada visión de la Matemática (Blum, 2011; Kaiser, 2018). Más aún: puede promover el trabajo grupal, el diálogo entre pares y entre profesorado y alumnado, apoyar la construcción de vínculos fomentando el trabajo en equipo, la solidaridad y la aceptación de la corresponsabilidad en el proceso educativo, donde unos aprenden de otros, favoreciendo el desarrollo de habilidades para aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser.

Considerar la resolución de problemas como metodología didáctica no consiste simplemente en enfatizar esta actividad para dar "sentido" a una serie de conceptos y métodos que son previamente expuestos por el profesor, sino que éstos deben surgir, en el alumno, como necesidad en la etapa de comprensión de situaciones problemáticas o como generalización de la resolución y la solución de éstas.

Ahora bien, considerar la resolución de problemas como metodología didáctica, no consiste simplemente en enfatizar esta actividad para dar "sentido" a una serie de conceptos y métodos que son previamente expuestos por las y los docentes: éstos deben surgir, en el alumno, como necesidad en la etapa de comprensión de situaciones problemáticas, o como generalización de la resolución su solución y su generalización.

Dado los tiempos institucionales, no se desecha la exposición de conceptos y métodos por parte del profesor, siempre y cuando la necesidad de su estudio surja en la etapa de comprensión de una situación problemática y éste plantee actividades que garanticen la comprensión de los mismos. Esta actividad creará los recursos básicos necesarios que en situaciones "nuevas" permitan el "descubrimiento", por generalización, de conceptos y métodos durante la reflexión sobre el procedimiento de solución y la solución de las mismas.

No debe suponerse que el estudiantado ya es capaz de resolver problemas. Muchos abordan esta actividad en forma caótica y con descuido, por lo que, aparte de ser una metodología didáctica, la resolución de problemas debe contemplarse como objeto de aprendizaje: el alumnado necesita desarrollar herramientas de resolución de problemas, lo cual debe recibir atención en el aula; al respecto puede ser conveniente que los y las docentes proporcionen ayudas para que sus alumnos y alumnas transiten en forma organizada y creativa por el proceso. Estas ayudas son contempladas por autores como Pólya y Schoenfeld como estrategias heurísticas.

Pólya considera que en la actividad de resolución de problemas, profesores y profesoras deben inducir al estudiantado a transitar por las siguientes etapas:

a) Comprensión del problema. Mediante preguntas como: ¿cuáles son los datos?, ¿cuáles son las incógnitas?, ¿qué condiciones se deben satisfacer entre datos e incógnitas?, ¿es posible que estas condiciones se puedan satisfacer?

b) Trazar un plan. Mediante preguntas y sugerencias como: ¿puede reducir el presente problema a uno que sabe resolver?; recurra a las definiciones para plantear el problema en términos más operativos; considere la condición en partes y observe la forma en que varía el elemento que se desea encontrar conforme a cada una de las partes y vea si esto le es útil para resolver el problema; trace un diagrama que ilustre las relaciones entre datos e incógnita y vea si esto le ayuda en la resolución del problema; considere casos particulares y vea si estos siguen un patrón; considere un problema análogo. Por ejemplo, en geometría: reduzca dimensiones; trace líneas auxiliares; considere casos extremos y vea cómo ajustar a las condiciones originales; ¿conoce algún resultado o método que le pueda ser útil en el presente problema?; considere qué datos son necesarios para encontrar lo buscado y vea si estos aparecen en el planteamiento del problema, si no, repita el procedimiento para el dato o datos no presentes, hasta que arribe a datos presentes en el problema.

c) Ejecución del plan. Sugiriendo el monitoreo del procedimiento escogido: justificando cada uno de los pasos, valorando el avance logrado a fin de seguir o cambiar de plan.

d) Retrospección. Con sugerencias como: reflexione sobre lo realizado y piense si el méto-do o la solución puede aplicarse en nuevos problemas; intente inventar otros problemas donde el procedimiento de solución sea el mismo; intente pensar en una situación práctica donde el problema pueda aplicarse; piense cómo el problema puede generalizarse.

Esta forma de proceder debe ser inducida primeramente con el plantea-miento de estas sugerencias y preguntas por parte del profesorado, hasta que alumnas y alumnos lo hagan de manera independiente.

Por su parte, Schoenfeld (1985) ha señalado que, aunque las recomendaciones de Pólya son ciertamente útiles, no son suficientes, y propone un estudio más profundo del proceso de resolución de problemas.

Consideraciones sobre el proceso de solución de problemas: comprensión, matematización, metacognición, creencias

Analizar dicho proceso requiere prestar atención a ciertos elementos. El primero de ellos, la *comprensión* matemática, lo define Duval (1999) afirmando que alguien comprende un objeto matemático cuando lo reconoce en al menos dos formas de representación (lenguaje natural, tabular, algebraico y gráfico) y puede hacer la transición entre ellas.

Un segundo elemento es la *matematización*: el proceso de llevar los datos de un contexto determinado al leguaje matemático.

El tercer elemento es la *metacognición* (el proceso por el que una persona razona acerca de su propio razonamiento). Este es fundamental en la resolución de problemas, y al igual que la modelización y la comprensión, deben recibir atención en el salón de clases.

Schoenfeld (1985), además, señala cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas:

i) **El dominio del conocimiento**, que se refiere a la importancia de la comprensión matemática y sus procedimientos;

ii) **Las estrategias cognitivas**, que incluyen métodos heurísticos como, descomponer el problema en casos simples, invertir el problema y dibujar diagramas, examinar problemas equivalentes y modificados;

iii) **Las estrategias metacognitivas**, relacionadas con el monitoreo empleado en la solución del problema, el entendimiento del problema, la consideración de varias formas posibles en la solución y la selección de una de ellas, el monitoreo del procedimiento y la decisión de cuando cambiarlo, la revisión del proceso de solución y, la importancia del trabajo colaborativo;

iv) **El sistema de creencias**, que se refiere a las ideas, muchas veces "erróneas" que el estudiantado tiene acerca de la matemática y la solución de problemas: que es una actividad solitaria, que existe una única forma de resolver un problema, que tiene poco que ver con el mundo real, entre otras.

El mismo Schoenfeld (1987) indica algunas técnicas para promover la metacognición del alumnado:

a) Videograbarles mientras trabajan, para hacer que se observen posteriormente y discutan su desempeño;
b) Realizar el trabajo en el aula como trabajan matemáticos y matemáticas;
c) Que las y los docentes modelen procesos heurísticos y metacognitivos;
d) Debates sobre problemas con la dirección de la profesora o profesor;
e) Resolución de problemas en pequeños grupos, donde unos aprendan de otros;
f) Apoyo con preguntas como: ¿qué estás haciendo exactamente? ¿puedes escribirlo con precisión? ¿Por qué lo haces? ¿Cómo encaja en la solución? ¿Cómo te ayuda?

Para Stillman (2011), desarrollar la metacognición en el estudiantado requiere que profesoras y profesores implementemos prácticas que motiven la reflexión, y no proporcionemos soluciones acabadas o definitivas. Además, es necesario identificar las dificultades que enfrenta el alumnado, mismas que pueden producir bloqueos en el proceso; estas pueden ser ocasionadas por falta de reflexión, por conocimientos incompletos o incorrectos o requerir la modificación de esquemas.

Las observaciones anteriores se presentan buscando que los profesores reflexionen acerca de los supuestos teóricos y perciban la necesidad de profundizar el estudio y la investigación de la pedagogía en resolución de problemas.

El uso de tecnología

La tecnología puede constituir una poderosa herramienta para lograr aprendizajes con comprensión en matemáticas; si está disponible, es conveniente emplearla. Sin embargo, es importante que no termine siendo un mero sustituto del pizarrón, en un ambiente tradicional donde el profesor o profesora expone y el alumnado atiende. Se requiere, en cambio, que su uso lleve a la reflexión, al planteamiento de conjeturas, a la detección de patrones, a la eficientización de procesos mecánicos, y que sea el propio estudiantado quien trabaje con ella, desarrollando y ejercitando dichas habilidades (entre muchas otras) en un contexto de resolución de problemas. En nuestros días, el fácil acceso a distintas aplicaciones (que incluyen software libre como GeoGebra, MathCityMap, PhotoMath,...), puede y debería aprovecharse para enriquecer las clases de matemáticas en el Colegio.

3. Concreción en la Materia de los principios del Modelo Educativo del Colegio

El Modelo Educativo del Colegio de Ciencias y Humanidades se ha destacado por ser diferente e innovador, sus principios de aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser han sido el pilar de las acciones que se llevan a cabo en el proceso de enseñanza aprendizaje, de esta forma se propicia que el alumnado sea sujeto responsable de su propio aprendizaje, por ello, es necesario comprender cómo estos principios se concretan en la materia de Matemáticas.

Aprender a aprender

En el Colegio se busca dotar al alumnado de un pensamiento matemático, más allá de ser un simple repetidor de contenidos o conocimientos memorísticos y enciclopédicos, que sea autónomo y se responsabilice de su propio aprendizaje.

Bajo esa concepción, la matemática en el Colegio privilegia la resolución de problemas, se busca que el alumnado haga conjeturas, establezca conexiones, utilice diversas representaciones, analice, sintetice, intente procedimientos diversos para encontrar la soluciones, investigue en distintas fuentes, trabaje en equipo y en grupo, discuta y argumente las diferentes alternativas para la solución a un problema, comunique de manera oral y/o escrita sus resultados con el rigor matemático que se requiere a nivel bachillerato.

La materia desarrolla habilidades de pensamiento que permiten al estudiantado adquirir por cuenta propia nuevos conocimientos, analizar e interpretar el mundo que los rodea.

Aprender a hacer

El estudiantado utiliza conceptos y procedimientos, opera con estructuras, numerales y símbolos, combinando reglas y estrategias, estima resultados posibles, percibe relaciones, distingue lo relevante de lo irrelevante, lo común de lo diferente, invierte una secuencia de operaciones o proceso de pensamiento, resuelve problemas utilizando diferentes heurísticas para llegar a la solución, percibe esquemas geométricos en otros más complejos y desarrolla una visión espacial. A la vez que va adquiriendo habilidades en el uso de tecnologías digitales.

Aprender a ser

El alumnado, en la resolución de problemas, comprende la importancia de aplicar la matemática con un sentido humanista, con valores éticos y morales, responsabilizándose de sus resultados y lo que ello implica en la ecología social, respetando las leyes y reglamentos vigentes. Integrando la matemática como un conjunto de conocimientos del que forman parte otras disciplinas, se fomenta en el estudiantado una visión más general en donde la matemática es otra más de las ciencias y herramientas que coadyuvan en el mejoramiento del mundo en su conjunto. Valora la importancia de la tecnología como herramienta que contribuye al desarrollo de las matemáticas y de la ciencia en general y extiende a la práctica actitudes y valores en la utilización de ésta.

En términos generales, se pretende fomentar que el estudiantado utilice sus conocimientos previos, apliquen sus habilidades y destrezas, al tiempo que adquieran nuevas habilidades. Además, se busca promover la integridad ética, moral y cívica, que enaltece a la persona. El colegio busca una equidad de género, garantizando que el alumnado tenga igualdad de oportunidades y respeto en su desarrollo personal y académico.

4. Contribución de la materia de Matemáticas I-IV al Perfil del egreso

La creación del Colegio de Ciencias y Humanidades abrió un nuevo paradigma educativo basado en los principios de aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser, y en un enfoque pedagógico centrado en el estudiantado y su aprendizaje.

Ahora en el siglo XXI, el estudiantado enfrenta nuevos retos, tanto en el ámbito escolar como en su posterior inserción en actividades profesionales; en una sociedad de acelerado acceso a la información y creciente avance tecnológico, es necesario que el trabajo en el aula favorezca el desarrollo de habilidades que contribuyan a formar a un ser capaz de aprender por sí mismo, que logre un desarrollo integral que contribuya a su formación ciudadana, con una actitud crítica ante la realidad y una cultura básica que le capacite para estudios posteriores, al tiempo que construye valores como la solidaridad, la honestidad, la tolerancia, la equidad social, de género, económica, ambiental, entre otros, y el respeto a los demás.

La materia de Matemáticas I-IV, como uno de los pilares principales en la formación del estudiantado, contribuye al perfil de egreso preparándole para:

- Aplicar y adaptar una variedad de estrategias heurísticas para resolver problemas.
- Utilizar su conocimiento matemático en la resolución de problemas en contextos que lo requieran.
- Generar conocimientos a través de la resolución de problemas.
- Utilizar su conocimiento matemático: álgebra, geometría euclidiana, geometría analítica, trigonometría y funciones en la resolución de problemas en contextos que lo requieran.
- Valorar y apreciar la resolución de problemas como metodología generadora de conocimiento.
- Utilizar diversas formas de razonamiento de tipo analógico, inductivo y deductivo y ser consciente de la certidumbre e incertidumbre de los resultados de estos.

- Elaborar conjeturas, construir argumentos de forma oral y escrita para validar o refutar los de terceros, en un ambiente de tolerancia y respeto.
- Incorporar a su lenguaje y modos de sistematización y argumentación habituales, diversas formas de representación matemática (numérica, tabular, gráfica, geométrica y algebraica) para comunicar sus ideas y consolidar su pensamiento matemático.
- Utilizar las nuevas tecnologías para la búsqueda de información relevante y su sistematización.
- Utilizar las tecnologías digitales, de forma ética y responsable, para favorecer la adquisición y creación de conocimientos.
- Adquirir el hábito de la lectura y comprensión de textos científicos tanto escolares como de divulgación matemática, para aumentar su bagaje cultural y en consecuencia ampliar sus capacidades comunicativas.
- Valorar las aportaciones de las matemáticas en todos los campos del saber.
- Exponer y aplicar sus conocimientos matemáticos, en distintos contextos, con una autopercepción de seguridad.
- Valorar la dimensión tecnológica y científica de los conocimientos adquiridos.

La materia de Matemáticas I-IV junto con otras disciplinas contribuye a formar un alumnado que se inserte en la sociedad como un ser reflexivo y critico capaz de contribuir con sus conocimientos y capacidades a la búsqueda grupal de soluciones de diversos problemas de su ámbito escolar y social. Al integrar conocimientos, habilidades y valores, el estudiantado adquiere una perspectiva humanística y científica en la resolución de problemas vinculados con el medio ambiente, la sustentabilidad y la equidad en todas sus gamas.

5. Propósitos generales de la materia

En términos generales, la enseñanza de la matemática en el Colegio pretende:

Al concluir los cursos de Matemáticas I a IV, el alumnado será capaz de emplear una cultura básica que le facilite acceder a conocimientos más especializados y desenvolverse efectivamente en situaciones problemáticas de la vida cotidiana. Esto se alcanzará mediante el desarrollo de la Desarrollar la capacidad de análisis–síntesis en los alumnos para un mejor desempeño en la resolución de problemas y comprensión de conceptos capacidad de análisis-síntesis en la resolución de problemas y la comprensión de conceptos matemáticos, reflejando la congruencia con el Modelo Educativo del Colegio y sus principios, así como con la contribución del área al perfil de egreso. Desarrollar una cultura básica matemática que le permita acceder a conocimientos más especializados y desempeñarse adecuadamente en situaciones problemáticas de la vida cotidiana.

Entendiéndose por cultura básica matemática el conjunto de conocimientos, habilidades intelectuales y destrezas que permitan el logro de lo anterior.

Particularmente en los cuatro primeros semestres se trata de:

Particularmente, al finalizar la materia Matemáticas I-IV el alumnado será capaz de:

- Consolidar el pensamiento matemático con la perspectiva de generar sentido y actividad creativa en la resolución de problemas para el desarrollo de habilidades en álgebra, geometría euclidiana y trigonometría, ampliando el conocimiento algebraico con la inclusión del estudio de la geometría analítica al incorporar el lenguaje algebraico a las ideas geométricas, así como el estudio de funciones, para crear las bases de las asignaturas especializadas de quinto y sexto semestre.

- Desarrollar los pensamientos inductivo y deductivo, a través de actividades de exploración, verificación y justificación, empleando diferentes estrategias heurísticas, registros de representación y herramientas tecnológicas que tiene a su alcance, para incrementar sus formas de argumentación en la resolución de problemas.
- Manejar un lenguaje matemático apropiado para comunicar sus ideas de manera verbal y escrita, así como establecer conexiones entre diversos conceptos, procedimientos o métodos, permitiendo aplicar sus conocimientos en diversos contextos.
- Fomentar el trabajo en equipo como la forma de dinamizar la construcción del conocimiento en el contexto de la resolución de problemas, a través de la adquisición de actitudes y valores éticos, tales como la libre y consciente disposición al trabajo, la responsabilidad social compartida, el respeto a la expresión de las ideas y la estimulación de la conciencia solidaria.
- Revisar el conocimiento algebraico, ya visto en el ciclo escolar anterior con la perspectiva de generar sentido y actividad creativa en la resolución de problemas.
- Extender o ampliar el conocimiento algebraico con la inclusión del estudio de la geometría analítica, incorporando el lenguaje algebraico a las ideas geométricas, así como el estudio de funciones, para crear las bases de las asignaturas especializadas de quinto y sexto semestre.
- Desarrollar los pensamientos inductivo y deductivo en el alumno, en actividades de exploración y justificación, para incrementar las formas de argumentación del alumno en la resolución de problemas.
- Promover la reivindicación de los valores de la matemática, frente a la deshumanización producida por la educación mecanicista, en la que la enseñanza de la matemática se reduce usualmente a aprender algoritmos carentes de significados, en lugar de promover la formación de un ser humano pensante y crítico, reconociendo sus potencialidades cognitivas, afectivas y estéticas, para la conformación de la persona a un nivel superior del desarrollo psicológico, cultural y social.

Evaluación

La evaluación, elemento fundamental en la enseñanza, es motivo de continuo debate por las diversas concepciones que los profesores tienen al respecto. Para orientar este proceso, es necesario tener en cuenta que el enfoque de enseñanza del Colegio está basado en el logro de aprendizajes, lo que conlleva a diseñar instrumentos de evaluación que permitan valorar si se alcanzan y hasta qué nivel. Entre los más comunes se tienen: actividades de aprendizaje para una evaluación formativa continua, exámenes parciales individuales o por equipo, prácticas relativas a las tecnologías digitales, trabajos de investigación, tareas de refuerzo, bitácora o portafolio, listas de cotejo, rúbricas, bitácora col, entre otras.

Otro tipo de consideraciones de igual importancia en la evaluación, es tener presente el desarrollo de habilidades, las cuales proveen registros a ser tomados en cuenta al valorar el desempeño de los alumnos cuando resuelven problemas, comunican su conocimiento y lo transfieren al mundo real, amplían su criterio o adquieren el hábito de trabajar en equipo. También cobra relevancia la promoción de actitudes y valores como la honestidad, la tolerancia y solidaridad.

Desde una perspectiva ideal se considera necesario un seguimiento continuo de los progresos de los alumnos, un ponerse a su lado para observar la forma en que trabajan, para reconocer sus éxitos y corregir sus errores y, así estimular su desarrollo de manera inmediata.

Dentro de un contexto de apreciación, la evaluación más que ser un filtro o una limitante para el avance de los estudiantes, debe ser vista como un elemento que forma parte del aprendizaje, al dedicar un espacio para integrar los conocimientos y reflexionar sobre lo aprendido.

6. Panorama general de las unidades

	MATEMÁTICAS I	MATEMÁTICAS II	MATEMÁTICAS III	MATEMÁTICAS IV
UNIDAD 1	30 horas El significado de los números y sus operaciones básicas.	15 horas Ecuaciones cuadráticas.	15 horas Elementos de trigonometría.	25 horas Funciones polinomiales.
UNIDAD 2	15 horas Variación directamente proporcional y funciones lineales.	15 horas Funciones cuadráticas y aplicaciones.	10 horas Elementos básicos de geometría analítica.	15 horas Funciones racionales y funciones con radicales.
UNIDAD 3	15 horas Ecuaciones de primergrado con una incógnita.	25 horas elementos básicos de geometría plana.	20 horas La recta y su ecuación cartesiana.	20 horas Funciones exponenciales y logarítmicas.
UNIDAD 4	20 horas Sistemas de ecuaciones lineales.	25 horas Congruencia, semejanza y teorema de Pitágoras.	15 horas La parábola y su ecuación cartesiana.	20 horas Funciones trigonométricas.
UNIDAD 5			20 horas La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas	

Referencias

Barrera-Mora, F., Santos Trigo, L.M., (2002) Fascículo II.1: Cualidades y Procesos Matemáticos Importantes e la Resolución de Problemas: Un caso Hipotético de Suministro de Medicamento, Vol. 2 de la Serie Matemáticas Aplicadas y su Enseñanza, Grupo Editorial Iberoamérica - Sociedad Matemática Mexicana.

Blum, W. (2011). Can modeling be taught and learnt? Some answers from empirical research. en G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modeling* (pp. 15–30). New York, NY: Springer.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* Universidad del Valle y Peter Lang S. A. Trad. Myriam Vega Restrepo, 1999. Santiago de Cali, Colombia.

Goos, M. (1998). 'I don't know if I'm doing it right or I'm doing it wrong!' Unresolved uncertainty in the collaborative learning of mathematics. In C. Kanes, M. Goos, & E. Warren (Eds.), *Teaching mathematics in new times. (Proceedings of the twenty-first annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* (Vol. 1, pp. 225–232). Gold Coast: MERGA.

Kaiser, G. (2018). The teaching and Learning of mathematical modeling. en Jinfa Cai Editor. *Compendium for research in mathematics education* (pp. 267-291). USA: Jinfa Cai.

Polya, G. (2011). *Cómo plantear y resolver problemas.* México: Trillas.

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical problem solving. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A. (1987). *What's all the fuss about metacognition?* In A. H. Schoenfeld (Ed.), Cognitive science and mathematics education (pp.1-31). Hillsdale, NJ.: Lawrence Erlbaum.

Stillman, G. (2011). Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modeling tasks at secondary school. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modeling: ICTMA14* (pp. 165–180). Dordrecht, The Netherlands: Springer.

MATEMÁTICAS I

El curso de Matemáticas I está enfocado principalmente a la revisión y estudio de los conceptos básicos de aritmética y álgebra, como: los números y su significado; la ecuación de primer grado con una incógnita; sistema de ecuaciones lineales y sus procedimientos de solución; el tratamiento algebraico de la variación directamente proporcional y función lineal. Conceptos que serán profundizados y extendidos en los tres siguientes cursos del tronco común, sin descuidar la perspectiva de que éstos sirven de sustento y están relacionados con conceptos y procedimientos de los otros ejes temáticos. No se trata de incluir contenidos de estos temas por sí mismos, sino en función de una metodología propia y de la relación que éstos guardan con otras áreas de conocimiento (interdisciplinario), sin dejar de lado la perspectiva de género y la sustentabilidad.

La experiencia de los docentes sobre el conocimiento algebraico de los alumnos de nuevo ingreso, indica un deficiente manejo de los procedimientos de solución de ecuaciones y una, aún más pronunciada deficiencia, en la modelación algebraica de situaciones problemáticas en contextos concretos y matemáticos.

Esta misma experiencia apunta como fuente de estas deficiencias, un aprendizaje memorístico de reglas y significados sin sentido y un pobre desarrollo de la capacidad de análisis–síntesis, lo cual trae como consecuencia el que muchos de estos alumnos, al enfrentarse a la interpretación de expresiones algebraicas y a situaciones problemáticas con contenido potencialmente real, acudan a las interpretaciones aritméticas o recursos numéricos rudimentarios muchas veces fallido

En suma, el tránsito de la Aritmética al Álgebra no ha sido logrado en los niveles escolares anteriores. Esto tiene dos razones: un deficiente manejo del lenguaje aritmético y la no comprensión de la complejidad cognitiva que representa este tránsito.

En niveles escolares anteriores se ha trabajado con el tránsito de la Aritmética al Álgebra, en esta asignatura se retoma mediante la resolución de problemas atendiendo así a la complejidad cognitiva de este proceso.

En el curso se incluye una primera unidad centrada en dar sentido a los diferentes tipos de números; sus operaciones básicas y a la creación de sus referentes concretos en una actividad de resolución aritmética de problemas con estrategias que ayuden al desarrollo de la capacidad de análisis y síntesis, hasta llegar a la expresión algebraica de procedimientos generales de cálculo (obtención de fórmulas), recreando así un primer acercamiento al lenguaje algebraico.

En la segunda unidad, se inicia el estudio del concepto de función de manera intuitiva y problemáticas asociadas a él. El concepto de variación permite el estudio de las funciones y el manejo del plano cartesiano, entretejiéndolos con la búsqueda de representaciones (algebraica, tabular y gráfica) para estudiar diversas situaciones que involucran cambio. La construcción de modelos de variación se asocia con habilidades para explorar y visualizar patrones numéricos, gráficos o simbólicos y construir representaciones de funciones. Con relación a la recreación del lenguaje algebraico, la temática permite avanzar en su comprensión al introducir el significado de la literal como cantidad variable y la representación algebraica de la relación de dependencia entre dos variables.

En la tercera y cuarta unidad, se avanza en el significado de las expresiones algebraicas y su estatus como sistema de signos mediadores del pensamiento en la actividad de resolución de problemas. Es importante que se comprenda la riqueza de la estrategia algebraica que permite, al estudiantado, establecer relaciones entre cantidades conocidas y desconocidas, así como modelar diferentes situaciones y hacer las interpretaciones de las representaciones matemáticas a diversos contextos. Más que la repetición interminable de ejercicios que aparentan responder a un desglose exhaustivo de casos se pretende que analice la estructura básica de ellos yvea cómo pasar de una situación nueva a otra que ya conoce.

La resolución de problemas como estrategia fundamental de aprendizaje permite revisar los contenidos a través de problemas de diversa índole, dando contextos a los conceptos y referentes que facilitan la compresión de los aprendizajes propuestos en las unidades del curso. Así también, esta estrategia es importante para enfocar actividades propias de las matemáticas y modelar fenómenos del mundo real, con ello se crean excelentes oportunidades para que los estudiantes puedan extraer conjeturas, reflexiones, generalizaciones y construir un entendimiento firme en matemáticas.

Propósitos del curso

Al finalizar el primer curso de Matemáticas I, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el estudiantado:

- Conoce y maneja algunas estrategias para la resolución de problemas.
- Da significado a los algoritmos de las operaciones básicas y el manejo de la jerarquía de las operaciones.
- Logra el tránsito de la aritmética al álgebra.
- Reconoce que la resolución algebraica de ecuaciones involucra un proceso que permite reducir una ecuación dada a otra más simple.
- Desarrolla su capacidad de transitar por distintos registros de representación: verbal, tabular, algebraico y gráfico.
- Resuelve problemas que dan lugar a una ecuación de primer grado con una incógnita, o un sistema de ecuaciones lineales.
- Utiliza las representaciones algebraicas, gráfica y tabular para estudiar fenómenos que involucran variación directamente proporcional y de tipo lineal.
- Utiliza las representaciones algebraica y gráfica para modelar situaciones con ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones.
- Es capaz de resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita y sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconoce cuando un sistema de ecuaciones es consistente o inconsistente.

La asignatura está organizada en cuatro unidades, como sigue:

Contenidos temáticos

Matemáticas I

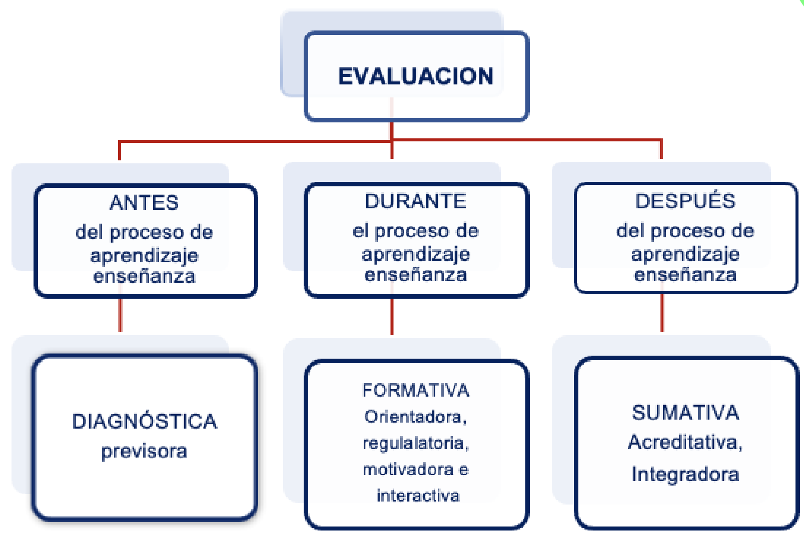
Unidad	Nombre de la unidad	Horas
1	El Significado de los números y sus operaciones básicas.	30
2	Variación directamente proporcional y funciones lineales.	15
3	Ecuaciones de primer grado con una incógnita.	15
4	Sistemas de ecuaciones lineales.	20

Evaluación

Es necesario considerar que la evaluación es el proceso de recolección y análisis de evidencias sobre el desarrollo y logro de los aprendizajes, y de todo lo que influye en ellos como el desempeño discente y docente, y la efectividad de las actividades y adecuación del ambiente, donde se fomenten valores como el respeto, la tolerancia, ética, empatía, honestidad.

Para lograrlo se requiere el uso de diferentes instrumentos tanto para la recolección de la información como para su análisis. Es importante destacar que la evaluación y la calificación son procesos diferentes con objetivos diametralmente opuestos, por lo que se vuelve importante destacar que el objetivo de la evaluación es conocer lo que sucede en nuestra aula y lograr la mejora de los aprendizajes a través de la retroalimentación la cuál atañe al estudiante como al mismo docente.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación, siempre con referencias y comentarios personales. Bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales) para recopilar la opinión de estudiantes sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades. Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. No se considera presentar ejemplos de estos instrumentos en el presente programa para evitar limitar la libertad docente, pero se pueden consultar en documentos como *Evaluación del y para el aprendizaje a distancia: Recomendaciones para docentes de educación media y superior* (CUAIEED, 2021).



Adaptada de: Jorba & Casella, 1997

Referencia

Jorba , J., & Casellas, E. (Edits.). (1997). *Estrategias y técnicas para la gestión social del aula. La regulación y la autoregulación de los aprendizajes* (Vol. 1). Madrid, España: Editorial Síntesis-Instituto de Ciencias de la Educación.

Unidad 1. El significado de los números y sus operaciones básicas

Presentación

En esta primera unidad del curso de Matemáticas I, se pretende que el alumnado comprenda el significado de los números y sus operaciones básicas, mediante el desarrollo de diferentes actividades en donde trabajará con los números naturales, enteros, racionales e irracionales, y comprenderá que los números reales están conformados por todos los anteriores.

Para el caso de los números racionales, se pretende que conozca sus diferentes representaciones y sean capaces de transitar entre cada una de éstas, ya sea en problemas de corte aritmético o en la resolución de problemas.

En las operaciones con números racionales en su forma de fracción, se busca que el alumnado utilice el concepto de fracción equivalente para realizar la suma o resta, y que sea capaz de comprender y en su caso deducir los algoritmos para estas operaciones.

En el caso del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor, se presenta como un aprendizaje aparte, no porque esté aislado de los demás, sino porque estos dos conceptos se pueden utilizar para que el alumnado resuelva problemas en donde tenga que; analizar la información y elegir el concepto y procedimiento adecuado para obtener la solución. El concepto de mínimo común múltiplo, también se podrá utilizar para reforzar los aprendizajes relacionados con la suma y resta con fracciones de diferente denominador.

Continuando con las fracciones, se pretende que el alumnado dé sentido a las operaciones de multiplicación, división, potenciación y radicación, mediante la solución de problemas que impliquen una sola operación, y posteriormente con otros que involucren más operaciones.

En esta unidad el alumnado también explora diversas situaciones que le permitan observar un patrón en un conjunto de números, observar la relación entre éstos y proponer otros más y, finalmente obtener la expresión que represente su generalidad.

Durante el desarrollo esta unidad se recomienda el proponer actividades que fomenten la participación del alumnado en forma individual, en equipo y grupal, con la guía de la o el docente, con el uso de tecnología en donde sea adecuado y, en un ambiente de tolerancia, respeto y equidad con perspectiva de género.

Matemáticas I

Unidad 1. El significado de los números y sus operaciones básicas

Propósito: Al finalizar, el alumno: Será capaz de operar con los números racionales (enteros y no enteros) y resolver problemas aritméticos, aplicando algunas heurísticas para facilitar la comprensión, la búsqueda de un plan de resolución y su ejecución, con la finalidad de que haga suyos los recursos básicos para iniciarse en el uso del lenguaje algebraico para expresar la generalidad. Al finalizar la unidad el alumnado: Operará con los números reales y resolverá problemas aritméticos, aplicando algunas heurísticas para facilitar la comprensión, la búsqueda de un plan de resolución y su ejecución, con la finalidad de que se apropie de los conocimientos y habilidades básicas para iniciarse en el uso del lenguaje algebraico para expresar la generalidad (transición de la aritmética al álgebra).	Tiempo: 30 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas: El alumnado:		Se sugiere que el profesor organice las actividades de aprendizaje procurando, en un primer momento, la participación individual y posteriormente por equipos y grupal, en un escenario de resolución de problemas. Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.

Comprende el significado de los números reales. Comprende el significado de los números naturales. Comprende el significado de los números enteros. Comprende el significado de los números racionales. Comprende el significado de los números irracionales. Comprende el significado de los números reales. Comprende y utiliza el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.	Significado de los números racionales Q (enteros Z y no enteros) e irracionales I. Significado de los números • Naturales N • Enteros Z • Racionales Q • Irracionales I • Reales R Mínimo común múltiplo (m.c.m), Máximo Común Divisor (M.C.D)	El estudiantado, con la guía del profesor, discute y argumenta acerca del significado de los números, y su surgimiento como una necesidad de expresar la medida de una magnitud a través de haber especificado una unidad de medida (no se trata de exponer el significado puramente matemático de lo que es un número sino a través de algunos de sus significados concretos). Retomar esta necesidad y aprovecharla para subrayar la transversalidad con historia y filosofía en actividades de geometría y operaciones básicas. El estudiantado realiza actividades en forma individual, por equipo o grupal, propuestas por el profesor, como por ejemplo plantear actividades de construcción y estimación: • La unidad cabe un número exacto de veces en la magnitud por medir (número natural). • La unidad no cabe un número exacto de veces, pero sí una subunidad (número racional en sus diferentes representaciones). • La unidad no cabe un número exacto de veces ni tampoco cualquier subunidad (número irracional), apoyado con construcciones utilizando software de geometría dinámica Para el significado de los números negativos, enfrentar al estudiantado con problemas que impliquen cantidades no absolutas, por ejemplo: temperaturas, pesos relativos, alturas, perdidas, ganancias que impliquen el establecimiento de un cero relativo. También se puede conceptualizar a los números negativos como la ausencia o falta de elementos, y al cero como la ausencia total de los mismos. El estudiantado, con la guía del profesorado, discute y argumenta para que comprenda que, para describir algunas características medibles de los objetos y fenómenos de su entorno, basta con el uso de los números naturales, enteros, racionales e irracionales, y que en su conjunto constituyen los números reales. El estudiantado se enfrenta a problemas que impliquen mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

Usa correctamente las diversas simbolizaciones de un número racional, transitando entre sus equivalencias (cuando sea necesario) en problemas puramente aritméticos y en contexto. Usa correctamente las diversas representaciones de un número racional, en problemas aritméticos y en situaciones contextualizadas. Transita entre las diversas representaciones de un número racional, en problemas aritméticos y en situaciones contextualizadas.	Las diversas simbolizaciones de un número racional y sus equivalencias: fracción (parte de un todo), decimal, porcentaje. Representaciones de un número racional y conversión entre sus equivalencias: • Fracción (parte de un todo). • Decimal, con y sin periodo. • Porcentaje. • Representación gráfica	El estudiantado con la guía del profesorado analiza y resuelve problemas que involucren el uso de números en sus diferentes representaciones, por ejemplo: decimal, porcentaje, fracción y su representación gráfica utilizando el tránsito entre unas y otras. El estudiantado utiliza la recta numérica para ubicar números en distintas representaciones y observar su equivalencia.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Compara dos cantidades haciendo uso de las representaciones de un número racional.	La comparación entre cantidades (relación de orden) empleando las diferentes representaciones de los números racionales. Relación de orden • Misma representación • Distinta representación • Fracciones equivalentes	El estudiantado realiza actividades donde observe que multiplicar por 1 a cierta cantidad, no modifica a esta cantidad, y que el 1 se puede escribir de varias formas como $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$, etc., lo que facilitará la compresión y obtención de fracciones equivalentes. El estudiantado discute problemas que impliquen $\frac{p}{q}$ con $q \neq 0$ como la comparación entre dos cantidades. El estudiantado utiliza las fracciones equivalentes para comparar números racionales con distinto denominador.
Opera correctamente con los números racionales, (enteros y no enteros) en los casos de una sola operación y una secuencia de operaciones.	• Algoritmos de las operaciones entre números enteros y racionales: suma, resta, multiplicación, división, y las condiciones para su ejecución. $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad \pm bc}{bd}$ • El mínimo común múltiplo (mcm) y la regla: $\frac{a}{b}+\frac{c}{d} = \frac{a(\frac{mcm(b,d)}{b}+c\frac{mcm(b,d)}{d}}{m.c.m(bd)}$ $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{ac}{bd}$ $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{ad}{bc}$	El estudiantado resuelve problemas que involucren la suma o resta de dos números racionales con diferente denominador utilizando fracciones equivalentes. Posteriormente, se agregan más sumandos. El estudiantado deduce el algoritmo para la suma o resta de números racionales. $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d}=\frac{ad \pm bc}{bd}$ El estudiantado realiza ejercicios lúdicos para la discusión de jerarquía de operaciones. Utilizar el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor para simplificar operaciones. Problemas de aplicación El estudiantado resuelve problemas que involucren números racionales que no se simplifican a un entero, como cálculo de áreas, uso de un diagrama para descubrir la regla de la multiplicación, posteriormente resuelve problemas de distinto contexto bajo la dirección del docente, reflexionando sobre si tal forma de operar depende de dicho contexto. Para el caso de la división, se propone que el estudiantado a partir de la comparación de dos números racionales determine cuantas veces cabe uno en el otro.

	• El Máximo Común Divisor (mcd) y la simplificación de resultados. Operaciones de suma, resta, multiplicación y división	

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Opera correctamente con potencias y radicales con la misma base.	Operaciones con potencias: exponentes positivos, negativos y fraccionarios.	A partir de la regularidad el estudiantado descubre las leyes de los exponentes con potencias enteras de la misma base, se utiliza la multiplicación repetida. Para comprobar sus resultados se sugiere el uso de una herramienta tecnológica.
Traduce, relaciones contextuales en operaciones entre números racionales (enteros y no enteros) y las resolverá correctamente.	• Significado contextual de las operaciones suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. • Relaciones entre partes de una cantidad y la cantidad. • Relaciones entre partes de una cantidad (medir una parte tomando como unidad la otra, etcétera) •Relaciones de área. •Relaciones entre porcentajes: el porcentaje de una cantidad; el porcentaje de un porcentaje y su relación con el total; relación porcentual entre una parte y el total; dada la cantidad que representa un porcentaje encontrar el total. •Relación de dos magnitudes de distinta clase que varían conjuntamente. Por ejemplo: relaciones entre distancia velocidad y tiempo; distancia, eficiencia en kilometraje por litro de combustible y volumen de	El estudiantado de forma individual, en equipo y/o grupal, resuelve problemas que impliquen una sola operación con números en sus distintas representaciones y posteriormente una secuencia de operaciones.

	combustible; masa, densidad y volumen; fuerza, área y presión. Significado contextual de las operaciones. • Planteamiento de problemas que implican una sola operación. Suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación. • Planteamiento de problemas que implican más de una operación. Suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.	

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve problemas aritméticos que involucren una secuencia de relaciones contextuales, auxiliándose de estrategias heurísticas en las etapas de comprensión, elaboración de un plan y su ejecución.	Aplicación de estrategias heurísticas en la resolución aritmética de problemas con más de una operación. Problemas de aplicación	El estudiantado resuelve problemas de aplicación que involucren: Relaciones entre áreas, porcentajes, así como entre dos magnitudes de distinta clase que varían conjuntamente, Por ejemplo: Tiempo que emplea un móvil en recorrer una distancia dada desplazándose a una rapidez constante, porcentaje de una cantidad; el porcentaje de un porcentaje y su relación con el total; relación porcentual entre una parte y el total; dada la cantidad que representa un porcentaje encontrar el total. Relaciones entre distancia velocidad y tiempo; distancia, eficiencia en kilometraje por litro de combustible y volumen de combustible; masa, densidad y volumen; fuerza, área y presión. Es importante en la etapa de retrospección plantear actividades que impliquen la inversión de procesos, de generalización de los métodos, así como buscar métodos alternativos de solución. Se sugiere que el profesor plantee a sus alumnos una serie de problemas que consistan en expresar simbólicamente generalizaciones.
Reconoce patrones numéricos y geométricos en situaciones problemáticas y representa su comportamiento	Expresión simbólica de la generalidad (la obtención de fórmulas).	El estudiantado resuelve problemas que consistan en expresar simbólicamente generalizaciones de manera individual, en equipos y/o grupal, donde el docente sugiere el empleo de estrategias como la generalización a través de casos particulares, el empleo de diagramas, la reducción de un caso nuevo a un caso ya resuelto, etcétera. Por ejemplo: números triangulares, cuadrangulares, número de diagonales de un polígono convexo, la suma de los ángulos internos de un polígono, la suma de los primeros números enteros consecutivos, la expresión de un entero como suma de números enteros consecutivos, el capital acumulado en una inversión a interés compuesto anual, el número de pasos para resolver el juego de la torre de Hanói, entre otros.

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar el significado de los números y sus operaciones básicas.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con el significado de los números y sus operaciones básicas.

Referencias

Profesor

Básica	**Complementaria**
Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wesley. Oteyza, E,. Lam, E. Hernández, C, & Carrillo, A. (2006). Algebra México: Prentice-Hall Hispano Americana, S.A.	Polya, G. (1981). Cómo plantear y resolver problemas (1ª ed., 9ª reimpresión). México: Trillas. Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage.

Alumno

Básica	**Complementaria**
Angel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson. Galdós, L. (1999). Matemáticas, España: Cultura. Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). Álgebra. México: Pearson.	Difanis P, Butts, T y Shaughnessy M. (1988). Algebra con aplicaciones. México: Harla. Alanís, L. (2012) *Matemáticas I: Solución de problemas reales*. México: Ediciones Quinto Sol

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 2. Variación directamente proporcional y funciones lineales

Presentación

Para iniciar el estudio de la variación entre dos cantidades junto con la idea de relación funcional , la modelación es una herramienta importante que permite al estudiantado involucrarse con la idea intuitiva de función lineal y distinguir cuando se trata de una variació n directamente proporcional.

En esta unidad se espera que el alumnado comprenda las relaciones entre variables a través de problemas prácticos, que involu cren situaciones de la vida cotidiana, de tal modo que sea capaz de transitar entre las distintas representaciones: tabular, gráfic a verbal o algebraica, desarrolle la capacidad de distinguir entre variación proporcional y variación directamente proporcional, comprendiendo las diferencias significativas entre ambos conceptos, identifique situaciones en la que la relación entre las var iables corresponda a una función lineal, reconozca la razón de cambio constante y la ordenada al origen como característica distintiva de estas funciones, e intérprete de manera signifi cativa los valores específicos de una función lineal relacionándolos con los contextos de la situación de estudio.

La discusión en equipos de los problemas de matemáticas como estrategia básica, permite al estudiantado la construcción socia l de su propio conocimiento, metodología indispensable cuando se pretende que el estudiantado comprenda conceptos abstractos como s on las funciones, la transición entre distintas representaciones entre otros, lo cual permite el aprendizaje significativo de estos conceptos

Finalmente, el estudiantado podrá aplicar sus conocimientos al mundo real al modelar situaciones cotidianas con funciones lin eales.

Unidad 2. Variación directamente proporcional y funciones lineales

Propósito: Al finalizar, el alumno: Modelará y analizará situaciones que involucren la variación entre dos cantidades en los casos en que la razón de sus incrementos sean proporcionales; utilizando los registros tabular, gráfico y algebraico, con la finalidad de que se inicie en el estudio de la variación, la idea de relación funcional, sus conceptos asociados y, continúe la comprensión del lenguaje algebraico como la representación de la generalidad. Al finalizar la unidad el alumnado: Modelará y analizará situaciones que involucren la variación entre dos cantidades, los casos en que estas sean proporcionales y cuando la razón de sus incrementos lo sean; utilizando los registros tabular, gráfico y algebraico, con la finalidad de que se inicie en el estudio de la variación, la idea de relación funcional, sus conceptos asociados y, continúe la comprensión del lenguaje algebraico como la representación de la generalidad.	Tiempo: 15 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Identifica situaciones donde existe variación entre dos magnitudes Identifica las variables y su relación, en una situación dada Dada una situación donde existe variación entre dos cantidades, el alumno identifica los elementos que corresponden a los conceptos de variable dependiente e independiente, la razón de cambio y su cálculo dado un incremento de la variable independiente.	El concepto de variación entre dos magnitudes. Variación entre dos magnitudes. Variable independiente, dependiente	El profesor plantee, para su discusión individual y posterior por equipos y grupal, la identificación de situaciones que impliquen o no variación entre dos magnitudes, solicitando a los alumnos argumenten sus respuestas. El estudiantado aborda problemas que involucren variación y los discute en equipos. Investiga situaciones que impliquen variación entre dos magnitudes y la dependencia entre ellas en una situación dada Analiza y discute en equipo con sus pares diversas situaciones para identificar variables y su relación.

.		
Calcula e interpreta la razón de cambio	Razón de cambio entre dos variables correlacionadas. Razón de cambio	El estudiantado aborda problemas que involucren variación y los discute en equipo. Analiza y discute de forma individual, en equipo o grupal con sus pares la razón de cambio en distintas situaciones. Estudia y explica la rapidez del cambio en distintas situaciones.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Traduce en una tabla de valores algunos "estados" correspondientes a la descripción verbal de la variación directamente proporcional entre dos magnitudes. Transita entre las distintas representaciones (tabular, gráfica, verbal y algebraica) de la variación directamente proporcional entre dos cantidades.	Representación tabular de la variación directamente proporcional entre dos magnitudes . • El patrón aditivo en una variación directamente proporcional. Representaciones tabulares, gráfica, verbal y algebraica	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. Discute con sus pares acerca de distintas representaciones de situaciones dadas. Transita entre registros de representación, comprendiendo y explicando las características de cada uno de ellos y su relación. El estudiantado discute la continuidad o discreción de las variables en particular en el uso de la gráfica y la tabla en diferentes situaciones. Considerar en los casos continuos los datos no registrados en la tabla
Traduce en una gráfica, la descripción tabular o verbal de la variación relacionada (directamente proporcional) entre dos cantidades y usa esta representación para obtener información sobre la variación. Reconoce cuando la relación entre dos variables corresponde a una función lineal. Representa algebraicamente la variación directamente proporcional entre dos cantidades y obtener a partir de ella información sobre ésta.	• El punto como representación de "estados" específicos de la variación. • Convenciones sobre las escalas. • El patrón gráfico de una variación directamente proporcional. Análisis contextual de la representación gráfica: • Interpretación de los puntos del patrón gráfico como estados de la variación no registrados en una representación tabular. • El punto en el origen y la inclinación del gráfico como indicadores esenciales de una variación directamente proporcional Expresión simbólica de la generalidad • y=ax como representación de una variación directamente proporcional. • Análisis contextual de la expresión simbólica: y=ax El parámetro a como la rapidez de variación o razón	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. Investiga y compara situaciones dónde la variación es directamente proporcional y cuando no lo es. Explica las características de una variación directamente proporcional. Ejemplifica situaciones con variación directamente proporcional

	de cambio. El parámetro a como indicador de la inclinación del gráfico de la variación. La constancia de a en una variación directamente proporcional Variación directamente proporcional	
	Variación entre dos magnitudes	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. Discute la variación que se da entre las magnitudes de una situación dada.
Identifica entre una serie de variaciones entre dos aquellas que correspondan al concepto de función lineal. Modela con la expresión y=mx+b, una variación relacionada entre dos variables con rapidez de variación constante y condición inicial (0, b). Transitando en la etapa de exploración, por representaciones tabulares y gráficas. Modela situaciones cotidianas con funciones lineales.	El concepto de función lineal. Función lineal	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. Investiga y discute las características de una función. Estudia y explica las características que distinguen una función lineal (noción intuitiva), incluida la razón de cambio y la condición inicial. El estudiantado transita de la representación gráfica a la expresión algebraica de la función lineal y viceversa. El estudiantado propone y analiza situaciones que se pueden modelar con una función lineal.
Dada una variación que se modela con una función lineal, el alumno calcule estados específicos de la variación, su rapidez de cambio y estado inicial, empleando sus representaciones gráfica y analítica. Reconoce la razón de cambio constante como característica de la función lineal.	Identificación de los elementos definitorios de una función lineal empleando las representaciones gráficas y analíticas: • Condición inicial. • Rapidez de variación.	

Reconoce e interpreta la condición inicial.		

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar la variación proporcional y directamente proporcional.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la variación proporcional y directamente proporcional.

Referencias

Profesor

Básica	**Complementaria**
Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones.* (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wesley.	Oteyza O., Lam E., Hernández O., Carrillo A. (2007). Álgebra.

Alumno

Básica	**Complementaria**
Oteyza O., Lam E., Hernández O., Carrillo A. (2007). Álgebra. Cuellar J. A. (2018). Matemáticas 1 Kaufmann J., Schwitters K. (2015), Álgebra elemental.	Oteyza O., Lam E., Hernández O., Carrillo A. (2007). Álgebra. Cuellar J. A. (2018). Matemáticas 1 Kaufmann J., Schwitters K. (2015). Álgebra elemental.

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 3. Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Presentación

En esta unidad se pretende que el alumnado comprenda el concepto de ecuación y los procedimientos algebraicos que llevan a su resolución, bajo la metodología didáctica de trabajar problemas en diversos contextos. Tal compresión implica una relación estrecha con aprendizajes previos tales como: las propiedades numéricas, la búsqueda de patrones y la relación entre variables modelada mediante una función lineal, con el fin de construir significados y justificar los procesos de resolución algebraica. De esta forma se favorece la habilidad de traducir diversas situaciones problemáticas a lenguaje algebraico y que se manifiestan en las acciones de plantear la ecuación de primer grado con una incógnita, así como de la interpretación del resultado.

La resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita va más allá de la ejecución de ejercicios algorítmicos, se busca que el alumnado aplique reflexivamente las propiedades de la igualdad y las numéricas, así como la plena comprensión del concepto de ecuaciones equivalentes, para arribar mediante transformaciones algebraicas a determinar el valor de la incógnita. Es necesario que el trabajo en el aula promueva la comprobación y evaluación de los procedimientos y resultados, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

La riqueza y variedad de situaciones factibles de representarse algebraicamente mediante modelos lineales y que se estudian en otras materias como la física, la química, la economía entre otras, facilitan la integración del conocimiento por parte del alumnado y promueven la valoración del álgebra como una herramienta versátil en el estudio de diversos fenómenos. Es necesario que la y el docente promuevan un ambiente de trabajo que enfatice la perspectiva de género, el uso de tecnologías de la información y el aprendizaje, así como la propuesta de situaciones problemáticas que resalten los efectos de la actividad humana en el ambiente y en la sociedad.

Unidad 3. Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Propósito:	
Al finalizar, el alumno: Será capaz de modelar y resolver situaciones problemáticas que conduzcan a una ecuación de primer grado con una incógnita, esto lo hará manipulando algebraicamente el modelo, con la finalidad de que la representación algebraica sea una herramienta en la resolución de tales situaciones. Al finalizar la unidad el alumnado: Modelará y resolverá problemas contextualizados que conduzcan a una ecuación de primer grado con una incógnita, esto lo hará manipulando algebraicamente el modelo, con la finalidad de que la representación algebraica sea una herramienta en la resolución de tales situaciones.	Tiempo: 15 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Comprende el concepto de ecuación en el contexto de la resolución de problemas y lo expresa en el lenguaje algebraico.	• La ecuación como la condición simbólica que debe satisfacer la incógnita en un problema. • El uso del paréntesis en la representación algebraica. Lenguaje algebraico Ecuación de primer grado con una incógnita	El estudiantado aborda problemas que se pueden modelar con ecuaciones lineales con una incógnita y los discute en equipos. El estudiantado verbaliza su propuesta para resolver un problema, por ejemplo, móviles de física, mezclas de química entre otros. Posteriormente, simboliza este proceso. A partir de una situación en lenguaje común, el estudiantado lo traduce al lenguaje algebraico y viceversa. Analiza casos concretos y los relaciona con patrones generales.
Traduce un problema que involucre una función lineal e interpreta situaciones específicas	La ecuación como la expresión simbólica de un estado específico de una función lineal.	El estudiantado aborda problemas que se pueden modelar con funciones lineales y los discute en equipos. Dada una situación que se modele con una función lineal el estudiantado

	La ecuación como una situación específica de una función lineal.	plantea el problema de encontrar el valor de una de las variables dado el valor de la otra.
Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
Una vez expresada algebraicamente la condición que satisface la incógnita en un problema, el alumno la utiliza para resolverlo, empleando las reglas de transposición o las propiedades de la igualdad. Resuelve ecuaciones de primer grado con una incógnita empleando las reglas de transposición o las propiedades de la igualdad.	Reducción de una ecuación de primer grado con una incógnita a la forma: $ax + b = 0$. El concepto de ecuaciones equivalentes Las reglas algebraicas que producen ecuaciones equivalentes: - Las reglas de transposición o las propiedades de la igualdad y las condiciones para su aplicación. - La propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma. • Propiedades de la igualdad • Propiedades numéricas • Ecuaciones equivalentes.	El estudiantado compara las soluciones de ecuaciones equivalentes. El estudiantado comprueba la resolución algebraica y evalúa su proceso, discutiendo posibles errores. Retomar fórmulas de otras áreas que den lugar a relaciones lineales (velocidad, perímetro, temperatura) para que el estudiantado despeje diferentes incógnitas. El estudiantado ejercita la aplicación de las propiedades estudiadas.
	Resolución de una ecuación de primer grado con una incógnita transformándola a la forma $ax + b = 0$	Comprendido lo anterior, para determinar la solución de los problemas que se modelen con una ecuación de primer grado, el profesor propone a sus alumnos el “reto” de transformar la ecuación obtenida a la forma $ax + b = 0$, utilizando las reglas que producen ecuaciones equivalentes. En dichas transformaciones es importante que el profesor muestre en cada paso que las ecuaciones obtenidas tienen la misma solución.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar las ecuaciones de primer grado.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las ecuaciones de primer grado.

Referencias	
Profesor	
Básica	**Complementaria**
Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wesley. Ángel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson. Sullivan Michael, (1997) Precálculo. (4a ed.) México: Prentice Hall Hispanoamericana. Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica (13ª ed.). México: Cengage.	Pólya, G. (1981). Cómo plantear y resolver problemas (1ª ed., 9ª reimpresión). México: Trillas.
Alumno	
Básica	**Complementaria**
Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wesley. Ángel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson.	Sullivan Michael, (1997) Precálculo. (4a ed.) México: Prentice Hall Hispanoamericana. Difanis P, Butts, T y Shaughnessy M. (1988). Algebra con aplicaciones. México: Harla. Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage. Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). Álgebra. México: Pearson.

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 4. Sistemas de ecuaciones lineales

Presentación

En la última unidad del curso de Matemáticas I se pretende que el alumnado comprenda los conceptos fundamentales concernientes a los sistemas de ecuaciones lineales, tales como: sistema de ecuaciones, ecuaciones equivalentes, sistemas equivalentes, y la solución de un sistema, para lograr tal comprensión se requiere de conocimientos previos como lo son: el uso correcto de diversas representaciones de un número, propiedades numéricas, plantear situaciones del lenguaje común al algebraico y al gráfico, operaciones con expresiones algebraicas y la resolución de una ecuación lineal con una incógnita; con la finalidad de modelar y resolver problemas que conduzcan a sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2 y 3x3, para avanzar en la utilización algebraica a través de diferentes métodos de resolución, bajo la metodología didáctica de resolución de problemas.

La temática de sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2 y 3x3, va más allá de dominar los métodos algebraicos de igualación, sustitución y suma o resta; por lo que se busca que el alumnado además de modelar y resolver debe también analizar, reflexionar e interpretar la solución que obtiene tanto en el contexto matemático como en el contexto de aplicación a una situación real, está en sus tres posibilidades: única, infinitas o sin solución.

Es necesario que el trabajo en el aula promueva la comprobación y evaluación de los procedimientos y resultados, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado. Asimismo, es importante que la o el docente fomente la inclusión y la equidad de género del estudiantado, donde se propongan problemas interdisciplinarios que incluyan la importancia: del papel de la mujer en el desarrollo de las matemáticas y/o el cuidado del medio ambiente. Además de generar un ambiente de aprendizaje en el que el estudiantado se sienta valorado y motivado a participar.

Unidad 4. Sistemas de ecuaciones lineales

Propósito: Al finalizar, el alumno: Será capaz de modelar y resolver situaciones problemáticas que conduzcan a sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2 y 3x3, a fin de que se avance en la utilización de la representación algebraica como un sistema de símbolos útiles en la resolución de tales situaciones. Al finalizar la unidad el alumnado: Modelará y resolverá problemas contextualizados que conduzcan a sistemas de ecuaciones lineales de orden 2x2 y 3x3, a fin de que se avance en la utilización de la representación algebraica, a través de los diferentes métodos de resolución.	Tiempo: 20 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Ante un problema que potencialmente lleve a una ecuación con dos variables, el alumno comprende que existe una infinidad de soluciones que satisfacen la condición. Comprende que existe una infinidad de soluciones que satisfacen la condición, ante un problema que potencialmente lleve a una ecuación con dos incógnitas.	Soluciones de una ecuación lineal con dos variables. Soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas.	El estudiantado aborda problemas que se pueden modelar con ecuaciones lineales con dos incógnitas y los discute en equipos. El estudiantado, a partir de problemas que conduzcan a una ecuación lineal con dos incógnitas plantea su modelo algebraico, para que encuentre soluciones. El estudiantado realiza el registro de las soluciones en una tabla, centrando la atención sobre la manera de obtener el valor de una de las incógnitas a partir de los valores de la otra.

Identifica el patrón geométrico que siguen las representaciones gráficas de las soluciones a un problema con dos incógnitas.		El estudiantado transita del registro tabular al gráfico y guiado por la o el docente participa en la discusión sobre la identificación de un patrón gráfico y si éste es útil para encontrar otras soluciones no registradas en las tablas.
Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
Grafica las soluciones a un problema con dos variables e identifica el patrón geométrico que siguen las representaciones gráficas de las soluciones y su utilidad Con el conocimiento anterior, el alumno resuelve gráficamente un problema que potencialmente lleve a un sistema de ecuaciones lineales con dos variables, aplicando la heurística de tratar cada una de las condiciones por separado Resuelve gráficamente un problema que encamine a un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas identificando cada una de las ecuaciones por separado.	Exploración gráfica de las soluciones a un problema con dos variables que deben satisfacer una sola condición. Solución gráfica de un problema con dos variables y dos condiciones que potencialmente se puedan representar con ecuaciones lineales con dos variables Solución gráfica de un problema con dos incógnitas y dos ecuaciones lineales.	El estudiantado aborda problemas que se pueden modelar con dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y los discute en equipos. El estudiantado analiza y resuelve a través de la estrategia de tratar cada una de las ecuaciones por separado, llevando a discusión la interpretación del punto de intersección de las dos gráficas obtenidas.

Expresa algebraicamente las coordenadas de las soluciones a un problema con dos variables y una sola condición.	Las coordenadas: $\left(x, \frac{c-ax}{b}\right)$ o $\left(\frac{c-by}{a}, y\right)$ como la expresión general de los puntos que pertenecen a la recta que representa las soluciones de un problema que lleva a una ecuación lineal con dos variables y que se reduce a la forma: ax + by =c	El profesor plantea la discusión de cómo se representa cualquier punto del plano cartesiano y, posteriormente, cómo se representa cualquier punto que pertenezca a la recta representante de las soluciones a un problema que lleva a una ecuación ( ) lineal con dos variables.
Comprende el tipo de solución de un problema a partir del comportamiento grafico de las rectas.	Sistemas consistentes e inconsistentes	Analizar problemas que nos llevan a rectas paralelas, equivalentes o que se intersecan.
Comprende el concepto de sistemas equivalentes	Sistemas equivalentes de ecuaciones	El estudiantado explica el concepto de ecuaciones equivalente y su utilidad para simplificar sistemas
Resuelve algebraicamente problemas que lleven a un sistema de ecuaciones lineales con dos variables. Resuelve sistemas de ecuaciones seleccionando el método más adecuado.	Métodos algebraicos: • Método de igualación • Método de sustitución • Método de eliminación (suma o resta)	El estudiantado aborda problemas que se pueden modelar con ecuaciones lineales con dos incógnitas y los discute en equipos. El estudiantado investiga y explica (incluyendo ejemplos) los diferentes métodos de solución. El estudiantado elige el método más adecuado para resolver sistemas de ecuaciones, y los utiliza para encontrar la solución. El estudiantado analíticamente conoce si tiene una solución, no tiene solución o infinidad de soluciones.
Resolución de problemas que dan lugar a un sistema de ecuaciones lineales de orden 2x2.		El estudiantado resuelve diversos problemas que dan lugar a un sistema de ecuaciones lineales de orden 2x2.
Comprende el concepto de sistemas equivalentes de ecuaciones lineales en el caso de sistemas lineales 3x3.	Sistemas equivalentes de ecuaciones: El método de suma o resta y la multiplicación de una de las ecuaciones por un escalar para obtener sistemas de ecuaciones equivalentes a partir de un	Obtener sistemas equivalentes utilizando los métodos aprendidos previamente. Utiliza algún método algebraico para obtener sistemas de ecuaciones equivalentes a partir de un sistema de ecuaciones lineales 3x3.

Obtiene sistemas equivalentes de ecuaciones lineales. Resuelve sistemas de ecuaciones lineales 2x2 y 3x3 a través de obtener un sistema triangular equivalente de ecuaciones. Resolución de problemas que dan lugar a un sistema de ecuaciones lineales de orden 3x3	sistema de ecuaciones lineales 2x2 y 3x3. Transformación de un sistema de ecuaciones lineales 2x2 o 3x3 a un sistema triangular equivalente de ecuaciones	
Resuelve problemas en diversos contextos empleando los métodos algebraicos vistos con anterioridad.	Problemas de aplicación	El profesor utilice la metodología de Polya para enfrentar los problemas.

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar sistemas de ecuaciones lineales	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con abordar sistemas

		de ecuaciones lineales

Referencias

Profesor

Básica	**Complementaria**
Angel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson Galdós, L. (1999). Matemáticas. España: Cultural. Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. & Carrillo, A. (2006). Conocimientos fundamentales de Matemáticas, Álgebra. México: Pearson Educación. Rumbos, I., Avella, D., Reyes, M., Possani, E., Lupercio, E., Gómez & R., Prieto, C. (2017) Álgebra Elemental. México: Trillas. Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). Álgebra. México: Pearson.	Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones.* (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wes ley Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage.

Alumno

Básica	**Complementaria**
Angel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson. Baldor, A. (2008). Álgebra (2 ed.). México: Patría . Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. & Carrillo, A. (2013). Álgebra. (4ta ed.). México: Pearson. Rumbos, I., Avella, d., Reyes, M., Possani, E., Lupercio, E., Gómez & R., Prieto, C. (2017) Álgebra Elemental. México: Trillas. Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). Álgebra. México: Pearson.	Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wes ley Sullivan Michael, (1997) Precálculo. (4a ed.) México: Prentice Hall Hispanoamericana.

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

MATEMÁTICAS II

Las unidades que se trabajan en este curso, corresponden a los ejes de álgebra, funciones y Geometría Euclidiana. En la unidad de ecuaciones cuadráticas se revisan conceptos y procedimientos que serán el fundamento en la mayoría de los cursos de matemáticas del Colegio, además de establecer una liga con el tema de funciones cuadráticas al vincularse estrechamente en sus características particulares. El resto del curso está dedicado a temas de Geometría Euclidiana que mediante el manejo del método deductivo se favorece la argumentación y el razonamiento lógico necesario, tanto en el campo de las matemáticas como en otras disciplinas, en el marco de la resolución de problemas.

De manera más amplia, la secuencia de aprendizajes correspondientes al estudio de la ecuación y la función cuadrática permite, por un lado, avanzar en el concepto de función al introducir un nuevo tipo de variación que conlleva conceptos como concavidad y simetría, y, por otro, la relación entre estas unidades enriquece ambas temáticas y contribuye a la formación de significados sobre la resolución de ecuaciones.

En el caso de la Geometría Euclidiana, ésta ayuda al alumnado a describir los objetos y sus partes de acuerdo con sus formas, dimensiones y propiedades; contribuye de manera significativa a favorecer un pensamiento reflexivo cuando el estudiantado en un primer momento explora, identifica propiedades y relaciones que puede enunciar en proposiciones generales, construye y proporciona argumentos que validen dichas proposiciones, y finalmente, establezca relaciones entre ellas por la vía deductiva, sin llegar a un rigor axiomático propio de estudios más especializados.

Así, las unidades correspondientes al eje de Geometría Euclidiana contemplan las etapas de exploración, deducción y aplicación, mismas que permiten establecer un equilibrio entre dos tendencias[3] de la enseñanza de la geometría a nivel bachillerato. En consecuencia, en la unidad "Elementos básicos de Geometría plana", se pretende que el alumnado explore, observe patrones de comportamiento, conjeture y comience a argumentar; mientras que en la unidad de "Congruencia, semejanza y los teoremas de Thales y de Pitágoras", a partir del conocimiento básico de estos conceptos, se introduce al alumnado al razonamiento deductivo y a la comprensión del porqué de las demostraciones.

[3] Una tendencia propone un formalismo axiomático, mientras que la otra no trasciende la presentación mecanicista. de hechos geométricos

Propósitos del curso

Al finalizar el segundo curso de matemáticas, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumnado:

- Adquiere la capacidad para resolver ecuaciones cuadráticas por diferentes métodos y los aplica en la resolución de problemas.
- Avanza en la comprensión del concepto de función, distingue las diferencias y similitudes entre las funciones lineales y cuadráticas. Modela con estas últimas algunas situaciones de variación cuadrática y de optimización.
- Incrementa su capacidad de resolver problemas, al incorporar estrategias y procedimientos para realizar construcciones geométricas y para comprender o proporcionar argumentos que justifican un enunciado.
- Percibe que existe una estructura en los conocimientos de la Geometría Euclidiana y que ésta estudia figuras y cuerpos presentes en su entorno.
- Identifica relaciones y patrones de comportamiento en diversas situaciones o problemas geométricos, y a partir de esto establece conjeturas o infiere algunas conexiones entre resultados.
- Valora la importancia de proporcionar una argumentación como la vía que otorga validez al conocimiento geométrico.
- Transita entre los diferentes registros de representación de los conceptos matemáticos para una mejor comprensión.
- Aplica conceptos, procedimientos y resultados de la Geometría Euclidiana para resolver problemas.
- Usa herramientas tecnológicas como apoyo para una mejor comprensión de los temas.

La asignatura está organizada en cuatro unidades, como sigue:

Contenidos temáticos
Matemáticas II

Unidad	Nombre de la unidad	Horas
1	Ecuaciones cuadráticas.	15
2	Funciones cuadráticas.	15
3	Elementos básicos de geometría plana.	25
4	Congruencia. semejanza y teorema de Thales y teorema de Pitágoras.	25

Unidad 1. Ecuaciones cuadráticas.

Presentación.

En esta unidad se introduce al estudiantado a las ecuaciones cuadráticas y algunas de sus aplicaciones, para lo cual se inicia con algunas problemáticas en situaciones contextualizadas, que sean susceptibles de modelarse mediante una ecuación cuadrática.

Con estas situaciones, se busca que el alumnado distinga entre cantidades conocidas e incógnitas, decida cuál es la incógnita de interés y pueda establecer la relación entre lo conocido y lo desconocido, mediante una ecuación de segundo grado.

A partir del planteamiento de las ecuaciones, se espera que surja la necesidad de saber qué valores cumplen con dichas ecuaciones, lo que dará paso al estudio de los diferentes métodos de solución, como: transposición de términos, factorización, completar el trinomio cuadrado perfecto (TCP) y mediante la solución general.

En el caso de la solución general, se pretende que el alumnado comprenda que ésta se obtiene a partir de la aplicación del método de completar el TCP, y no la perciba como una simple fórmula.

Como parte del estudio que se realice sobre la solución general, se espera que el alumnado comprenda que, el analizar el radicando le permitirá discriminar entre los diferentes tipos de soluciones que puede tener una ecuación cuadrática.

Una vez que el alumnado sabe cómo determinar las soluciones de una ecuación cuadrática, podrá resolver las que resultaron de los problemas en situaciones contextuales e interpretar las soluciones respecto al contexto para seleccionar la o las adecuadas.

Matemáticas II

Unidad 1. Ecuaciones cuadráticas

Propósito: Al finalizar, el alumno: Resolverá ecuaciones cuadráticas mediante diversos métodos de solución. Modelará problemas que conduzcan a este tipo de ecuaciones. Establecerá la relación que existe entre el grado de la ecuación y el número de soluciones. Al finalizar la unidad el alumnado: Será capaz de resolver problemas contextualizados, mediante el planteamiento de ecuaciones cuadráticas que resolverá utilizando diversos métodos.	Tiempo: 15 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Analiza las condiciones que se establecen en el enunciado de un problema, y expresa las relaciones entre lo conocido y lo desconocido a través de una ecuación de segundo grado. Analiza la información que se proporciona en el enunciado de un problema, para establecer la relación entre constantes e incógnita, a través de una ecuación cuadrática.	Problemas que dan lugar a ecuaciones cuadráticas con una incógnita.	El estudiantado, con la guía del profesorado, plantee en equipo o grupo ecuaciones cuadráticas de problemas de tipo geométrico, numérico, físico u otros, El alumnado, con la guía del profesorado, identifica las constantes y la incógnita de interés, establece cómo se relacionan mediante una ecuación y comenta las características de ésta. El alumnado trabaja en equipo para plantear la ecuación cuadrática asociada a cada problema, con la guía del docente.

Relaciona un problema nuevo con otro que ya sabe resolver Resuelve ecuaciones cuadráticas, mediante el uso de transposición de términos. . • Interpreta en el contexto del problema, lo que significan las soluciones y elige, si es el caso, aquella que tiene sentido en ese contexto Interpreta el significado de las soluciones de una ecuación cuadrática en el contexto del problema dado.	Resolución de ecuaciones cuadráticas de la forma: • $x^2 = b$ • $ax^2 = b$ • $ax^2 + b = c$ • $a(x+b)^2 + c = d$ • $(x+a)(x+b) = 0$	El profesorado propone al alumnado problemas que se puedan resolver con el planteamiento de una ecuación cuadrática, de los tipos indicados en la temática. Que el alumnado planteé la ecuación y el docente proporcioné ayuda necesaria. Una vez planteada la ecuación de cada problema, el alumnado las resuelve utilizando transposición de términos, describiendo los pasos realizados. El alumnado responda a los cuestionamientos del docente, para que identifique si sólo una o ambas soluciones, son válidas en el contexto de cada problema. El alumnado resuelva en equipos, otros problemas, mediante el planteamiento de una ecuación cuadrática, obtención de sus soluciones y la identificación de aquellas que son válidas. El alumnado realiza una búsqueda de problemas que se resuelvan con ecuaciones cuadráticas. Se sugiere buscar en diferentes fuentes.
Resuelve ecuaciones cuadráticas mediante los diferentes métodos de solución. Transformando la ecuación cuadrática a la forma adecuada para su resolución por un método específico. Resuelve ecuaciones cuadráticas utilizando el método de factorización. Generaliza el método de completar el trinomio cuadrado perfecto y obtiene la fórmula general	Métodos algebraicos para obtener las soluciones de ecuaciones cuadráticas: • Factorización. • Completando el TCP. • Solución general (Fórmula general)	El alumnado resuelva ecuaciones cuadráticas de la forma factorizada $(x-a)(x-b) = 0$, que observe que las soluciones son $x = a$ y $x = b$, y que estas soluciones se pueden obtener con transposiciones al resolver cada uno de los binomios igualado a cero. Se recomienda al profesorado hacer hincapié en qué los productos dan cero. El alumnado, organizado en equipos resuelve ecuaciones cuadráticas de la forma $(ax-b)(cx-d) = 0$, además de recordar cómo se realiza el producto de dos binomios para obtener la ecuación en su forma general, indicando al alumnado que realicen la comprobación de las soluciones en la ecuación en su forma general. Se recomienda al profesorado, comenzar con $a = 1$ y $c = 1$ con b y d enteros y continuar con el resto de los reales. A través de la discusión en equipo o grupal, que el alumnado comprenda que si se tiene una ecuación cuadrática en su forma general y quiere obtener sus soluciones por el método de factorización, es necesario escribir la ecuación en su forma factorizada. Las estrategias anteriores son secuenciadas.

para resolver ecuaciones cuadráticas. • Identifica los parámetros a, b, c en una ecuación cuadrática y los sustituye correctamente en la fórmula general. Resuelve ecuaciones cuadráticas utilizando el método de completar el TCP. Comprende que al aplicar el método de completar el TCP para resolver la ecuación cuadrática $Ax^2 + Bx + C = 0$, se obtiene la expresión general de las soluciones. Resuelve ecuaciones cuadráticas utilizando la fórmula general.		El alumnado explore con la guía del docente, diferentes formas de factorizar ecuaciones cuadráticas. Posteriormente que obtenga sus soluciones y realice la comprobación. El alumnado con la guía del docente revisa el desarrollo del binomio cuadrado para obtener el TCP y discute la relación entre los coeficientes de los términos lineal e independiente. El alumnado identifica cuando una ecuación cuadrática incluye a un TCP y en caso de no incluirlo comenta en equipo o en grupo la forma de completarlo y expresarlo en forma de binomio al cuadrado, para resolverlo por transposición. El alumnado con la guía del docente aplica el método de completar el TCP a la ecuación cuadrática $Ax^2 + Bx + C = 0$, para obtener la solución general.
Identifica la naturaleza de las raíces de una ecuación cuadrática, a partir de sus coeficientes Determina el tipo de soluciones de una ecuación cuadrática, a partir del valor del discriminante.	Discriminante D de la ecuación cuadrática. $D = B^2 - 4AC$ Naturaleza de las soluciones de una ecuación cuadrática: • Soluciones reales y diferentes. • Soluciones reales e iguales. • No hay soluciones reales.	El alumnado con la guía del docente resuelve diversas ecuaciones utilizando la solución general. Las ecuaciones que se propongan deben de conducir a los diferentes casos descritos en la temática, guiándolo para que comprenda la relación entre el valor del discriminante y la naturaleza de las soluciones. El alumnado retoma las ecuaciones de problemas anteriores para revisar el discriminante. El alumnado determina la naturaleza de las soluciones de ecuaciones cuadráticas mediante el uso del discriminante.

Establece el modelo matemático del problema y aplica el método de resolución conveniente.	Problemas de aplicación.	El profesor plantee diversos problemas de aplicación, sugiriendo el uso de ayudas heurísticas convenientes.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámen1es, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar ecuaciones cuadráticas..	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con ecuaciones cuadráticas.

Referencias	
Profesor	
Básica	**Complementaria**
Oteyza, E,. Lam, E. Hernández, C, & Carrillo, A. (2006). Algebra México: Prentice-Hall Hispano Americana, S.A. Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage.	Pólya, G. (1981). Cómo plantear y resolver problemas (1ª ed., 9ª reimpresión). México: Trillas Santos, L. (2010). La Función cuadrática: Enfoque de resolución de problemas. México: Trillas
Alumno	
Básica	**Complementaria**
Ángel, A. (2008). Álgebra intermedia (7a. ed.). México: Pearson. Galdós, L. (1999). Matemáticas, España: Cultura.	Difanis P, Butts, T y Shaughnessy M. (1988). Algebra con aplicaciones. México: Harla. Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage.

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 2. Funciones cuadráticas.

Presentación.

Para continuar con el estudio de las funciones, esta unidad se centra en la función cuadrática, estableciendo comparaciones con la variación lineal previamente abordada en Matemáticas I

El alumnado reconoce si la gráfica tiene una variación cuadrática y analiza características como su simetría y concavidad entre otras necesarias para la resolución de problemas. Reconoce cómo los cambios en los parámetros modifican la gráfica, así como la relación entre las distintas raíces y las intersecciones con el eje de las abscisas.

Las tablas son una representación importante para la función, por lo que se consideran en el análisis de esta variación, a través de las diferencias finitas para distinguir si la variación es lineal, cuadrática o de otro tipo.

Se busca que el alumnado transite entre los diferentes registros de representación, para enriquecer la comprensión de la función cuadrática.

El conocimiento de este tipo de función permite al alumnado apropiarse de herramientas conceptuales y tecnológicas necesarias para entender diversidad de fenómenos físicos, económicos, sociales, químicos y biológicos entre muchos más que dan lugar a este modelo.

Unidad 2. Funciones cuadráticas

Propósito: Al finalizar, el alumno: Analizará el comportamiento de las funciones cuadráticas en términos de sus parámetros mediante la contrastación de la representación gráfica y analítica. Resolverá problemas de optimización con métodos algebraicos, a fin de continuar con el estudio de las funciones a partir de situaciones que varían en forma cuadrática y contrastará este tipo de variación con la lineal. Al finalizar la unidad el alumnado: Analizará el comportamiento de las funciones cuadráticas e identificará las diferencias con la función lineal. Este análisis considerará el comportamiento de los parámetros, las características y los elementos de la función cuadrática. Con la finalidad de poder utilizar este modelo en la comprensión de su entorno y la solución de problemas.	Tiempo: 15 horas

Aprendizajes	Temáticas	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Obtiene el modelo de la función cuadrática de una situación dada.	Situaciones que involucran cambio y que dan origen a funciones cuadráticas Modelo de función cuadrática.	El estudiantado con la guía del docente modela problemas geométricos, de física y otros, los discute en equipo.
Reconoce en una tabla si existe variación cuadrática por medio de diferencias finitas. Identifica las	Variación lineal y cuadrática	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. A partir de esta discusión elabora y analiza tablas de diversas situaciones y aplicando diferencias finitas, determina el tipo de variación.

diferencias entre variación lineal y cuadrática Identifica en una tabla si existe variación cuadrática por medio de diferencias finitas.		
Reconoce la función cuadrática, sus representaciones y los elementos de la gráfica.	Definición de función cuadrática y elementos de su gráfica. Representaciones de la función cuadrática	El estudiantado aborda problemas con la guía del profesor y los discute en equipo. Investiga las características y elementos de la función cuadrática, para discutirlos con sus pares Grafica a partir de las situaciones dadas y la confronta empleando software dinámico. Utiliza las distintas representaciones para reconocer el concepto de función cuadrática. Retomar los modelos algebraicos y tabulares de los problemas anteriores, para relacionarlos con la gráfica. El estudiantado encuentra a partir de tres puntos la función que pasa por ellos, o bien a partir de los ceros encuentra la familia de funciones.
Interpreta el comportamiento de la gráfica y los parámetros de la expresión algebraica, dentro del contexto de una situación dada	Estudio gráfico, analítico y contextual de la función y=ax2 + bx +c, en particular: y= ax2 y=ax2 +c y=a(x-h)2 +k Representación analítica y gráfica	El estudiantado aborda problemas con la guía del profesor y los discute en equipo. El estudiantado con el uso del software de geometría dinámica visualiza los cambios en los parámetros y su influencia en la gráfica

Identifica cómo afectan a la gráfica los cambios de los parámetros en la función cuadrática.	Forma general $y = ax^2 + bx + c$ y forma estándar $y = a(x - h)^2 + k$ de la función cuadrática. Parámetros	
Relaciona el número de intersecciones de la curva de una función cuadrática con el eje X, con la naturaleza de las raíces. En particular, identifica su ausencia con la existencia de raíces complejas. Relaciona las intersecciones de la gráfica de la función y el eje de las abscisas con la naturaleza de las raíces.	Ceros de la función Soluciones reales y complejas.	El estudiantado aborda problemas con la guía del profesor y los discute en equipo. Investiga y discute los conceptos de soluciones reales y complejas. Explora con ayuda de software de geometría dinámica la relación entre los ceros de la función y las posibles intersecciones con el eje de las abscisas.
Expresa la función y=ax2 + bx +c en la forma estándar y=a(xh)2+k, usando el método de completar un trinomio cuadrado perfecto. Además, interpreta el impacto de sus parámetros en el registro gráfico. • Comprende los términos de concavidad, vértice, máximo, mínimo y simetría	La función y=ax2 + bx +c y sus propiedades gráficas. - Simetría, concavidad, máximo o mínimo. • Forma estándar y=a(x-h)2 +k Características y elementos de la gráfica de la función cuadrática.	El estudiantado aborda problemas y los discute en equipo. Para obtener el resultado de problemas de optimización utiliza el tránsito de la forma general a la forma estándar. Analiza la forma ordinaria de la ecuación para identificar las características y los elementos de la gráfica de la función. Resuelve problemas de optimización a través de las características de la gráfica, como la simetría y concavidad

Identifica e interpreta en el contexto las características y elementos de la gráfica de la función: simetría, concavidad, vértice.	Forma general $y = ax^2 + bx + c$ y forma estándar $y = a(x - h)^2 + k$ de la función cuadrática.	
Expresa la función $y=ax^2 + bx+c$ en la forma estándar $y=a(x-h)2+k$, usando el método de completar un trinomio cuadra-do perfecto.	TCP	El estudiantado aborda problemas con la guía del profesor y los discute en equipo. El estudiantado practica el algoritmo con una serie de ejercicios
Resuelve problemas sencillos de máximos y mínimos aprovechando las propiedades de la función cuadrática.	Problemas de aplicación.	El profesor resalta la importancia de los métodos algebraicos en la resolución de problemas de optimización en diversos contextos, por ejemplo, numéricos, de áreas, costos y ganancias.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar las funciones cuadráticas.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones

		cuadráticas.

Referencias	
Profesor	
Básica	**Complementaria**
Cardenas Rubio, Silvestre. (2003). Dos o tres trazos. Temas de Matemáticas para Bachillerato. Instituto de Matemáticas. UNAM. México.	Correa B., Muñoz L., Villegas C., (S/A), Geometría Euclidiana. Guía de clase para 45 lecciones. Cuevas O., (2005), Matemáticas II. Unidad 3. Construcciones y Elementos Geométricos. Jiménez R., (2007), Geometría y Trigonometría. Pearson
Alumno	
Básica	**Complementaria**
Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). Geometría. México: PEARSON. Correa B., Muñoz L., Villegas C., (S/A)., Geometría Euclidiana. Guía de clase para 45 lecciones.	Strogatz, Steven (2013). El placer de la X. Taurus. México. http://www.librosmaravillosos.com/elplacerdelax/pdf/El%20placer%20de%20la%20X%20-%20Steven%20Strogatz.pdf

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 3. Elementos básicos de geometría plana.

Presentación.

En esta unidad, se pretende explorar la geometría euclidiana desde una perspectiva interdisciplinaria, estableciendo la relación con aspectos transversales como género, sustentabilidad, formación ciudadana y el uso de la tecnología. Se abordará, entre otros temas, el papel fundamental de la mujer en el desarrollo de esta rama de la geometría.

De manera general se incluyen actividades prácticas, en donde el actor principal es el estudiantado, entre las que destacan: investigación, construcción de figuras con regla y compás, uso de software de geometría dinámica, discusiones en equipo y resolución de problemas. Por tanto, se le induce a construir activamente su conocimiento a través de la exploración, la experimentación y la demostración de propiedades geométricas.

Resalta la importancia de la demostración en la comprensión de propiedades geométricas, tanto en la suma de los ángulos interiores y exteriores del triángulo, como en otras propiedades de figuras geométricas. Se sugiere el uso de software de geometría dinámica para explorar y visualizar conceptos geométricos, lo que refleja la integración de la tecnología como una herramienta educativa. Se han propuesto algunas ideas para que el estudiantado pueda experimentar y tener actividades tangibles y prácticas.

Se busca no solo enseñar los conceptos geométricos fundamentales, sino también fomentar el desarrollo del pensamiento matemático de forma crítica, la exploración activa y la comprensión contextualizada de la geometría en la vida cotidiana.

Unidad 3. Elementos básicos de geometría plana

Propósito:	
Al finalizar la unidad el alumnado: Comprenderá algunos conceptos y relaciones geométricas, obtenidos empíricamente a través de construcciones con regla y compás. Aplicará los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas geométricos.	Tiempo: 25 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Conoce el origen de la GeometríaEuclidiana y su sistematización.	Bosquejo histórico de la Geometría. Historia de la Geometría.	El estudiantado realiza una investigación sobre el origen de la geometría euclidiana, se sugiere la elaboración de una línea de tiempo, resumen, esquema o mapa conceptual. El docente puede complementar con una revisión del origen de la Geometría Euclidiana y la forma como se sistematiza este conocimiento. Resaltar el papel de las mujeres en el desarrollo de la Geometría Euclidiana y el contexto en el que vivieron.
Describe y reconoce los elementos básicos de una figura geométrica, los expresa en forma verbal y escrita Reconoce los elementos básicos de Geometría Plana y describe sus características.	Elementos básicos de Geometría Plana: • Punto • Línea recta • Segmento • Semirrecta • Ángulo • Punto de intersección.	El estudiantado reconoce y describe en diferentes cuerpos geométricos los elementos básicos de Geometría Euclidiana, empleando arquitectura, prismas, rompecabezas, entre otros. El estudiantado investiga y revisa con la guía del docente, las definiciones de los elementos básicos de la Geometría Plana. El estudiantado describe en forma oral y escrita los elementos básicos de la Geometría Plana.
Comprende mediante la construcción, los conceptos: segmento de recta, punto medio, líneas paralelas, líneas	**Construcciones con regla y compás** • Segmentos congruentes • Ángulos congruentes • Recta paralela a otra que pasa por	El estudiantado realiza con la guía del docente las construcciones indicadas en la temática, con regla y compás, o con otros instrumentos como doblado de papel o software.

perpendiculares, mediatriz, ángulo y bisectriz. Realiza las construcciones geométricas propuestas en la temática y define los conceptos asociados a las construcciones.	un punto externo dado • Perpendicular a una recta dada que pasa por un punto que pertenece a ella o fuera de ella • Mediatriz de un segmento • Bisectriz de un ángulo	El estudiantado investiga y discute con la guía del docente sobre los conceptos asociados a las construcciones. El estudiantado dibuja algunas figuras geométricas, para que a partir de esta se construya con regla y compás algunos de los elementos geométricos que la conforman. El estudiantado describe paso a paso como realizó las construcciones. El estudiantado con la guía del docente construye geométricamente la distancia de un punto a una recta.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Clasifica los ángulos por su medida y su relación con otros Clasifica los ángulos y su relación con otros.	**Ángulos** • Clasificación de ángulos en comparación con el ángulo recto. • Clasificación por su relación con otros: - Adyacentes - Suplementarios - Complementarios, - Opuestos por el vértice.	El estudiantado, retomando la construcción de la perpendicular, se define el ángulo recto y como consecuencia comprende que es el ángulo agudo y obtuso. El estudiantado construye el ángulo recto utilizando las definiciones vistas anteriormente, como consecuencia comprende el ángulo agudo y obtuso. El estudiantado investiga sobre la clasificación de los ángulos y la discute en equipo o en grupo con la guía del docente. El estudiantado discute contextos relacionados a arquitectura, astronomía, pintura entre otros, donde se presentan los distintos tipos de ángulos.
Conoce e identifica los tipos de ángulos que se forman entre dos rectas cortadas por una transversal. Conoce e identifica los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Concluye que en el caso que dos rectas paralelas sean cortadas por una transversal, los ángulos alternos internos son congruentes e inversamente. Comprende el postulado de las rectas paralelas y su inverso.	Ángulos: • Internos • Externos • Alternos internos • Alternos externos • Correspondientes • Colaterales Postulado de las rectas paralelas y su inverso.	El estudiantado con la guía del docente traza dos rectas no paralelas y la transversal e identifica los ángulos formados. Posteriormente traza y discute el caso de las paralelas. Concluye que en el caso que dos rectas paralelas sean cortadas por una transversal, los ángulos alternos internos, alternos externos y correspondientes son congruentes. El estudiantado analiza algunas construcciones propuestas por el docente en donde se muestren las medidas de los ángulos y el estudiantado determine si las rectas son paralelas. El estudiantado apoyándose de un *software* dinámico explora distintas situaciones para concluir que se satisface el inverso El estudiantado resuelve una serie de ejercicios algebraicos donde determina y completa la medida de los ángulos faltantes utilizando el postulado de las rectas paralelas. El estudiantado con la guía del profesor resuelve problemas de contexto, donde requiere reconocer paralelas cortadas por una transversal.
Aplica los conceptos anteriores en la resolución de problemas.	Problemas de aplicación.	El profesor propone a discusión la resolución de problemas geométricos, algebraicos y numéricos.

Clasifica triángulos con base en sus lados y ángulos.	Clasificación de los triángulos Por sus lados • Equilátero • Isósceles • Escaleno Por sus ángulos • Oblicuángulo - Acutángulo - Obtusángulo • Rectángulo	El estudiantado realiza una investigación, sobre la clasificación y definiciones de triángulos según sus lados y ángulos. Posteriormente de forma grupal realiza un cuadro sinóptico. El estudiantado realiza la construcción de diferentes triángulos con regla y compás a partir de la longitud de los tres lados, comenta las características de los triángulos construidos y los clasifica. El estudiantado construye triángulos con regla y compás, que cumplan con determinadas características.
Explica en qué casos es posible construir un triángulo, a partir de tres segmentos dados.	Desigualdad del triángulo.	El estudiantado intenta construir triángulos dados tres segmentos de recta, con el fin de determinar las condiciones que hacen posible su construcción e infiere la desigualdad del triángulo, con la guía del docente.
Muestra y justifica las propiedades entre los ángulos de un triángulo: Demuestra las propiedades entre los ángulos de un triangulo Aplica las propiedades de los ángulos de un triángulo en la resolución de problemas.	Propiedades del triángulo: • Suma de los ángulos interiores • Suma de los ángulos exteriores • Suma de dos ángulos interiores es igual al ángulo exterior no adyacente a ellos. Problemas que involucran las propiedades del triángulo Problemas de aplicación.	El profesorado puede utilizar material concreto (recorte y doblado de papel), para que el alumnado muestre algunas propiedades del triángulo y las justifique a partir de aprendizajes previos. Mostrar que la suma de los ángulos interiores del triángulo es180 grados, la suma de los ángulos exteriores adyacentes tomados uno por cada vértice es de 360 grados. El estudiantado utiliza material concreto (recorte y doblado de papel) o software de geometría dinámica, propuesto por el docente, en donde puede observar y conjeturar las propiedades del triángulo. El estudiantado realiza con la guía del docente la demostración de la propiedad de la suma de los ángulos interiores, y comprende este proceso como la generalización de todos los casos particulares. El estudiantado realiza la demostración de la propiedad de la suma de los ángulos externos, con la guía del docente cuando sea necesario. El estudiantado realiza la demostración de la última propiedad. El estudiantado resuelve problemas que impliquen el conocimiento y la aplicación de las propiedades del triángulo.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Distingue las características que determinan a las rectas y puntos notables en un triángulo. Determina las características de las rectas y puntos notables del triángulo.	Rectas notables del triángulo: • Mediatriz • Bisectriz • Mediana • Altura Puntos notables de un triángulo: • Circuncentro • Incentro • Baricentro • Ortocentro	El estudiantado realiza una investigación, sobre las rectas y puntos notables del triángulo. Posteriormente, en equipos realiza un organizador gráfico. El estudiantado con la guía del docente realiza la construcción de las rectas y puntos notables del triángulo y comentan sus características, tomando como base las construcciones básicas con regla y compás. El estudiantado resuelve problemas que incluyan las construcciones de rectas y puntos notables de un triángulo. El estudiantado observa que algunos puntos notables de un triángulo están alineados (Recta de Euler). Se recomienda el uso de software de geometría dinámica.
Determina geométricamente la distancia de un punto a una recta Justifica y aplica las propiedades del triángulo isósceles Describe los polígonos por sus características (regulares e irregulares). Determina las propiedades de los polígonos.	Distancia de un punto a una recta. Propiedades del triángulo isósceles: • Los ángulos adyacentes a la base son iguales. • La altura y la mediana de la base coinciden. • La bisectriz del ángulo formado por los dos lados congruentes, corta al lado opuesto, formando ángulos congruentes Polígonos • Regulares • Irregulares	Dada una recta y un punto fuera de ella, el profesor propone para trabajo grupal, se dibuje el segmento que representa la distancia de ese punto a la recta. Genere la discusión sobre la importancia de la noción de perpendicularidad en este tema El estudiantado realiza una investigación, sobre las propiedades de los polígonos. Posteriormente, elabora un organizador gráfico. El estudiantado construye diferentes polígonos regulares e irregulares, y con la guía del docente infiere sus propiedades. El estudiantado resuelve problemas que incluyan las propiedades de los polígonos. El estudiantado determina el área y perímetro de polígonos irregulares, mediante la descomposición en triángulos y rectángulos, aplicando la fórmula de Herón y el Teorema de Pitágoras. Se recomienda que los polígonos estén sobre una cuadricula que permita identificar longitudes.

Conoce y aplica las propiedades de los polígonos. Aplica las propiedades de los polígonos. Calcula el perímetro y área de un polígono regular. • Calcula el área de un polígono irregular por triangulación.	Propiedades de los polígonos: • Suma de los ángulos interiores • Número de triángulos al interior del polígono. Perímetro y área	

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Identifica las líneas notables de la circunferencia. • Localiza el centro de una circunferencia. • Aproxima el perímetro y área del círculo. Construye las rectas y segmentos notables de la circunferencia y describe sus características. Comprende las fórmulas del área y perímetro de un círculo.	Rectas y segmentos. • Localización del centro de una circunferencia. • Perímetro y área del círculo. **Círculo y circunferencia** • Rectas y segmentos notables de la circunferencia • Localización del centro de una circunferencia • Perímetro y área del círculo • Problemas de aplicación	El estudiantado realiza una investigación sobre las rectas y segmentos notables de la circunferencia, posteriormente en grupo o equipo lo presentan en un organizador gráfico. El estudiantado realiza actividades concretas que le permita observar que el perímetro de una circunferencia aproximadamente es πd, por ejemplo, con estambre rodee un círculo, y la longitud del estambre utilizado lo compare con la longitud del diámetro. El estudiantado realiza actividades concretas que le permita observar que el área de un círculo es aproximadamente πr^2, a partir de la división de un círculo en la mayor cantidad de sectores posibles, y acomodándolos para aproximar un rectángulo de base πr y altura r. El estudiantado con la guía del docente, si es factible, utiliza software de geometría dinámica, para aproximar el área y el perímetro de un círculo mediante polígonos inscritos o circunscritos. El estudiantado o resuelve problemas relacionados con la circunferencia.
Utiliza los conocimientos adquiridos, en la resolución de problemas.	Problemas de aplicación.	El profesor propone problemas de aplicación y sugiere que los alumnos los resuelvan en parejas, aplicando las estrategias sugeridas por Polya

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

Diagnóstica	Formativa	Sumativa
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar los elementos básicos de geometría.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con los elementos básicos de geometría.

Referencias

Profesor

Básica	**Complementaria**
Aguilar, A., Bravo F., Gallegos H., Cerón M., Reyes R. (2009). Geometría y trigonometría. México: Pearson Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones. México: McGraw Hill, Interamericana Moise, E. (1970). Geometría Moderna. México: Fondo Educativo Interamericano. Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). Geometría. México: Pearson.	Guzmán, E. (2016). Geometría y Trigonometría. México Patria. Wentworth, J. y Smith, D. (1915). Geometría Plana y del Espacio. USA. Ginn y Compañía.

Alumno	
Básica	**Complementaria**
Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones. México: McGraw Hill, Interamericana Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). Geometría. México: Pearson. García, J. y Bertran, C. (1990). Geometría y Experiencias. México. Biblioteca de Recursos Didácticos Alhambra. Guzmán, E. (2016). Geometría y Trigonometría. México: Patria.	Alexander, D., Koeberlein, G. (2013) Geometría (5a ed.). México: Cengage Learning Bulajich, R., Gómez, J.A. (2002). Geometría. México: Instituto de Matemáticas UNAM:

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Unidad 4. Congruencia. semejanza y teorema de Thales y teorema de Pitágoras.

Presentación.

En la última unidad del curso de Matemáticas II se pretende que el alumnado comprenda los conceptos fundamentales concernientes a congruencia y semejanza de triángulos, así como los teoremas de Thales y de Pitágoras. Para lograr tal comprensión se requiere de conocimientos previos como son: elementos básicos de la Geometría Plana, así como conceptos asociados a construcciones geométricas de rectas notables del triángulo.

Al analizar algunos objetos geométricos, el estudiantado comprende, reconoce y justifica la congruencia o semejanza entre ellos, haciendo uso de la notación adecuada. Asimismo, deduce y comprueba los teoremas de Thales y Pitágoras con el objetivo de profundizar en su comprensión para que se refleje en la resolución de problemas.

La temática de esta unidad va más allá de dominar los aspectos disciplinares de la geometría, lo que se busca es que el alumnado desarrolle habilidades como: argumentación verbal, justificación, establecimiento de conexiones y visualización espacial. Además de analizar, reflexionar e interpretar la solución de problemas geométricos considerando los contextos, matemático y de situaciones de la vida cotidiana.

Es importante que el profesorado fomente la inclusión e igualdad de género para generar un ambiente de aprendizaje en el que el estudiantado se sienta valorado y motivado a participar. Asimismo, se debe promover la formación ciudadana, la sustentabilidad y el uso de la tecnología.

Unidad 4. Congruencia. semejanza y teorema de Thales y teorema de Pitágoras.

Propósito: Al finalizar, el alumno: Aplicará los conceptos de congruencia y semejanza y usará el Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas que involucren triángulos. Argumentará deductivamente sobre la validez de algunas afirmaciones geométricas y procesos en la resolución de problemas Al finalizar la unidad el alumnado: Aplicará los conceptos de congruencia, semejanza, el Teorema de Thales y el Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas. Asimismo, argumentará sobre la validez de algunas afirmaciones geométricas y procesos en la resolución de problemas.	Tiempo: 25 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Comprende el concepto de congruencia Utiliza correctamente la notación propia de la congruencia. Construye segmentos y ángulos congruentes. Reconoce cuándo dos triángulos son congruentes con base en la definición.	Congruencia. Notación. Definición de triángulos congruentes. Figuras congruentes Congruencia de triángulos.	El estudiantado realiza una investigación sobre la congruencia entre triángulos. El estudiantado, con la guía del docente, y con base en la investigación proponen la definición de congruencia entre triángulos. El estudiantado realiza actividades de identificación de triángulos congruentes con base en la definición. El estudiantado con la guía del docente propone la definición de congruencia entre triángulos.

Reconoce la congruencia entre figuras a partir de la comparación de los elementos correspondientes.		
Argumenta empíricamente la validez de los criterios de congruencia. Reconoce empíricamente la validez de los criterios de la congruencia.	Criterios de congruencia de triángulos. • LAL. • LLL. • ALA. • AAL	El estudiantado con la guía del docente propone los criterios de congruencia entre triángulos, a partir de la revisión de distintos ejemplos. El estudiantado con la guía del docente analiza varios triángulos y establece las condiciones mínimas para la congruencia, los criterios de congruencia. El profesor utiliza contraejemplos para refutar enunciados falsos, por ejemplo, LLA.
Argumenta deductivamente la validez de algunas construcciones geométricas y de algunas afirmaciones. Argumenta la validez de algunas afirmaciones o construcciones geométricas.	Construcciones de: • Bisectriz de un ángulo. • Mediatriz de un segmento. • Perpendicular a una recta • Altura de un triángulo isósceles. • Teorema del triángulo isósceles y su reciproco. • Propiedades del triángulo isósceles.	El estudiantado investiga otras formas de construcción, por ejemplo, doblado de papel, argumentando siempre su validez. El estudiantado demuestra con la guía del docente, las propiedades del triángulo isósceles: los ángulos adyacentes a la base son congruentes, la altura y la mediana de la base coinciden, la bisectriz del ángulo formado por los lados congruentes corta al lado opuesto en su punto medio.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Aplica los criterios de congruencia de triángulos para justificar congruencia entre lados, ángulos y triángulos. • Resuelve problemas, por medio de los criterios de congruencia. Resuelve problemas, por medio de los criterios de congruencia.	Problemas de aplicación. Congruencia de triángulos	El profesor sugiere algunas estrategias heurísticas para la resolución de problemas. El estudiantado resuelve una serie de ejercicios de medidas de lados faltantes utilizando congruencia. El estudiantado resuelve problemas de contexto utilizando el concepto de congruencia.
Comprende el concepto de semejanza Utiliza correctamente la notación propia de la semejanza. Identifica cuándo dos figuras son semejantes.	Semejanza. Notación	El estudiantado participa en una lluvia de ideas o discusión sobre cómo se relaciona semejanza y congruencia, viendo incluso la congruencia como caso particular de la semejanza, dirigida por el profesor, auxiliándose de modelos a escala como lo son: mapas, maquetas, planos, fotos, software de geometría dinámica, entre otros. Con la finalidad de definir de manera intuitiva el concepto de semejanza además de establecer la notación adecuada. El estudiantado explicará de forma oral y escrita lo que deben cumplir estas figuras para ser semejantes.
Reconoce cuándo dos figuras son semejantes. Reconoce cuándo dos triángulos son semejantes con base en la definición.	Figuras semejantes Semejanza de triángulos.	El estudiantado realiza una investigación sobre la semejanza entre triángulos. El estudiantado, con la guía del docente, y con base en la investigación proponen la definición de semejanza de triángulos. El estudiantado realiza actividades de identificación de triángulos semejantes con base en la definición.
Establece como válidos los criterios de semejanza. Reconoce empíricamente la validez de los criterios de semejanza	Criterios de semejanza de triángulos: • LLL • LAL • AAA	El estudiantado con la guía del docente propone los criterios de semejanza entre triángulos, a partir de la revisión de distintos ejemplos. El estudiantado con la guía del docente analiza varios triángulos y establece las condiciones mínimas para la semejanza, los criterios de semejanza. El profesor utilice contraejemplos para refutar enunciados falsos, por ejemplo, LLA.

Calcula perímetros y áreas en triángulos semejantes y la razón entre ellos.	Razón entre perímetros y entre áreas de triángulos semejantes.	El estudiantado resuelve ejercicios de triángulos semejantes, dadas las razones de semejanza las compara con las razones de perímetros y de áreas para buscar un patrón en los resultados obtenidos con la guía del profesor.
Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
Resuelve problemas, por medio de los criterios de semejanza.	Semejanza de triángulos	El estudiantado realiza actividades de resolución de problemas propuestas por el profesor que involucren identificación de segmentos proporcionales y ángulos congruentes en figuras semejantes. El estudiantado resuelve una serie de ejercicios de medidas inaccesibles utilizando semejanza. El estudiantado resuelve problemas de contexto utilizando el concepto de semejanza
Divide un segmento en n partes iguales y a partir de esta construcción infiere el Teorema de Thales. Deduce el Teorema deThales Infiere el Reciproco del Teorema de Thales	Teorema de Thales Recíproco del Teorema de Thales.	El estudiantado indaga sobre la vida de Thales y su contexto. El estudiantado con la guía del docente deduce el Teorema de Thales, a partir de la construcción de dos rectas paralelas cortadas por dos secantes no paralelas. Esto lo puede llevar a cabo en forma individual, por equipo y/o grupal. El estudiantado plantea y resuelve problemas con la guía del docente donde utiliza el Teorema de Thales. El docente orienta al estudiante para que utilice el Teorema de Thales, en la división de un segmento en *n* partes iguales. El estudiantado trabaja con actividades propuestas por el docente, donde verifique si hay proporcionalidad entre segmentos determinados por cortes de rectas, para inferir que las rectas cortantes son paralelas entre sí.
Reconoce y justifica el Teorema de Pitágoras y su recíproco, desde el punto de vista geométrico y algebraico.	Teorema de Pitágoras Recíproco de Teorema de Pitágoras.	El estudiantado indaga sobre la vida de Pitágoras y su contexto. El estudiantado realiza varias construcciones de cuadrados sobre los lados de un triángulo rectángulo donde se obtienen las áreas, para conjeturar el Teorema de Pitágoras y su reciproco.

Deduce el Teorema de Pitágoras. Prueba el Teorema de Pitágoras y su reciproco, desde el punto de vista geométrico y algebraico.		El estudiantado construye triángulos rectángulos, con ayuda de regla y compas, posteriormente miden los lados y comprueban que se cumple el Teorema de Pitágoras. El estudiantado plantea y resuelve problemas con la guía del docente donde utiliza el Teorema de Pitágoras. El estudiantado con la guía del docente realiza una demostración del Teorema de Pitágoras e investiga otras, para su discusión. El estudiantado enuncia el Teorema de Pitágoras y sea capaz de aplicar a diferentes triángulos rectángulos, esto puede ser en forma individual, por equipo o grupal haciendo énfasis en que se enuncie completo. El estudiantado construye triángulos que satisfacen el Teorema de Pitágoras y verifica que son triángulos rectángulos. El estudiantado trabaja con ternas de valores propuestas por el profesor, correspondientes a longitudes de los lados de triángulos, donde comprueba si satisfacen el Teorema de Pitágoras y de ser así, enunciar su reciproco.
Utiliza los conocimientos adquiridos en esta unidad, en la resolución de problemas. Resuelve problemas, aplicando los conceptos previos.	Problemas de longitudes y áreas que involucran semejanza, congruencia y Teorema de Pitágoras. Teorema de la altura de un triángulo rectángulo.	El estudiantado realiza actividades de resolución de problemas en contexto, aplicando los conceptos previos, propuestos por el profesor.

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

Diagnóstica	Formativa	Sumativa
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar la congruencia. semejanza y teorema de Thales y teorema de Pitágoras.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la congruencia. semejanza y teorema de Thales y teorema de Pitágoras.

Referencias

Profesor

Básica	**Complementaria**
Aguilar, A., Bravo F., Gallegos H., Cerón M., Reyes R. (2009). Geometría y trigonometría. México: Pearson Álvarez, E. (2012), Elementos de Geometría. Colombia: Universidad de Medellín. Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones. México: Mc-Graw Hill Interamericana. Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). Geometría. México: Pearson. .	Guzmán, E. (2016). Geometría y Trigonometría. México Patria. Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wes ley. Wentworth, J. y Smith, D. (1915). Geometría Plana y del Espacio. USA. Ginn y Compañía.

Moise, E. (1970). Geometría Moderna. México: Fondo Educativo Interamericano. Ortiz, F. (1991). Matemáticas – 2, Geometría y trigonometría. México: Publicaciones Cultural. Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. México: Cengage.	
Alumno	
Básica	**Complementaria**
Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). Geometría. México: Pearson. Filloy, E. y Zubieta, G. (2001) Geometría. México: Grupo Editorial. Iberoamericana. Jiménez, R. (2008). Matemáticas II. Geometría y trigonometría. México: Pearson Educación. Ortiz, F. (1991). Matemáticas – 2, Geometría y trigonometría. México: Publicaciones Cultural.	Guzmán, E. (2016). Geometría y Trigonometría. México: Patria. Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). Matemática: razonamiento y aplicaciones. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wes ley. Sullivan Michael, (1997) Precálculo. (4a ed.) México: Prentice Hall Hispanoamericana. Alexander, D., Koeberlein, G. (2013) Geometría (5a ed.). México: Cengage Learning

Nota: Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlas al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente del Colegio.

Matemáticas III

Presentación

Durante los cursos de Matemáticas I y II se han abordado dos de los grandes ejes temáticos que vertebran esta materia: el álgebra y la geometría euclidiana. En Matemáticas III se plantea avanzar hacia el estudio de la trigonometría, recuperando la noción de *razón*, introducida en Matemáticas I, y empleándola junto a la semejanza de triángulos vista en Matemáticas II para construir la idea de *razones trigonométricas* como cantidades invariantes en triángulos semejantes. A partir de ahí puede trabajarse en la resolución de problemas que involucren el cálculo de las dimensiones de triángulos rectángulos y no rectángulos (con ayuda, en este último caso, de las leyes de los senos y los cosenos) y también abordar la existencia de las *identidades trigonométricas elementales*: las recíprocas y las pitagóricas. Posteriormente, el programa plantea entrar al terreno de la geometría analítica, explorando la riqueza y la potencia que ofrece la aplicación del método analítico algebraico al estudio de objetos y problemas geométricos, dando al alumnado la oportunidad de trabajar en los dos problemas fundamentales de esta rama de la matemática: a) obtener la ecuación de distintos lugares geométricos (concretamente, cónicas como la recta, la circunferencia, la elipse y la parábola), y b) construir la curva definida por una ecuación dada.

Propósitos del curso

Al finalizar la asignatura, a través de actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumnado:

a. Construirá conocimientos y habilidades para manipular las razones trigonométricas y resolver problemas de triángulos rectángulos y oblicuángulos en diferentes contextos.

b. Reconocerá que se incrementan las posibilidades de análisis y aplicación de la Geometría Euclidiana, al incorporar al estudio de los objetos y relaciones geométricas la representación y los procedimientos del álgebra.

c. Percibirá a los sistemas de coordenadas como herramientas fundamentales para estudiar analíticamente lugares geométricos.

d. Utilizará las propiedades de un lugar geométrico para obtener la ecuación que lo representa.

e. Construirá la curva que corresponde a distintos casos de la ecuación cuadrática general $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

f. Resolverá una variedad de problemas de aplicación, empleando distintas expresiones analíticas de curvas.

g. Adquirirá habilidad básica en el manejo de *software* para graficar expresiones de diferentes cónicas y resolver problemas relacionados.

h. Encontrará los puntos de intersección de diferentes expresiones analíticas.

i. Continuará cimentando valores y actitudes que promuevan la perspectiva de género, la ciudadanía y la sustentabilidad. Estos incluyen equidad, inclusión, tolerancia, solidaridad, respeto, colaboración, cuidado del medio ambiente, entre otros.

j. Valorará la utilidad y la potencia de los métodos de la trigonometría y la geometría analítica.

k. Empleará los métodos algebraicos y geométricos en distintas áreas de la matemática y otras disciplinas de manera transversal.

l. Reconocerá, con la orientación del profesorado, el carácter de la matemática como ciencia a lo largo del estudio de los aprendizajes propuestos.

Es necesario mantener presente que, siguiendo el enfoque didáctico y disciplinario de la materia, la asignatura de Matemáticas III debería abordarse a través de la resolución de problemas y privilegiando la actividad del estudiantado, en lugar de la exposición catedrática de las y los docentes. Al respecto es altamente recomendable la generación de un ambiente de aprendizaje cuya planeación considere que el alumnado proponga ideas, trabaje, argumente, debata con sus pares y con el profesorado mientras avanza en la solución de problemas cuidadosamente diseñados o seleccionados, teniéndose en mente que es también un objetivo el que desarrolle habilidades para *aprender a aprender, a ser y a hacer*.

siIILa asignatura está organizada en cinco unidades, como sigue:

Contenidos temáticos

Matemáticas III

Unidad	**Nombre de la unidad**	**Horas**
1	Elementos de trigonometría	15
2	Elementos básicos de geometría analítica	10
3	La recta y su ecuación cartesiana	20
4	La parábola y su ecuación cartesiana	15
5	La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas	20

Evaluación

La evaluación es el proceso de recabación de información para la toma de decisiones orientadas a mejorar. Es importante no confundirla con el acto de *calificar,* asignar una nota con fines de acreditación o no de la asignatura. Al respecto, Flores (2009) recoge las siguientes recomendaciones:

> La evaluación debe poner atención en la matemática que es importante, debe ser justa para los estudiantes, los profesores y la institución; debe fomentar el aprendizaje del estudiante, haciéndole ver qué es lo que ya sabe y qué debe aprender o qué puede hacer (Balanced Assessment Project, 2000, p. vi; Clarke, 1997, pp. 2-3). Además, la evaluación debe hacerse a través de diferentes fuentes de información o instrumentos de evaluación, entre los que se cuentan cuestionarios con preguntas abiertas, cuestionarios de opción múltiple, conversaciones, bitácoras o diarios y portafolios (NCTM, 2000, pp. 22-24; Garrison y Ehringhaus, 2008; Gómez, 2007). (pp. 119-120)

Estas orientaciones pueden ser útiles al momento de definir las maneras concretas en que evaluaremos los avances de nuestro alumnado: consideremos, por ejemplo, que si estamos interesados en la construcción de habilidades como la resolución de problemas, el razonamiento y el pensamiento crítico, nuestros instrumentos de evaluación deberían estar diseñados con la finalidad de recabar información sobre precisamente esas habilidades, y no concentrarse únicamente en, digamos, la algoritmia necesaria para manipular determinado tipo de ecuaciones.

Unidad 1. Elementos de trigonometría

Presentación

Al inicio de la unidad se contempla el estudio de los elementos básicos de trigonometría, se espera que el estudiantado reconozca, analice y utilice las razones e identidades trigonométricas, partiendo de la semejanza entre triángulos y el Teorema de Pitágoras estudiados en Matemáticas II, para solucionar problemas de corte geométrico y algebraico. Posteriormente se abordará la deducción de las identidades trigonométricas fundamentales y continuará el estudio con la ley de senos y la ley de cosenos para concluir con su uso en problemas de aplicación, principalmente en triángulos oblicuángulos.

Se espera que el estudiantado asocie las razones trigonométricas con los lados de un triángulo rectángulo en función de uno de sus ángulos agudos y comprenda que son respectivamente invariantes en triángulos semejantes. En particular, se puede hacer uso de triángulos especiales (equiláteros e isósceles rectángulos) para obtener las magnitudes de las razones trigonométricas de ángulos de 30°, 60° y 45°; con apoyo de algún recurso tecnológico es posible eficientizar la generalización de estos resultados para cualquier ángulo. Una vez comprendido esto se proponen problemas a resolver que contengan ángulos de elevación y de depresión, distancias inaccesibles, así como el cálculo de áreas.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad I. Elementos de trigonometría

<table>
<tr><td colspan="3">Propósito

Al finalizar la unidad el alumnado:

Utilizará las razones e identidades trigonométricas, así como las leyes de senos y cosenos mediante la resolución de problemas en distintos contextos que involucren triángulos con la finalidad de construir conocimientos que serán empleados en asignaturas posteriores.</td><td>Tiempo:

15 horas</td></tr>
<tr><td>Aprendizajes</td><td>Temática</td><td colspan="2">Estrategias sugeridas</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.</td></tr>
<tr><td>Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumnado en función de la resolución de problemas:

El alumnado:</td><td></td><td colspan="2">Para el logro de los aprendizajes se sugiere que el profesor fomente tanto el trabajo individual como el trabajo en equipo y la participación activa del grupo, en un escenario de resolución de problemas.</td></tr>
<tr><td>Conoce el origen de la trigonometría y su sistematización.</td><td>Bosquejo histórico de la trigonometría.</td><td colspan="2">• El profesorado inicia con un breve bosquejo histórico de la trigonometría y propone que el estudiantado elabore una investigación al respecto.
• Dentro de la investigación se sugiere incluir un apartado donde se hable del papel de la mujer en el desarrollo de esta rama de las matemáticas.</td></tr>
</table>

Comprende Reconoce que el concepto de razón trigonométrica se deriva de la relación de los lados de un triángulo rectángulo. y que son respectivamente invariantes en triángulos semejantes. Infiere que las razones trigonométricas son invariantes en triángulos semejantes.	Razones trigonométricas para ángulos agudos de un triángulo rectángulo.	• En discusión plenaria sobre lo anterior, el grupo explora a través de la elaboración de una línea de tiempo el desarrollo de la trigonometría, desde el inicio de la civilización (por ejemplo, las desarrolladas en Egipto, Babilonia y Roma, entre otras) hasta la época moderna para que se comprendan y aprecien sus beneficios en la sociedad. • Como parte de la discusión, la o el docente, guiará al alumnado en la reflexión sobre la poca visualización de las aportaciones de la mujer en el desarrollo del conocimiento matemático. • El profesorado muestra la construcción de razones con los lados de un triángulo rectángulo, solicita al alumnado investigue los nombres de los lados respecto a un ángulo y los de dichas razones (seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante). • Mostrando un conjunto de triángulos rectángulos semejantes, el alumnado identifica que las razones trigonométricas son invariantes.
Determina Calcula los valores de las razones trigonométricas para los ángulos de 30°, 45° y 60°. y emplea la	Solución de triángulos rectángulos especiales.	El profesorado implementa actividades para que el alumnado obtenga las magnitudes de las razones trigonométricas. Para los ángulos de 30° y 60° con el uso de un triángulo equilátero y para el ángulo de 45° se emplee un triángulo rectángulo isósceles. Se sugiere complementar con ejercicios que involucren esos ángulos.

calculadora para verificarlos.		Se puede utilizar algún recurso tecnológico para contrastar las magnitudes obtenidas y se forme en el uso adecuado de la calculadora en los distintos modos: grado (DEG), radianes (RAD) y gradianes (GRAD).
Resuelve problemas que involucren triángulos rectángulos.	Solución de problemas de aplicación: • Ángulo de elevación. • Ángulo de depresión. • Distancias inaccesibles. • Cálculo de áreas.	El profesorado propone problemas o situaciones donde el alumnado pueda aplicar la relación entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo, en los cuales estén presentes los ángulos de elevación, de depresión o de distancias inaccesibles. Como sugerencia: • Calcular componentes axiales de una fuerza. • Determinar el área de un polígono regular. • Resolver problemas de lugares inaccesibles, por ejemplo: el perímetro de la Tierra, distancia de la Tierra al Sol, el cálculo del diámetro del Sol, etcétera.
Comprende la deducción de Deduce algunas identidades trigonométricas fundamentales. Emplea las identidades trigonométricas fundamentales para mostrar la equivalencia de expresiones trigonométricas.	Identidades trigonométricas fundamentales: • De cocientes: $\tan A = \frac{\operatorname{sen} A}{\cos A}$ $\cot A = \frac{\cos A}{\operatorname{sen} A}$ • Recíprocas $\operatorname{sen} A = \frac{1}{\csc A}$ $\cos A = \frac{1}{\sec A}$ $\tan A = \frac{1}{\cot A}$ • Pitagóricas: $\operatorname{sen}^2 A + \cos^2 A = 1$	• El grupo, con la orientación del profesorado, deduce las identidades trigonométricas fundamentales. • Para garantizar la retención de tales identidades, el profesorado propone ejercicios tipo, que involucren tales identidades. • Se sugiere que el alumnado revise materiales interactivos propuestos por el profesorado como complemento.

	$1 + \tan^2 A = \sec^2 A$ $1 + \cot^2 A = \csc^2 A$	
Comprende el proceso de deducción de las leyes de senos y de cosenos, para resolver problemas sobre triángulos oblicuángulos. Deduce la ley de senos. Deduce la ley de cosenos. Resuelve problemas que involucren la ley de senos, la ley	Resolución de triángulos oblicuángulos: • Ley de senos. • Ley de cosenos. • Problemas de aplicación.	El profesor, conjuntamente con los alumnos, deduce las leyes de senos y cosenos y propondrá problemas de aplicación. El grupo, con orientación del profesorado deduce la ley de senos y la ley de cosenos. Resuelve problemas de aplicación: • Cálculo de distancias inaccesibles en construcciones o accidentes geográficos. • Cálculo de áreas de terrenos de contornos poligonales por triangulación. • Etc.

de cosenos o ambas sobre triángulos oblicuángulos.		

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que puede tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar la trigonometría.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con los elementos de trigonometría.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	Complementaria

Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Ciudad de México: Pearson Educación. Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill Interamericana. Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica.* McGraw-Hill. Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría.* Ciudad de México: Pearson. Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la Geometría Analítica*. Lima: Fondo Editorial Univesidad del Pacífico. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica, México: Limusa. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* (Tercera edición). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (Tercera edición). Pearson. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria. Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* (13ª ed.) México: Cengage Learning.	Ayres, F. Jr. *Trigonometría Plana y Esférica.* McGraw–Hill / Interamericana de México. Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica* Grupo Editorial Patria. Castañeda de Isla Puga, E. (2000) *Geometría analítica en el espacio*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería. Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Holliday, B. (2002). *Geometría Analítica con Trigonometría*. México: McGraw–Hill. Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. Ed. IPN Kindle, J. (1991). *Geometría Analítica*. Editorial Mc GrawHill. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla.

Alumno	
Básica	Complementaria
Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). Matemáticas III: enfoque por competencias (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana.	Ayres, F. Jr. Trigonometría Plana y Esférica. Mc graw–Hill / Interamericana de México.

Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* (3a ed.). Pearson Educación.	Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el Bachillerato General*. Ed. Trillas
Oteyza de Oteyza, et. al. (2007*) Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica*. Pearson Educación.	Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría (Cuarta edición).* McGraw-Hill Interamericana
Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria.	Lehmann, C. (2008). *Geometría Analítica,* México: Limusa

Unidad 2. Elementos básicos de geometría analítica

Presentación

En esta segunda unidad se introduce al alumnado al método analítico partiendo de la representación de puntos y de segmentos con las condiciones necesarias y suficientes que los determinan en el plano cartesiano, después mediante la aplicación del teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas el alumnado obtiene las condiciones analíticas que definen al segmento, y las relaciona con las representaciones gráficas realizadas al principio de esta unidad para de esta forma comenzar a comprender el método analítico y con ello al final obtener la expresión algebraica y gráfica de algunos lugares geométricos.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 2. Elementos básicos de geometría analítica

Propósitos Al finalizar la unidad el alumnado: Será capaz de manejar algebraicamente algunos conceptos básicos de la geometría euclidiana y algunos lugares geométricos con la finalidad de introducir el método analítico. Utilizará algunos conceptos básicos de la geometría euclidiana y algunos lugares geométricos a través del método analítico, para representar y analizar a las curvas y los objetos geométricos que, desde el punto de vista euclidiano sólo admiten formas particulares de construcción, estudio y análisis de sus elementos.	Tiempo: 10 horas

Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
El alumnado: Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:		Para el logro de los aprendizajes se sugiere que el profesor fomente tanto el trabajo individual como el trabajo en equipo y la participación activa del grupo, en un escenario de resolución de problemas: Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Representa la ubicación de un punto en el plano utilizando un sistema de referencia cartesiano y viceversa. Ubica un punto en el plano cartesiano dadas sus coordenadas. Dado un punto en el plano cartesiano, obtiene sus	Representación de puntos en el plano cartesiano. de coordenadas rectangulares.	Introduce los sistemas de coordenadas a través de problemas, que hagan ver la necesidad de contar con un sistema de referencia para localizar puntos en un plano, por ejemplo, en mapas, batalla naval, entre otros. El profesorado retoma problemas de variación lineal y cuadrática para que el alumnado ubique puntos en el plano cartesiano integrando los tres aprendizajes, por ejemplo: - Ubica en el plano cartesiano todos los puntos que cumplan con que la abscisa sea el doble de su ordenada. - Ubica los puntos cuya ordenada sea el cuadrado de su abscisa.

coordenadas. Identifica las abscisas y las ordenadas como distancias dirigidas en el plano cartesiano.		
Traza un segmento en el plano cartesiano. y proporciona la información suficiente para que otro alumno lo pueda hacer. Describe las condiciones necesarias y suficientes para que otro estudiante pueda localizar un segmento en el plano.	Condiciones necesarias y suficientes para determinar un segmento: • Los puntos extremos. • Un extremo (punto inicial o final), la longitud, y el ángulo de inclinación. Se considera punto inicial el que tiene la menor ordenada.	El profesor plantee a sus alumnos la localización de un segmento a partir de las condiciones, haciendo uso de la regla y transportador. El profesorado plantea al alumnado la localización de un segmento a partir de las condiciones, haciendo uso exclusivo de herramientas de trazado (físicas o digitales).
Deduce la fórmula para determinar la longitud de un segmento, dados sus puntos extremos y la aplica en diferentes situaciones. Deduce la fórmula para determinar la distancia entre dos puntos. Resuelve problemas en los que se tenga que obtener la distancia entre dos puntos.	Distancia entre dos puntos (longitud de un segmento).	El profesor proporcione ayudas para guiar la obtención de la fórmula que calcule la longitud de un segmento; se sugiere el trazo de algunas líneas. El alumnado utiliza sus conocimientos previos para la deducción de la fórmula para la distancia entre dos puntos. El profesorado puede ubicar puntos sobre los ejes cartesianos con la finalidad de obtener la distancia que los separa. Se puede trabajar primero con puntos que formen segmentos paralelos a los ejes y posteriormente emplear segmentos no paralelos a los ejes. El alumnado puede calcular la distancia entre diferentes puntos de un mapa, auxiliándose del plano cartesiano y la fórmula para la distancia entre dos puntos. Con ello también puede calcular áreas de regiones poligonales en el mapa, retomando, por ejemplo, la fórmula de Herón o lo visto en la unidad anterior.

Comprende el concepto de ángulo de inclinación de un segmento. Calcula el ángulo de inclinación de un segmento a partir de las coordenadas de sus puntos extremos. Calcula la pendiente de un segmento a partir de las coordenadas de sus puntos extremos.	Ángulo de inclinación. Pendiente.	• El profesor define el ángulo de inclinación de un segmento para posteriormente plantear a sus alumnos actividades de identificación del concepto, dado un ángulo que el alumno construya un segmento con ese ángulo de inclinación. • El profesor define el concepto de pendiente, y plantea a sus alumnos actividades de cálculo de la pendiente dado el ángulo de inclinación y viceversa, a fin de que el alumno comprenda que la inclinación de un segmento puede darse a través de su ángulo de inclinación o su pendiente. • El profesorado induce la aplicación del conocimiento adquirido en la primera unidad para obtener la fórmula que proporcione el ángulo de inclinación, aprovechando esto para definir la pendiente como la tangente del ángulo de inclinación. • El alumnado puede investigar las características que deben cumplir las rampas de acceso, en particular su pendiente, y determinar si las que existen en su plantel satisfacen dichas condiciones.
Localiza un segmento dadas sus condiciones necesarias y suficientes, distintas a su determinación por sus puntos extremos.	Condiciones analíticas necesarias y suficientes, para localizar un segmento: • Punto extremo (inicial o final), longitud y ángulo de inclinación. • Punto extremo (inicial o final), longitud y pendiente.	El profesor plantea a sus alumnos la discusión sobre qué otras condiciones determinan unívocamente a un segmento y pide que esto sea comprobado, haciendo el ejercicio donde un alumno dé a otro, indicaciones para reproducir un segmento previamente dibujado por él en un referencial. El alumnado, con orientación del profesorado, retoma el aprendizaje acerca de las condiciones necesarias y suficientes para localizar un segmento y lo comprueba analíticamente, haciendo el ejercicio en el que un integrante del grupo proporciona a otro, dichas condiciones para su construcción.
Localiza los puntos de división de un segmento. Obtiene las coordenadas del punto que divide a un segmento en una razón dada.	• Puntos especiales de un segmento. Punto que divide al segmento en una razón dada (punto medio, interiores y extremos)	Dado que el tiempo asignado a la unidad es insuficiente, se sugiere que: • El profesor deduzca las fórmulas e ilustre su aplicación, posteriormente, podrán ejercitarlas los alumnos. • Es conveniente que el profesor plantee actividades inversas como, por ejemplo determinar los vértices de un triángulo dados los puntos medios de

Obtiene las coordenadas de los extremos de un segmento, a partir de las coordenadas del punto que lo divide en una razón dada.	Punto medio	sus lados. El alumnado, orientado por el profesorado, deduce las fórmulas para determinar las coordenadas del punto que divide a un segmento en una razón dada, $x = \frac{x_1+rx_2}{1+r}$ y $y = \frac{y_1+ry_2}{1+r}$, con $r \neq -1$ y las aplica, por ejemplo, para determinar las coordenadas del punto medio, los vértices de un triángulo dados los puntos medios de sus lados, etc.
Obtiene la expresión algebraica y la gráfica de un lugar geométrico.	Lugares geométricos en el plano cartesiano.	Se recomienda proponer al alumnado la obtención de la expresión algebraica de lugares geométricos sencillos; por ejemplo, el conjunto de puntos cuya ordenada sea el doble de su abscisa, una mediatriz, que usando la fórmula de la distancia determine la ecuación del conjunto de puntos que equidistan del origen, etcétera.

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

Diagnóstica	Formativa	Sumativa
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar los elementos básicos de la geometría analítica.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con los elementos básicos de la geometría analítica.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	Complementaria
Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Ciudad de México: Pearson Educación. Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill Interamericana. Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica.* McGraw-Hill. Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría.* Ciudad de México: Pearson.	Ayres, F. Jr. *Trigonometría Plana y Esférica.* McGraw–Hill / Interamericana de México. Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica* Grupo Editorial Patria. Castañeda de Isla Puga, E. (2000) *Geometría analítica en el espacio*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería.

Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la Geometría Analítica*. Lima: Fondo Editorial Univesidad del Pacífico. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica, México: Limusa. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* (Tercera edición). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (Tercera edición). Pearson. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria. Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* (13ª ed.) México: Cengage Learning.	Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Holliday, B. (2002). *Geometría Analítica con Trigonometría*. México: McGraw–Hill. Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. Ed. IPN Kindle, J. (1991). *Geometría Analítica*. Editorial Mc GrawHill. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla.
Alumno	
Básica Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). Matemáticas III: enfoque por competencias (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* (3a ed.). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, et. al. (2007*) Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica*. Pearson Educación. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria.	Complementaria Ayres, F. Jr. Trigonometría Plana y Esférica. Mc graw–Hill / Interamericana de México. Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el Bachillerato General*. Ed. Trillas Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría (Cuarta edición).* McGraw-Hill Interamericana Lehmann, C. (2008). *Geometría Analítica,* México: Limusa

Presentación de la unidad

Como continuación del curso de Matemáticas III, en esta unidad el alumnado avanzará hacia el estudio de la Recta como lugar geométrico y su representación algebraica. Inicialmente se identificarán los elementos que la definen en el plano cartesiano, a partir de estos, se estudiará a la pendiente, como concepto central e invariante, para describir su inclinación. Se profundizará en la interpretación geométrica de la pendiente y su conexión con la forma algebraica de la recta.

Después se dirigirán a obtener la ecuación de la recta a partir de dos condiciones dadas, para desarrollar habilidades esenciales que permitan el tránsito entre sus registros de representación. Más adelante se determinará, a través de las pendientes, el ángulo formado por dos rectas que se intersecan, que ayudará a determinar las condiciones de paralelismo y perpendicularidad, con lo cual será posible clasificar y entender las relaciones espaciales entre diferentes rectas, lo que permitirá al estudiantado tener una mejor comprensión de la relación entre las ecuaciones y su representación geométrica.

Finalmente, se utilizarán estos conocimientos en la modelación y resolución de problemas contextualizados, permitiendo, que el estudiantado brinde una interpretación de los resultados obtenidos. La comprensión gradual de estos conceptos permitirá al estudiantado consolidar su comprensión de la recta y su ecuación cartesiana, y a su vez, les dotará de los elementos necesarios para continuar el estudio de las siguientes unidades donde se presentan otras secciones cónicas. Las estrategias de enseñanza que se sugiere utilizar incluyen enseñanza directa, resolución de problemas prácticos, discusiones en grupo, el uso de software matemático que favorece la exploración visual, el reconocimiento de patrones de comportamiento y la formulación de conjeturas, así mismo se sugiere incluir proyectos de modelación y evaluación continua. En conjunto, esta unidad busca no solo dotar al estudiantado de herramientas matemáticas, sino también de la capacidad de aplicarlas de manera significativa en diversos contextos, consolidando así su comprensión y habilidades en geometría analítica.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 3. La recta y su ecuación cartesiana

Propósito	**Tiempo:**
Al finalizar, el alumno: Será capaz de obtener la ecuación cartesiana de la recta, dados diversos elementos definitorios. Resolverá problemas geométricos en diversos contextos, a fin de que se avance en la comprensión del método analítico. Al finalizar la unidad el alumnado: Transitará entre las representaciones gráfica y algebraica de la recta dados los diversos elementos que la definen, utilizando el método analítico, que en conjunto le permitirá resolver problemas geométricos en diversos contextos.	20 horas

Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumnado en función de la resolución de problemas: El alumnado:		Para el logro de los aprendizajes se sugiere que el docente fomente tanto el trabajo individual como en equipo y la participación del grupo, en un escenario de resolución de problemas. Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
• Conoce el origen del estudio de las secciones cónicas y su importancia. • Identifica los elementos que definen a la recta.	Bosquejo Histórico del estudio de las secciones cónicas. Elementos que determinan una recta: ○ Dos puntos.	• El profesorado inicia con un breve bosquejo histórico del estudio de las secciones cónicas, y propone que el estudiantado elabore una investigación sobre las aportaciones de Menecmo, Apolonio de Perga, Johannes Kepler, René Descartes, Fermat, Euler, Gauss, entre otros.

• Describe a la recta como un lugar geométrico utilizando el concepto de pendiente. identificando los elementos que la definen. • Entiende a la pendiente de una recta, como un invariante. • Obtiene la ecuación de una recta, dadas dos condiciones.	○ Un punto y la pendiente. ○ Un punto y el ángulo de inclinación. La recta como lugar geométrico Ecuación de la recta dados: ○ Dos puntos $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ ○ Un punto y la pendiente $y - y_1 = m(x - x_1)$ ○ La pendiente y la ordenada al origen $y = mx + b$ ○ Un punto y el ángulo de inclinación $y - y_1 = \tan\alpha\,(x - x_1)$	El profesorado: • Pide al estudiantado proporcionar una definición de la recta y partiendo de esta, se identifican los elementos que la definen, haciendo énfasis en su pendiente, para aterrizar al concepto de recta como lugar geométrico. - El profesor propone ejercicios para garantizar la comprensión de la representación analítica de la recta, tales como: determinar si un punto pertenece o no a una recta utilizando su ecuación o determinar si tres puntos son colineales. • Plantea ejercicios en donde se proporcionan dos de los elementos de la recta y traza su gráfica, para la comprensión de la representación analítica de la recta. Se puede generalizar a través del uso de un *software* dinámico. El profesor guíe al alumno en la obtención de la ecuación de la recta, a través del concepto de pendiente • A partir de la fórmula de la pendiente y el análisis gráfico de una recta, obtiene las ecuaciones de la recta dadas dos condiciones. - Plantee como problemas la obtención de más formas de representación de una recta. • Propone ejercicios en donde el estudiantado obtenga la ecuación de la recta dadas dos condiciones y su representación gráfica.

		Analice en la ecuación y=mx +b el papel que juegan los parámetros. El alumnado, con orientación del profesorado, analiza el papel que juegan los parámetros m y b en la ecuación $y = mx + b$. - Se sugiere que el profesor plantee actividades de inversión de razonamiento, esto es, que a partir de una serie de ecuaciones, el alumno identifique aquellas que corresponden a ecuaciones de rectas.
Determina el ángulo que se forma cuando dos rectas se cortan, en términos de sus pendientes.	Ángulo entre dos rectas en términos de sus pendientes.	El profesorado guía la obtención de la relación entre el ángulo de corte de dos rectas y los ángulos de inclinación de éstas, así como la interpretación de la relación anterior en términos de pendientes y tangentes, posteriormente, puede proporcionar la fórmula de ángulos entre dos rectas $$\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}, \quad m_1 \cdot m_2 \neq -1$$ y realizar un análisis geométrico de los ángulos de dichas rectas trasladando el origen al punto de intersección de ellas. está a cargo del profesor.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
• Determina Identifica cuando dos rectas son paralelas, perpendiculares o ninguna de las dos, a partir de sus ecuaciones. • Dada la ecuación de una recta	Condiciones y relaciones de paralelismo y perpendicularidad.	El profesor propone analizar la fórmula para el ángulo entre dos rectas, en los casos en que el ángulo es de 0° y 90°. Con orientación del profesorado, el alumnado: - A partir del análisis de los valores de las pendientes en la

el alumno es capaz de encontrar las ecuaciones de rectas paralelas y/o perpendiculares a ella. • Determina las ecuaciones de rectas paralelas o perpendiculares a otra dada.		fórmula del ángulo entre dos rectas, estudia los casos en que el ángulo es de 0° y 90°. - Resuelve ejercicios en donde se tenga la necesidad de obtener la ecuación de una recta perpendicular o paralela a otra (mediatriz, alturas, entre otras).
Identifica y transita en las diferentes formas la ecuación de la recta (ordinaria o canónica, general y simétrica). -Identifica los elementos que conforman la estructura de las diferentes ecuaciones de la recta (ordinaria o canónica, general y simétrica) y su importancia. -Transita en las diferentes formas de la ecuación de la recta (ordinaria o canónica, general y simétrica).	Ecuación de la recta en su forma ordinaria o canónica, general y simétrica. Ecuación de la recta: ○ Ordinaria o canónica $y = mx + b$ ○ General $Ax + By + C = 0$ ○ Simétrica. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	El profesor propone ejercicios, con las diferentes formas de la recta, para que el alumno pase de una forma de la recta a las demás. El docente: -Propone ejercicios, con las diferentes formas de la recta, para que el alumno transite de una forma de la ecuación de la recta a las demás.
Resuelve problemas de corte euclidiano usando geometría analítica. - Calcula la distancia de un punto a una recta. - Resuelve problemas en diferentes contextos, que involucran las distintas formas de la ecuación de la recta.	• Intersección entre dos rectas. • Distancia de una recta a un punto. • Problemas en diferentes contextos que empleen las distintas formas de la ecuación de la recta. ○ Ecuaciones de las rectas notables	El profesor plantea problemas donde se utilice la temática indicada, y sugiere el uso de estrategias pertinentes, por ejemplo: Verifica que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°, la determinación de los puntos notables de un triángulo. El profesorado: - Discute con el alumnado el proceso para calcular la distancia entre un punto y una recta, así como su

	del triángulo (mediatrices, medianas y alturas).	extensión al caso general, llegando a: Si l tiene por ecuación $Ax + By + C = 0$ y P tiene coordenadas (x_1, y_1), entonces la distancia de P a l está dada por: $$d = \frac{\lvert Ax_1 + By_1 + C\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$ Puede plantear problemas para que el alumnado calcule la distancia entre dos rectas paralelas. - Plantea problemas para que el alumnado los resuelva utilizando la temática indicada. Puede sugerir el uso de estrategias pertinentes, por ejemplo: Verificar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°, la determinación de los puntos notables de un triángulo. El alumnado: - Utiliza *software* dinámico para resolver problemas relacionados con la temática. - Resuelve problemas en contexto que lleven a la ecuación de una recta. - Resuelve problemas que permitan la interpretación de los parámetros de la recta en diversos contextos. - Resuelve problemas que se modelicen con una ecuación lineal, y lleven a la predicción de eventos. - Resuelve problemas que involucren todos los conceptos vistos en la unidad. Se pueden plantear situaciones que sean susceptibles de modelizarse con la ecuación de la recta proporcionando parejas de datos, por ejemplo, sobre derretimiento del hielo polar en relación con la concentración de CO_2 en la

		atmósfera, el nivel del mar respecto a la temperatura media global, entre otros.

Evaluación Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar el estudio de la recta como lugar geométrico y su ecuación cartesiana.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la recta como lugar geométrico.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor

Básica	Complementaria
Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Ciudad de México: Pearson Educación. Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill Interamericana. Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica.* McGraw-Hill. Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría.* Ciudad de México: Pearson. Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la Geometría Analítica*. Lima: Fondo Editorial Univesidad del Pacífico. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica, México: Limusa. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* (Tercera edición). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (Tercera edición). Pearson. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria. Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* (13ª ed.) México: Cengage Learning.	Ayres, F. Jr. *Trigonometría Plana y Esférica.* McGraw–Hill / Interamericana de México. Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica* Grupo Editorial Patria. Castañeda de Isla Puga, E. (2000) *Geometría analítica en el espacio*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería. Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Holliday, B. (2002). *Geometría Analítica con Trigonometría*. México: McGraw–Hill. Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. Ed. IPN Kindle, J. (1991). *Geometría Analítica*. Editorial Mc GrawHill. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla.

Alumno

Básica	Complementaria
Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). Matemáticas III: enfoque por competencias (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana.	Ayres, F. Jr. Trigonometría Plana y Esférica. Mc graw–Hill / Interamericana de México.

Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* (3a ed.). Pearson Educación.	Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el Bachillerato General*. Ed. Trillas
Oteyza de Oteyza, et. al. (2007*) Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica*. Pearson Educación.	Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría (Cuarta edición).* McGraw-Hill Interamericana
Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria.	Lehmann, C. (2008). *Geometría Analítica,* México: Limusa

Unidad 4. La parábola y su ecuación cartesiana

Presentación

La cuarta unidad de Matemáticas III aborda el estudio de la parábola como un lugar geométrico, sus representaciones geométrica y algebraica y las conexiones que existen entre ambas, en un contexto de resolución de problemas diversos.

Puede comenzarse proporcionando al estudiantado la oportunidad de inducir la propiedad (equidistancia a un punto y una recta) que deben cumplir los puntos que constituyen una parábola, lo cual también llevaría a un reconocimiento de los elementos importantes en esta curva -vértice, foco, directriz, lado recto-; a partir de ello se puede obtener la ecuación de este lugar geométrico y comenzar a transitar entre sus representaciones geométrica y algebraica. Posteriormente, puede introducirse la existencia de las formas ordinaria y general de dicha ecuación y construir, junto con el alumnado, los procedimientos que permiten pasar de una a otra, insistiendo en la importancia de transitar entre diversas representaciones de un mismo objeto y continuar apuntalando habilidades de resolución de problemas. Es importante mantener presente que la actividad de las y los estudiantes es el centro de la clase, de manera que puedan construir sus propios aprendizajes colaborando con sus pares y con el profesorado.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 4. La parábola y su ecuación cartesiana

Propósito:	Tiempo:
Al finalizar la unidad el alumnado: Al finalizar, el alumno: Será capaz de obtener la ecuación de una parábola a partir de su definición (foco y directriz) o de elementos necesarios y suficientes. Identificará sus elementos a partir de la ecuación. Resolverá problemas que involucren a la parábola y sus propiedades. Identificará a la parábola en sus representaciones algebraica y geométrica, y transitará entre estas formas de representación. Resolverá problemas en el ámbito matemático y de contexto que involucren a la parábola y sus propiedades.	15 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumnado :el alumno en función de la resolución de problemas: El alumnado:		Para el logro de los aprendizajes se sugiere que el profesorado fomente tanto el trabajo individual como en equipo y la participación activa del grupo, en un escenario de resolución de problemas. Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
• Identifica visualmente los elementos que definen la parábola. • Reconoce la simetría de esta curva. • Obtiene Determina por inducción la propiedad que define definición a la parábola como lugar geométrico.	• La parábola como lugar geométrico. • Elementos que la determinan: foco, directriz, eje de simetría, vértice y lado recto.	• El profesor propone la construcción con material concreto como doblado de papel de un conjunto de puntos que le lleven a bosquejar la curva, y conjuntamente con los alumnos analiza la propiedad común que tienen los puntos generados, con el propósito de llegar a la definición como lugar geométrico. • El o la docente propone la construcción con material concreto (por ejemplo, doblado de papel o mediante el uso de software de geometría dinámica) de una parábola,-conjuntamente con el alumnado analiza la propiedad común que tienen los puntos generados, con el propósito de llegar a la definición como lugar geométrico. • Aprovechando una construcción, el profesor o profesora señala algunos puntos y rectas especiales como foco y directriz y plantea actividades para que el alumnado identifique la propiedad de

		equidistancia de los puntos de la parábola respecto al foco y directriz.
Deduce la ecuación de la parábola con vértice en el origen y fuera de él. • Determina la ecuación de una parábola con vértice en el origen con base en su definición. • Determina la ecuación de una parábola con vértice fuera del origen con base en su definición. • Entiende Determina que un punto pertenece a una parábola si y sólo si, sus coordenadas satisfacen la ecuación correspondiente.	Ecuación de la parábola con eje de simetría sobre uno de los ejes de coordenadas y vértice en el origen. Ecuación ordinaria de la parábola, vertical y horizontal con vértice en el origen y fuera de él.	• El profesor con participación de los alumnos, hace la deducción de la ecuación con vértice en el origen y posteriormente fuera del origen. • Con base en la gráfica de una parábola, en la que se señalan foco, directriz y un punto P(x,y) sobre la curva, el alumnado -con la ayuda mínima del docente- determina la ecuación de la parábola. El profesor proporcione algunos puntos y pide a los alumnos que verifiquen sí son puntos de la parábola. • Para una parábola determinada, el profesorado proporciona algunos puntos y pide al estudiantado que verifique si son puntos de ésta.

Determina el vértice, foco, directriz, el eje de simetría y el lado recto de la parábola, a partir de su ecuación cartesiana.	Vértice, eje de simetría foco, directriz, lado recto de una parábola.	El profesor plantea problemas, donde el alumno encuentre los elementos a partir de su ecuación.
Traza la gráfica de una parábola a partir de dos datos: foco-vértice, vértice-directriz, etc. y determina su ecuación ordinaria. Obtiene la ecuación general de una parábola a partir de la ecuación ordinaria.	Vértice, eje de simetría, foco, directriz y lado recto de una parábola. Ecuación ordinaria de la parábola e interpretación de sus parámetros h, k y p en $(x-h)^2 = \pm 4p(y-k)$, $(y-k)^2 = \pm 4p(x-h)$. Ecuación general de la parábola.	El profesorado plantea problemas en los que el alumnado deba encontrar los elementos de una parábola a partir de su ecuación ordinaria. El estudiantado resuelve problemas que, dados dos datos: foco-vértice, vértice-directriz, lado recto-vértice y lado recto-directriz, obtenga el bosquejo de la parábola, así como su ecuación ordinaria y a partir de esta, la ecuación general.
Grafica parábolas dadas sus ecuaciones y viceversa.	Representación algebraica y gráfica de una parábola.	El profesor propone ecuaciones de parábolas y el alumno las gráfica y presenta el problema inverso con intervención de los alumnos. Se sugiere que se trabaje con *software* dinámico para que el alumno induzca el papel que juegan los parámetros en la gráfica.
Transita de la representación algebraica a la	Representación algebraica y gráfica de la parábola.	El profesor o profesora propone ecuaciones ordinarias de parábolas y el estudiantado las grafica. Así mismo, el o la docente propone el

geométrica de una parábola. Transita de la representación geométrica a la algebraica de una parábola.		problema inverso: a partir de la gráfica de una parábola, obtener su ecuación ordinaria. Se sugiere trabajar con *software* dinámico para que el alumnado induzca el papel que juegan los parámetros en la gráfica. En caso de no disponer de tecnología se puede trabajar con impresiones en papel de distintas parábolas, que muestren diversas orientaciones y posiciones del vértice y las ecuaciones ordinarias correspondientes, para ayudar al alumnado a determinar el papel de los parámetros h, k y p.
Transforma la ecuación general a la ordinaria para determinar sus elementos.	Transformación de la ecuación general a la ordinaria.	El profesor, a partir de la discusión de lo que representan los elementos de la ecuación ordinaria, le plantea al alumno el problema de encontrar sus elementos, a partir de la forma general. El profesorado, a partir de la discusión de lo que representan los parámetros de la ecuación ordinaria, plantea a los y las estudiantes el problema de encontrar los elementos de una parábola cuando sólo se conoce su ecuación en la forma general. Se sugiere inducir al alumnado a que desarrolle el binomio de la forma ordinaria para llegar a la forma general y luego, de la general, completar el cuadrado para llegar de nuevo a la ordinaria; enseguida relacionar ambas y encontrar los elementos.

<table>
<tr><th>Aprendizajes</th><th>Temática</th><th>Estrategias sugeridas</th></tr>
<tr><td>Resuelve problemas que involucren la intersección de una recta con una parábola. y entre parábolas

Resuelve problemas que involucren la intersección de dos parábolas.</td><td>Sistemas 2x2 formados por las ecuaciones de:
· Una ecuación lineal línea recta y una parábola.
· Dos parábolas.</td><td>El profesor debe aprovechar la discusión de estos problemas para plantear métodos de solución de sistemas no lineales y pide que el alumno verifique sus soluciones empleando un software dinámico.

El profesorado podría aprovechar la discusión de problemas que conlleven el planteamiento de sistemas de ecuaciones 2x2 no lineales para plantear métodos de solución y luego pedir que el alumnado verifique sus soluciones, al principio, con lápiz y papel, y posteriormente empleando software dinámico.</td></tr>
<tr><td>Valora su conocimiento sobre parábolas.</td><td>Aplicaciones prácticas.</td><td>El profesorado puede sugerir a sus alumnos visitar e interactuar con museos como el de la Luz y Universum, entre otros, donde se muestren aplicaciones de la parábola.</td></tr>
<tr><td>Resuelve problemas de aplicación.</td><td>Resolución de problemas en diversos contextos.</td><td>El profesor propone problemas que involucren arcos, puentes o socavones parabólicos para que el alumno determine si cabe un objeto con dimensiones dadas.

El o la docente puede proponer problemas con diferentes contextos:
• Arcos, puentes o socavones para que el estudiantado determine si es posible ajustarlas a una parábola.
• Determinar los elementos de la cónica en antenas parabólicas, espejos de telescopios, radiotelescopios, espejos de linternas, reflectores de proyectores, trayectorias de cuerpos en movimiento parabólico, etc.</td></tr>
</table>

		La forma de atacar estos problemas y su solución puede debatirse en sesión plenaria, en donde todos tengan posibilidad de hacer aportaciones y contribuir al avance del grupo. Promover discusiones en las que se valore la utilidad e importancia de los conocimientos construidos sobre parábolas. Plantear al alumnado la realización de un proyecto en el que se diseñe y elabore una estufa solar que aproveche las propiedades de la parábola para concentrar los rayos solares, con lo que podría incorporarse una discusión sobre ahorro de energía, energías renovables, temas relativos a la sustentabilidad.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar el estudio de la parábola como lugar geométrico y su ecuación cartesiana.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la parábola como lugar geométrico.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor

Básica	Complementaria
Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Ciudad de México: Pearson Educación. Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill Interamericana. Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica.* McGraw-Hill. Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría.* Ciudad de México: Pearson. Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la Geometría Analítica*. Lima: Fondo Editorial Univesidad del Pacífico. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica, México: Limusa. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* (Tercera edición). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (Tercera edición). Pearson. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria. Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* (13ª ed.) México: Cengage Learning.	Ayres, F. Jr. *Trigonometría Plana y Esférica.* McGraw–Hill / Interamericana de México. Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica* Grupo Editorial Patria. Castañeda de Isla Puga, E. (2000) *Geometría analítica en el espacio*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería. Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Holliday, B. (2002). *Geometría Analítica con Trigonometría*. México: McGraw–Hill. Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. Ed. IPN Kindle, J. (1991). *Geometría Analítica*. Editorial Mc GrawHill. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla.

Alumno

Básica	Complementaria
Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). Matemáticas III: enfoque por competencias (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana.	Ayres, F. Jr. Trigonometría Plana y Esférica. Mc graw–Hill / Interamericana de México.

Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* (3a ed.). Pearson Educación.

Oteyza de Oteyza, et. al. (2007*) Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica*. Pearson Educación.

Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria.

Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el Bachillerato General*. Ed. Trillas

Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría (Cuarta edición).* McGraw-Hill Interamericana

Lehmann, C. (2008). *Geometría Analítica,* México: Limusa

Unidad 5. La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas

Presentación

En esta unidad se continuará con el estudio de la circunferencia y la elipse. En la primera parte, el alumnado con apoyo del profesorado avanzará en el análisis de la circunferencia como lugar geométrico a partir de la resolución de problemas de corte geométrico y empleando algún software de geometría dinámica, identificará los elementos que la definen. Posteriormente, deducirá las ecuaciones ordinaria y general de la circunferencia, para realizar el bosquejo de la gráfica en el plano cartesiano. Finalmente, promoviendo la apreciación y la conexión con aplicaciones del mundo real, aplicará sus conocimientos para resolver problemas de contextos diversos.

En la segunda parte, el estudiantado con la guía del profesorado avanzará en el estudio de la elipse como lugar geométrico a partir de su construcción (por ejemplo, usando el método del jardinero, con doblado de papel, o bien, empleando algún software de geometría dinámica), identificará sus elementos y los utilizará para realizar el bosquejo de la gráfica. Posteriormente, deducirá las ecuaciones ordinaria y general, así como la trasformación de una a la otra para identificar el papel de sus parámetros en la gráfica. Al finalizar, el alumnado aplicará sus conocimientos adquiridos para resolver distintos problemas contextualizados, con el fin de avanzar en la consolidación del método analítico.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 5. La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas

<table>
<tr><td colspan="3">Propósito
Al finalizar la unidad el alumnado:
Será capaz de obtener Obtendrá las ecuaciones cartesianas de la circunferencia y la elipse, y trazar sus gráficas correspondientes, dado cualquier conjunto de elementos definitorios. así como sus gráficas, dado cualquier conjunto de elementos definitorios, y viceversa. Resolverá problemas donde tales curvas se presenten, con el fin de avanzar en la consolidación del método analítico y desarrollar su habilidad de reconocimiento de formas y estructuras.</td><td>Tiempo:
20 horas</td></tr>
<tr><td>Aprendizajes</td><td>Temática</td><td colspan="2">Estrategias sugeridas</td></tr>
<tr><td>Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:

El alumnado:</td><td></td><td colspan="2">Para el logro de los aprendizajes se sugiere que el profesor fomente tanto el trabajo individual como el trabajo en equipo y la participación activa del grupo, en un escenario de resolución de problemas.

Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.</td></tr>
<tr><td>Deduce la ecuación ordinaria de la circunferencia e identifica sus elementos (radio y coordenadas del centro).</td><td>• La circunferencia como lugar geométrico.
• Elementos que definen a la circunferencia.
• Ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en el</td><td colspan="2">Utilizando el dibujo de una circunferencia, el profesor, plantee una discusión para llegar a la definición. Y a partir de tal definición, pide a los alumnos, deducir la ecuación.

• Usando lápiz y papel, o con ayuda de un software de geometría dinámica, el alumnado junto con el profesorado explora algunos problemas para identificar qué puntos satisfacen la definición de circunferencia como lugar geométrico e identifica sus elementos.
• A partir de la definición de circunferencia, el estudiantado deduce la ecuación ordinaria de varias circunferencias con centro en el origen y fuera del origen.</td></tr>
</table>

Identifica los elementos que definen a la circunferencia. Obtiene la definición de circunferencia como lugar geométrico. Deduce la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en el origen. Deduce la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro fuera del origen. Grafica una circunferencia a partir de su ecuación ordinaria.	origen y fuera de él.	• A fin de garantizar la comprensión de la representación algebraica, el profesorado plantea proporciona las coordenadas de varios puntos para verificar si éstos pertenecen o no a una circunferencia. • Es importante que el estudiantado trabaje varios ejemplos para determinar la representación gráfica de la circunferencia a partir de su ecuación ordinaria.
Obtiene la ecuación general de la circunferencia a partir de: • La forma	Ecuación General.	El profesorado propone: • Ecuaciones de la circunferencia en forma ordinaria, para que el estudiantado desarrolle las operaciones indicadas y obtenga la ecuación general e identifique el tipo de términos que la componen. • Las coordenadas del centro y el radio de una circunferencia para que el

ordinaria. • Sus elementos (centro y radio). • Su gráfica.		estudiantado determine la ecuación en su forma ordinaria y posteriormente la ecuación general. • Gráficas de circunferencias en las cuales se pueda localizar el centro y obtener el radio para llegar a la ecuación general. Para esta última parte, el profesor puede emplear algún *software* de geometría dinámica para proyectar varias circunferencias en el plano cartesiano.
Obtiene la ecuación ordinaria a partir de la ecuación general y determina el centro y el radio de una circunferencia. Obtiene la ecuación ordinaria de la circunferencia a partir de la ecuación general. Grafica una circunferencia a partir de su ecuación general.	Relación entre ecuación ordinaria y ecuación general.	El profesorado propone ecuaciones de la circunferencia en su forma general, y con su orientación solicita que el alumnado realice las operaciones pertinentes para obtener la ecuación ordinaria (método de completar cuadrados), identifique sus elementos y los emplee para graficar.
Resuelve problemas de corte geométrico.	Problemas de aplicación.	Resuelve problemas, como, por ejemplo: Encontrar la ecuación de la tangente a la circunferencia, la ecuación de la circunferencia con centro en un punto dado y es tangente a una recta dada, la ecuación de la circunferencia que pasa por tres puntos, la intersección entre recta y circunferencia y en otros contextos.

		Resuelve problemas con diferentes contextos en los que intervenga la ecuación cartesiana de la circunferencia: ruedas de la fortuna, ruedas de bicicletas, relojes analógicos, especificaciones sobre llantas de automóviles, propagación de ondas sísmicas desde su epicentro, etc.

Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
Identifica los elementos y la propiedad de simetría de la elipse. Obtiene la definición de elipse como lugar geométrico. e identifica sus elementos.	Elementos de la elipse: centro, vértices, covértices, focos, eje mayor, eje menor, distancia focal, excentricidad y lado recto. Propiedad de simetría de la elipse. Definición de la elipse como lugar geométrico.	• El estudiantado realiza una pequeña investigación sobre los elementos de la elipse para que posteriormente se revisen en el salón de clase. • El profesorado propone la construcción de una elipse usando el método del jardinero o con doblado de papel, y guíe el análisis de lo realizado a fin de que se arribe a la definición como lugar geométrico, así como identificar sus elementos más importantes. • Propone las definiciones de otros elementos importantes de la elipse y plantea actividades de identificación de manera colaborativa.
Obtiene la ecuación cartesiana de una elipse, con ejes paralelos a los ejes cartesianos. Obtiene la ecuación ordinaria de la elipse a	Ecuación ordinaria de la elipse.	El profesor oriente la obtención de la ecuación cartesiana en el origen, y la posterior generalización a la ecuación con centro fuera del origen. El profesorado orienta la obtención de la ecuación ordinaria de la elipse con centro en el origen, luego con centro sobre uno de los ejes y la posterior generalización a la ecuación con centro fuera de los ejes. Es conveniente que el profesorado, para garantizar la comprensión de la ecuación, pida al alumnado decidir si un conjunto dado de puntos pertenece o no a la elipse dada su ecuación.

partir de sus elementos, con ejes paralelos a los ejes cartesianos y con centro en el origen. Obtiene la ecuación ordinaria de la elipse a partir de sus elementos, con ejes paralelos a los ejes cartesianos con centro fuera del origen.		
Reconoce los tipos diferentes de simetría de la elipse.	Simetría con respecto a los ejes y al centro.	• El profesor propone actividades donde el alumno reconozca las simetrías de la elipse.
Identifica el papel de los parámetros a, b, c en la gráfica de la elipse y los emplea en su construcción Bosqueja la gráfica de la	La elipse y los parámetros de su representación algebraica. • Excentricidad.	• El profesorado propone ejercicios para bosquejar la elipse a partir de sus parámetros. Utiliza la relación pitagórica de los parámetros a, b, c y los extremos del lado recto para realizar el bosquejo de la gráfica de la elipse. • El profesorado utilice *software* dinámico en el análisis de los parámetros y la excentricidad de la elipse para establecer la relación con su gráfica.

elipse a partir de los parámetros de su ecuación ordinaria. Identifica la relación entre la excentricidad y la forma de la elipse.		
Determina los elementos de la elipse transformando la ecuación general a su forma ordinaria. Transforma la ecuación general de la elipse a su forma ordinaria. Bosqueja la gráfica de la elipse a partir de la ecuación general	Ecuación general.	El profesorado guía la transformación de la ecuación general de la elipse a su forma ordinaria, empleando el método de completar cuadrados para identificar sus elementos y graficarla.
Resuelve problemas	Intersección de cónicas, trazado de	El profesorado puede:

geométricos y en otros contextos.	tangentes, propiedades óptica y auditiva. Problemas de aplicación.	Solicitar una investigación sobre aplicaciones de la elipse y propone problemas utilizando los resultados obtenidos. Proponer problemas sobre recintos históricos, estadios u otro tipo de artefactos de forma elíptica para analizar la reflexión del sonido y la luz, relativos a las propiedades de la elipse en diferentes contextos: arcos de túneles, órbitas de planetas, reflectores elípticos, galerías susurrantes, etc. El profesor propone el uso de software dinámico para trazar tangentes a la elipse, y establecer sus relaciones.

Evaluación Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los

abordar el estudio de la circunferencia y la elipse como lugares geométricos.	seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	aprendizajes relacionados con la circunferencia y la elipse como lugares geométricos.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	Complementaria
Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Ciudad de México: Pearson Educación. Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill Interamericana. Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica.* McGraw-Hill. Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría.* Ciudad de México: Pearson. Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la Geometría Analítica*. Lima: Fondo Editorial Univesidad del Pacífico. Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica, México: Limusa.	Ayres, F. Jr. *Trigonometría Plana y Esférica.* McGraw–Hill / Interamericana de México. Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica* Grupo Editorial Patria. Castañeda de Isla Puga, E. (2000) *Geometría analítica en el espacio*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería. Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México

Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* (Tercera edición). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (Tercera edición). Pearson. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria. Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* (13ª ed.) México: Cengage Learning.	Holliday, B. (2002). *Geometría Analítica con Trigonometría*. México: McGraw–Hill. Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. Ed. IPN Kindle, J. (1991). *Geometría Analítica*. Editorial Mc GrawHill. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla.
Alumno	
Básica Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). Matemáticas III: enfoque por competencias (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* (3a ed.). Pearson Educación. Oteyza de Oteyza, et. al. (2007*) Conocimientos Fundamentales de Matemáticas, Trigonometría y Geometría Analítica*. Pearson Educación. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica.* Grupo Editorial Patria.	Complementaria Ayres, F. Jr. Trigonometría Plana y Esférica. Mc graw–Hill / Interamericana de México. Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el Bachillerato General*. Ed. Trillas Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría (Cuarta edición).* McGraw-Hill Interamericana Lehmann, C. (2008). *Geometría Analítica,* México: Limusa

Matemáticas IV

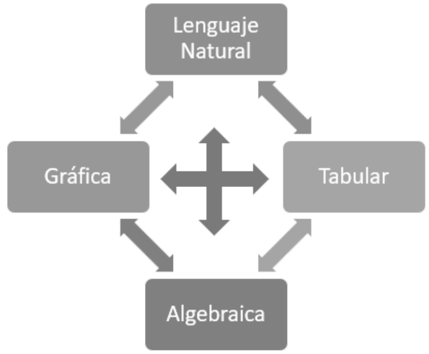
Presentación

En los cursos previos a esta asignatura, ya se han atendido los ejes temáticos de la materia de Matemáticas: álgebra, geometría euclidiana, geometría analítica, trigonometría, y funciones. En Matemáticas IV se plantea utilizar las temáticas estudiadas en las asignaturas anteriores para consolidar, integrar y profundizar conocimientos y procedimientos que permitan al alumnado emplear diferentes tipos de funciones para modelizar situaciones y fenómenos diversos. La asignatura propone comenzar con el estudio formal del concepto de función, y abordar después algunos de los principales tipos de funciones: las funciones polinomiales, racionales, con radicales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

Propósitos del curso

La asignatura de Matemáticas IV se imparte en el cuarto semestre y al finalizar el curso, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumnado:

a. Reafirmará los conceptos de variables independiente y dependiente para formular expresiones algebraicas que las relacionen.
b. Recuperará la noción de función, para llegar a su formalización como una regla de correspondencia que asocia a cada elemento de la primera variable, un único elemento de la segunda variable.
c. Incrementará su capacidad de resolución de problemas al conocer y manejar nuevas herramientas para modelizar y analizar situaciones y fenómenos que se pueden representar con las funciones estudiadas en el curso.
d. Enriquecerá y utilizará de manera integrada diversos conceptos y procedimientos de aritmética, álgebra y trigonometría, así como geometría euclidiana y analítica en el estudio y modelización de fenómenos y situaciones diversas, en que intervienen las funciones abordadas en el curso.
e. Modelizará diversas situaciones que involucran variación y a través del análisis del comportamiento de la función respectiva, obtendrá información y conclusiones sobre la situación estudiada.
f. Realizará la transición, en los dos sentidos, entre los registros de representación típicos de funciones elementales como muestra el diagrama.



g. Identificará la forma básica de la gráfica asociada con la expresión analítica y viceversa; esto es, dada una expresión algebraica inferirá el comportamiento gráfico y dada la gráfica, deducirá información relevante de ella. Con base en lo anterior, consolidará su manejo del plano cartesiano.
h. Realizará exploraciones numéricas y gráficas, sistemáticas, captando las relaciones entre los parámetros de la expresión analítica (algebraica) de funciones de distinto tipo y las gráficas correspondientes.
i. Analizará, de las funciones estudiadas en el curso, la variación (el cambio) en forma puntual, global y en intervalos. Entenderá la noción de tasa de variación y la aplicará en diferentes situaciones modelizadas por diversas funciones.
j. Continuará cimentando valores y actitudes que promuevan la perspectiva de género, la ciudadanía y la sustentabilidad. Estos incluyen equidad, inclusión, tolerancia, solidaridad, respeto, colaboración, cuidado del medio ambiente, entre otros.
k. Empleará los conocimientos adquiridos en esta asignatura para aplicarlos a distintas áreas de la matemática y otras disciplinas de manera transversal.
l. Reconocerá, con la orientación del profesorado, el carácter de la matemática como ciencia a lo largo del estudio de los aprendizajes propuestos.

Hay que mantener presente que, siguiendo el enfoque didáctico y disciplinario de la materia, la asignatura de Matemáticas IV debería abordarse mediante la resolución de problemas y privilegiando la actividad del estudiantado, en vez de la exposición catedrática del profesor(a). Al respecto, es muy recomendable generar un ambiente de aprendizaje en el que el alumnado proponga ideas, trabaje, argumente, debata con sus pares y con el profesorado mientras avanza en la construcción de soluciones a problemas seleccionados: tener en mente que interesa que desarrolle habilidades para aprender a: aprender, hacer y ser.

Como ya se ha hecho mención, la tecnología puede ser una poderosa herramienta para lograr aprendizajes en matemáticas; es conveniente buscar un equilibrio entre el uso de recursos tecnológicos y tradicionales para lograr una comprensión integral y robusta de la asignatura.

La asignatura está organizada en cinco unidades, como sigue:

Contenidos temáticos

Matemáticas IV

Unidad	**Nombre de la unidad**	**Horas**
1	Concepto de función y funciones polinomiales	25
2	Funciones racionales y funciones con radicales	15
3	Funciones exponenciales y logarítmicas	20
4	Funciones trigonométricas	20

Evaluación

La evaluación es el proceso de recabación de información para la toma de decisiones orientadas a mejorar. Es importante no confundirla con el acto de *calificar*, asignar una nota con fines de acreditación o no de la asignatura. Al respecto, Flores (2009) recoge las siguientes recomendaciones:

> La evaluación debe poner atención en la matemática que es importante, debe ser justa para los estudiantes, los profesores y la institución; debe fomentar el aprendizaje del estudiante, haciéndole ver qué es lo que ya sabe y qué debe aprender o qué puede hacer (Balanced Assessment Project, 2000, p. vi; Clarke, 1997, pp. 2-3). Además, la evaluación debe hacerse a través de diferentes fuentes de información o instrumentos de evaluación, entre los que se cuentan cuestionarios con preguntas abiertas, cuestionarios

de opción múltiple, conversaciones, bitácoras o diarios y portafolios (NCTM, 2000, pp. 22-24; Garrison y Ehringhaus, 2008; Gómez, 2007). (pp. 119-120)

Estas orientaciones pueden ser útiles para definir cómo evaluaremos los avances de nuestro alumnado: consideremos que, si nos interesa la construcción de habilidades como la resolución de problemas, el razonamiento y el pensamiento crítico, nuestros instrumentos de evaluación deberían diseñarse para recabar información sobre esas habilidades, y no concentrarse solo en la algoritmia necesaria para manipular ciertas ecuaciones.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 1. Concepto de función y funciones polinomiales

La primera unidad de Matemáticas IV introduce al alumnado al concepto formal de función, retomando las primeras nociones abordadas en los cursos de Matemáticas I y II, para pasar después al estudio de las funciones polinomiales.

A través del planteamiento de problemas el alumnado distinguirá entre una relación y una función, profundizará en aspectos como las maneras de representar estos objetos matemáticos (verbal, algebraica, tabular y gráfica), así como los elementos que les caracterizan (variable dependiente y variable independiente, dominio, codominio y rango).

Una vez abordada la noción general de función, se procederá a estudiar las funciones conocidas como *polinomiales*, algunas de sus propiedades, características, y las transiciones entre sus formas de representación. En particular, se planteará un primer análisis del dominio y el rango para este tipo de funciones, técnicas para el cálculo de ceros o raíces para la elaboración de bosquejos de sus gráficas, además de utilizarlas para modelizar y resolver problemas de distintos tipos.

Debe tenerse presente que, de acuerdo con lo que se ha establecido en este programa, la actividad del alumnado es fundamental para la generación de conocimiento y el desarrollo de habilidades y actitudes, por lo que profesoras y profesores necesitan implementar un ambiente de aprendizaje en el que dicha actividad sea central, mientras se trabaja con ideas matemáticas estimulantes y el proceso se evalúa continuamente para mejorar.

Unidad 1. Concepto de función y funciones polinomiales

Propósitos Al finalizar la unidad el alumnado: Será capaz de profundizar Profundizará en el estudio del concepto de función, la notación funcional, así como la distinción entre variables dependiente e independiente, transitará entre las representaciones tabular, gráfica, algebraica y de lenguaje natural de las funciones polinomiales, analizando su comportamiento y utilizándolas para resolver problemas en diferentes contextos, continuando el desarrollo de sus habilidades de razonamiento, reflexión, análisis, resolución de problemas, entre otras. Habrá avanzado en el estudio de las funciones al introducir la notación funcional y la noción de dominio y rango. Relacionando la expresión algebraica de una función polinomial con su gráfica y analizará su comportamiento. Con base en la resolución de problemas y en contexto, usará las gráficas, tablas, expresión matemática para explicar los procesos involucrados.		Tiempo:25 horas
Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
El alumnado:		Para el logro de los aprendizajes se sugiere que el profesor fomente tanto el trabajo individual como el trabajo en equipo y la participación activa del grupo, en un escenario de resolución de problemas: Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Distingue entre relaciones y funciones en diferentes contextos. Define el concepto de función. Diferencia dominio, codominio y rango de una función. Utiliza diferentes registros para la	• Relación. • Noción generalizada de función. • Dominio, codominio y rango. • Relación entre dos variables. • Regla de correspondencia.	El profesorado propone una investigación sobre el desarrollo histórico del concepto de función. A través del planteamiento de problemas de reconocimiento

representación de funciones. Explora diferentes relaciones, reconociendo las condiciones necesarias para determinar si una relación es función, la simboliza y distingue el dominio, y el rango.	Situaciones que se modelan con una función polinomial	(Blanco, 1993)[4] se sugiere que el alumnado: • Identifique relaciones y funciones, señalando dominio, codominio, rango y reglas de correspondencia. • Elabore diferentes representaciones (sagitales, tabulares, algebraicas, verbales y gráficas) de relaciones y funciones. • Distinga la gráfica de una relación de la de una función. • Utilice *software* dinámico para la verificación de bosquejos a lápiz y papel de gráficas de funciones. • El profesor inicia la unidad con ejemplos no necesariamente numéricos de relaciones entre dos conjuntos, enfatizando cuando sean funciones y reconoce el dominio, el rango y la regla de correspondencia. • El profesor presenta diferentes tipos de gráficas que permitan a los alumnos diferenciar funciones de las que no lo son.
Comprende el significado de la notación funcional, la utiliza para representar y evaluar funciones polinomiales. Usa la notación de intervalos para representar dominio y rango de una función. • Identifica situaciones que se modelizan con una función polinomial. • Comprende el significado de la notación funcional. • Utiliza la notación funcional para representar y evaluar funciones polinomiales. • Usa la notación de intervalos para representar dominio y rango de	• Situaciones que se modelizan con una función polinomial. • Notación funcional: $f(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ • Intervalos.	Organizado en equipos o de manera individual y con la orientación del profesorado, el alumnado: • Explora situaciones que puede modelizarse con una función polinomial e identifica los elementos y características del polinomio correspondiente. • Evalúa funciones polinomiales empleando la notación pertinente, registra los resultados en una tabla y los grafica. • Identifica el dominio y el rango para dichas funciones, expresándolos en forma de intervalo. El profesor propone a los alumnos organizados en equipos, ejemplos de funciones polinomiales de la forma *f(x)= a xn+ … +a x+a* donde identifique los *n* *1* *0* términos que la conforman, evaluan las funciones e identifiquen el dominio y el rango por medio de intervalos.

[4] Un ejercicio de reconocimiento es aquel en el que se pretende resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema

una función.		
~~Aplica la división sintética, el teorema del residuo, el teorema del factor y su recíproco para determinar los ceros o raíces de *f(x)* y su gráfica.~~ Utiliza la división sintética como herramienta para determinar algunos de los posibles ceros de una fución polinomial Aplica los teoremas: de las raíces racionales, del residuo, del factor y su recíproco en una función polinomial $f(x)$, para determinar los ceros de $f(x)$ y obtener su expresión factorizada.	• División sintética, teorema del residuo, teorema del factor y su recíproco. • Ceros de la función y raíces reales y complejas de la ecuación asociada. • Raíces de multiplicidad impar o par, para observar el comportamiento gráfico. • Teorema fundamental del algebra. • Teorema de las raíces racionales. Gráfica de funciones	El alumnado, con orientación del profesorado: • Investiga la división sintética en fuentes sugeridas por el profesorado. • A través de problemas de reconocimiento[5], retoma las características de las funciones lineales y cuadráticas (raíces enteras, raíces racionales, raíces complejas, ceros, gráfica) para extenderlas a las funciones polinomiales de grado mayor a dos. • Observa que cuando hay raíces racionales, existe una relación entre coeficientes principales, términos independientes, y dichas raíces. • Calcula raíces (o ceros) racionales de funciones polinomiales diversas. • Aproxima raíces irracionales de funciones polinomiales con lápiz y papel, y posteriormente con ayuda de software. • El profesor propone como tema de investigación la división sintética. • El profesor revise las características de las funciones lineales y cuadráticas (raíces enteras, raíces racionales, raíces complejas, ceros, gráfica) para extenderlas a las funciones polinomiales de grado mayor a dos. • El profesor propone al alumno organizado en equipos graficar diferentes funciones del tipo $f(x) = (x \pm a)^n$ con n par e impar e identifica las características comunes. • El profesor propone a los alumnos organizados en equipos construir ecuaciones dando exclusivamente raíces enteras, después con raíces

[5] Un ejercicio de reconocimiento es aquel en el que se pretende resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema (Blanco, 1993)

		racionales y comparar los coeficientes principales y los términos independientes de las ecuaciones. • El profesor muestra el proceso de cálculo de los ceros de una función y obtendrá el valor de la función para un punto diferente a las raíces de la ecuación para bosquejar su gráfica.
Construye una función polinomial a partir de las raíces de su ecuación. Construye la representación algebraica de una función polinomial a partir de sus ceros. Bosqueja la gráfica de una función polinomial a partir del cálculo de sus ceros. Bosqueja su gráfica y a partir de una función polinomial calcula los ceros y realizará su gráfica.	Cálculo de ceros y graficación de funciones. • Representación algebraica y gráfica de una función polinomial.	El alumnado: • Identifica las diferencias entre las representaciones gráficas de funciones polinomiales de grados par e impar. • Con ayuda de un *software* dinámico analiza los parámetros de $f(x) = ax^n + b$ para mejorar su comprensión de permite entender la graficación de funciones polinomiales. • Construye la representación algebraica de una función polinomial a partir de sus ceros, bosqueja la gráfica correspondiente y verifica que la función obtenida efectivamente tiene esas raíces. • Transita entre diferentes formas de representación algebraica de una función polinomial (factorizada, desarrollada) y su representación gráfica. • Calcula los ceros de una función polinomial y obtiene valores de la función en puntos diferentes a sus raíces para bosquejar su gráfica. • Con ayuda de un *software* dinámico verifica sus bosquejos a lápiz y papel. • El profesor propone a los alumnos, organizados en equipos, construir funciones polinomiales proporcionando las raíces de la ecuación y que realicen la gráfica de algunas funciones que satisfagan las raíces dadas. • El profesor propone a los alumnos, organizados en equipos, funciones polinomiales para calcular los ceros y realicen su gráfica.
Emplea funciones polinomiales como modelos de variación de fenómenos naturales, económicos y sociales.	Problemas de aplicación.	El alumnado: • Trabaja en la solución de problemas en diferentes contextos (por ejemplo, sobre áreas y volúmenes) que pueden resolverse modelizando la situación con una función polinomial.

		• Reconoce el dominio y el rango de una función tomando en cuenta el contexto del problema. • Analiza y explica funciones que modelicen situaciones que involucren cambio climático, cambios económicos, fenómenos sociales (PEG, formación para la ciudadanía, etc.) empleando diversas representaciones. Este análisis puede llevarse a cabo con apoyo de simuladores y *software* dinámico. • El profesor propone problemas empezando con áreas y volúmenes para la obtención de una expresión funcional y a partir de ésta busca las soluciones y las interpreta en el contexto del problema. • El profesor propone a los alumnos, organizados en equipos, problemas sencillos de diferentes ámbitos. • El alumno por medio de un *software* dinámico aproxima el valor de raíces irracionales.

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o

<table>
<tr><td colspan="3">incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.</td></tr>
<tr><td>Diagnóstica</td><td>Formativa</td><td>Sumativa</td></tr>
<tr><td>Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar el concepto de función, de función polinomial y sus características y elementos.</td><td>Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.</td><td>Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la noción de función y el concepto de función polinomial.</td></tr>
</table>

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Demana, F. (2007) *Precálculo.* (Séptima edición). Pearson. Johnson, L. M., & Steffensen, A. R (1994). *Algebra y trigonometría con aplicaciones.* Editorial Trillas. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica* (12a edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., y Swokowski, E. W (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Algebra, y trigonometría: precálculo*. Editorial Trillas. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla Leithold, L. (1994) *El Cálculo* 7 ed. Oxford University Press Ramírez, C. et al. (2012). *Matemáticas IV, Cuaderno de trabajo.* Editorial Trillas. Rangel, L. (2008). *Funciones y Relaciones.* Editorial Trillas.

Alumno	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas VI: enfoque por competencias* (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones.* (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 4. Libro de trabajo para el Bachillerato General.* Ed. Trillas Jiménez, M., Estrada R. (2018). *Matemáticas 4.* Pearson Soto, E. (2020*). Matemáticas IV. Bachillerato SEP*. Ed. Trillas

Unidad 2. Funciones racionales y con radicales

Presentación

En esta unidad se continúa con el estudio de funciones, buscando que el alumnado analice, modelice y grafique algunas situaciones que dan lugar a funciones racionales y con radicales. En el caso de las funciones racionales se revisan problemas sencillos relacionados con movimiento a velocidad constante, fuerza electrostática entre dos cargas, fuerza gravitacional, con la intención de reconocer la variación inversa. Para las funciones con radicales se revisan construcciones geométricas de triángulos rectángulos y figuras inscritas o circunscritas a circunferencias o semicircunferencias. En el análisis de estas funciones se revisarán los elementos que las constituyen, se trazarán sus gráficas y se propondrán problemas de aplicación.

Se contemplan diversos aprendizajes y temáticas para lograr el propósito general, organizados de forma gradual y coherente. Las estrategias sugeridas están orientadas a lograr los aprendizajes planteados y se presentan algunos ejemplos específicos de apoyo al docente para el desarrollo de la unidad.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 2. Funciones racionales y con radicales

Propósito	Tiempo:
Al finalizar la unidad el alumnado: Modelará algunas situaciones que dan lugar a funciones racionales y con radicales, analizará una gráfica para identificar su dominio, rango, asíntotas y relacionar estas características con la situación problemática planteada. ~~Será capaz de modelizar~~ Modelizará algunas situaciones que dan lugar a funciones racionales y con radicales, a través del planteamiento de problemas diversos, identificando dominios, rangos, asíntotas, bosquejando sus gráficas, y relacionando estas características con la problemática planteada para resolverla.	15 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Con relación a los conocimientos y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas~~:~~		Para el desarrollo de la unidad se sugiere además del trabajo individual, el trabajo en equipo, privilegiando la participación activa del grupo: Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Funciones racionales		
Explora situaciones que se modelan con funciones racionales. Identifica el comportamiento de funciones racionales a través de la exploración de distintas situaciones.	Funciones de la forma: $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)},\ q(x)\neq 0$ Con $p(x)$ y $q(x)$, polinomios de coeficientes reales, de grado menor o igual a dos.	• El profesor propone a los alumnos, organizados en equipos, trabajar con problemas que involucren la expresión *v=d/t*, su gráfica, con distancia constante analizando que pasa cuando *t* tiende a cero, a infinito o menos infinito. • El profesor utiliza las fórmulas de fuerza electrostática entre dos cargas y fuerza de gravitación entre dos masas para ilustrar la variación inversa y otras aplicaciones. El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, trabajar con problemas que involucren situaciones de variación inversa, como $v=\frac{d}{t}$ para analizar qué sucede con los valores de *v* cuando *d* es constante y *t* se acerca a cero, o adopta valores positivos muy grandes o negativos muy pequeños

		• El alumnado identifica las diferencias entre las gráficas de las funciones racionales y polinomiales.
Identifica los elementos de una función racional: ceros, asíntotas verticales y huecos, dominio y rango para graficarla. Determina el dominio de una función racional. Determina los elementos de una función racional cuyo denominador es de grado mayor que el numerador: ceros, asíntotas verticales, asíntota horizontal, puntos de discontinuidad (huecos) y rango. Realiza el bosquejo de una función racional.	Elementos de las funciones racionales: • Dominio • Asíntotas verticales. • Ceros de la función. • Asíntota horizontal. • Puntos de discontinuidad. • Rango.	• • El profesor muestra que para graficar las funciones racionales primero se localiza las asíntotas verticales, los huecos y los ceros y dará valores entre cada uno de estos elementos para graficar. • • El profesor propone a los alumnos organizados en equipos trabajar diversos problemas con diferente grado de dificultad de estas funciones. • • El alumno verifique, por medio de un software dinámico, los bosquejos de las gráficas. • Haciendo uso de ejemplos cuidadosamente seleccionados, el profesorado guía al alumnado para que, a través de una tabulación, identifique los valores de x para los cuales la función se indetermina, obteniendo a partir de ello el dominio de la función. • Con la orientación del profesorado, el alumnado determina algebraicamente las asíntotas verticales y horizontales, los huecos y los ceros de la función. Asigna valores en x, entre cada uno de estos elementos para bosquejar la función. • El alumnado en equipos, trabaja diversos problemas con funciones racionales de diferente grado de dificultad y explora la función alrededor de los puntos de discontinuidad. • El alumnado verifica, por medio de un *software* dinámico, los bosquejos de las gráficas. • El alumnado realiza una breve investigación sobre las aportaciones de María Gaetana Agnesi a las matemáticas, y específicamente sobre la llamada "*Curva de Agnesi*" $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$, Elabora una comparación de las diferencias y similitudes que existen entre esta función y las funciones racionales que has estudiado hasta este momento,

		incluyendo sus distintas representaciones. El profesorado puede ahondar en la historia de Agnesi y las circunstancias que llevaron al sobrenombre de “Bruja de Agnesi”.
Calcula la asíntota horizontal de funciones racionales cuyo denominador y numerador tienen el mismo grado. Realize gráficas de funciones que tengan asíntota horizontal diferente al eje de las x, asíntotas verticales, ceros, huecos, dominio y rango. Elabora la gráfica de una función racional a partir de sus elementos (ceros, asíntotas verticales y horizontal, huecos) Estima el rango de una función racional.	Gráfica de funciones racionales con asíntotas verticales y asíntota horizontal diferente al eje de las x.	• El profesorado proporciona al alumnado organizado en equipos problemas que impliquen el cálculo de la asíntota horizontal. Ejemplo: $$f(x) = \frac{8x^4 - 2x^3 + 5}{2x^4 + 3x - 2}$$ dando valores para $x = 10, x = 100, x = 1000$ y ver a qué valor tiende la función. (en este caso: si $x \longrightarrow \infty$ $f(x) \longrightarrow 4$). El profesorado formaliza el teorema de la asíntota horizontal. • El profesorado propone al alumnado organizados en equipos graficar diferentes funciones racionales. Primero localice las asíntotas verticales, horizontal, huecos, ceros y da valores entre estos elementos para realizar su gráfica y estima el rango de la función. • El alumnado por medio de un *software* dinámico6 grafica diferentes funciones y trazará las asíntotas verticales y horizontal. • El alumnado por medio de un *software* dinámico explora las funciones alrededor de los puntos de discontinuidad.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve problemas de aplicación.	Problemas de aplicación.	• El profesorado propone, como tema de investigación en equipos, la aplicación de estas funciones en diferentes campos del conocimiento: Ley de Coulomb, Ley de gravitación universal, Ley de Boyle, Ley de Ohm, resistencias en paralelo…
Funciones con radicales		
Explora problemas sencillos que se modelen con Funciones con Radicales. Reconoce situaciones que se pueden modelizar mediante funciones con radicales.	• Funciones de la forma: $f(x) = \sqrt{ax \pm b}$ $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$.	• El profesor ilustre con problemas sencillos que involucren triángulos rectángulos donde la base es constante y tanto la altura como la hipotenusa son variables. • • El alumnado explora diversas situaciones en donde las relaciones entre dos variables den lugar a funciones con radicales, observa su comportamiento y de ser posible lo compara con otro tipo de funciones estudiadas con anterioridad. Por ejemplo, el problema del gato sobre la escalera (determinación de la trayectoria de un objeto sobre una escalera que apoyada en una pared, se desliza sobre el suelo), la determinación del lado de un triángulo rectángulo conociendo uno que tiene longitud fija, determinación del tiempo que tarda en llegar al suelo un objeto en caída libre o en tiro vertical sabiendo su posición inicial,… • El profesor ilustre la resolución de desigualdades de primer y segundo grados sin caer en un estudio exhaustivo de éstas para que el alumno identifique el dominio y los ceros de la función. En el caso del rango, el profesor sugiere el uso de un graficador o proyecta las gráficas construidas con algún programa.
Identifica los elementos de la función: dominio, rango, ceros y traza su gráfica.	Elementos de las funciones con radicales: • Ceros.	• El profesor propone a los alumnos organizados en equipos graficar funciones que involucren subradicales con ecuaciones de primer y segundo grados.

Determina los elementos de una función con radicales (ceros, dominio y rango). Bosqueja la representación gráfica de una función con radicales a partir de sus elementos (ceros, dominio y rango).	• Dominio. • Rango. Gráfica de funciones con radicales.	• • El alumnado, organizado en equipos, grafica funciones cuyo radicando sea una función polinomial de primer o segundo grado, y determina los ceros, el dominio y el rango algebraica o gráficamente. • El alumnado verifica, por medio de un *software* dinámico, los bosquejos de las gráficas elaboradas con lápiz y papel.
Resuelve problemas de aplicación. Resuelve problemas en diferentes contextos que involucren funciones con radicales.	Problemas de aplicación.	El profesor propone a los alumnos problemas sencillos de optimización como: La construcción de una lata cilíndrica de un volumen dado, distancia mínima de dos móviles que se separan en direcciones perpendiculares, figuras geométricas inscritas o circunscritas en otra figura. El alumnado establece las relaciones entre las variables de los elementos de una situación propuesta y determina el modelo matemático correspondiente. Explica y reflexiona sobre los resultados obtenidos. Por ejemplo, el teorema de Bernoulli, problemas sobre parábolas horizontales o que requieran el despeje de una variable en la ecuación de una elipse o una circunferencia.

Evaluación

Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o

incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar las funciones racionales y con radicales.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones racionales y con radicales.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Demana, F. (2007) *Precálculo*. (Séptima edición). Pearson. Johnson, L. M., & Steffensen, A. R (1994). *Algebra y trigonometría con aplicaciones*. Editorial Trillas. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica* (12a edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., y Swokowski, E. W (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Algebra, y trigonometría: precálculo*. Editorial Trillas. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica*. Harla Leithold, L. (1994) *El Cálculo* 7 ed. Oxford University Press Ramírez, C. et al. (2012). *Matemáticas IV, Cuaderno de trabajo*. Editorial Trillas. Rangel, L. (2008). *Funciones y Relaciones*. Editorial Trillas.

Alumno	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas VI: enfoque por competencias* (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones.* (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 4. Libro de trabajo para el Bachillerato General.* Ed. Trillas Jiménez, M., Estrada R. (2018). *Matemáticas 4.* Pearson Soto, E. (2020*). Matemáticas IV. Bachillerato SEP*. Ed. Trillas

Unidad 3. Funciones Exponenciales y Logarítmicas

Presentación de la unidad

Continuando con el estudio de los diferentes tipos de funciones, en esta unidad se abordarán las funciones trascendentes: exponenciales y logarítmicas. Dentro de esta unidad se busca proporcionar al alumnado herramientas necesarias para comprender, analizar y aplicar los conceptos que se relacionan con estas funciones. Inicialmente se explorarán situaciones o fenómenos que corresponden al crecimiento y decaimiento exponencial, con la intención de identificar los elementos que definen a este tipo de función, y transitar entre sus diferentes registros de representación, para que, utilizando la metodología de resolución de problemas identifique la relación que existe entre los parámetros y su gráfica. De manera similar, se dará paso al estudio de las funciones logarítmicas, abordando su definición, propiedades, cambio de base, así como su relación con las funciones exponenciales, introduciendo la noción de función inversa.

Por último, el estudiantado utilizará estos conocimientos en la modelización y resolución de problemas, para formular una interpretación de los resultados obtenidos. La comprensión gradual de estas funciones le permitirá que consolide el concepto de función, la diferencia entre los diversos tipos de funciones a partir de las propiedades de cada una, y a su vez, les dotará de los elementos necesarios para continuar el estudio de otras funciones trascendentes como las trigonométricas. Se sugiere el uso de diversas estrategias de enseñanza, que pueden variar entre enseñanza directa, resolución de problemas prácticos, discusiones en grupo, proyectos de modelización, el uso de *software* matemático para favorecer la exploración visual, el reconocimiento de patrones de comportamiento y la formulación de conjeturas.

En resumen, esta unidad no se limita a proporcionar al estudiantado herramientas matemáticas, sino también busca que desarrollen las habilidades para utilizar estos conocimientos de manera relevante en una variedad de situaciones que involucren este tipo de funciones.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 3. Funciones exponenciales y logarítmicas

Propósito:	**Tiempo:**
Al finalizar la unidad el alumnado: Será capaz de utilizar Utilizará las funciones exponencial y logarítmica, para analizar e interpretar distintas situaciones o fenómenos de la naturaleza, retomando los conceptos de dominio y rango, así como el análisis de las relaciones entre los parámetros de estas funciones y su representación gráfica, para modelizar y resolver problemas en diferentes contextos.	20 horas

Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
El alumnado:		Para el desarrollo de la unidad se sugiere además del trabajo individual, el trabajo en equipo, privilegiando la participación activa del grupo: Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Funciones exponenciales		
Explora Identifica situaciones o fenómenos que corresponden a crecimiento o decaimiento exponencial. las relaciones o condiciones existentesy analiza las formas de variación. Reconoce a través de las diferentes formas de representación de la función exponencial, las relaciones o condiciones existentes entre el crecimiento o decaimiento y sus formas de variación.	Situaciones que involucran crecimiento o decaimiento exponencial. Funciones exponenciales del tipo: $f(x) = ab^x$ con $b > 1$ ó $0 < b < 1$ y $a \neq 0$	El profesor ilustre situaciones que involucren crecimiento o decaimiento exponencial, como crecimiento de población, interés compuesto, decaimiento radiactivo, depreciación, entre otros. Se sugiere presentar las situaciones de crecimiento de población, interés compuesto, decaimiento radiactivo y depreciación, meramente para que el alumnado observe el comportamiento y posteriormente analice la variabilidad. El profesorado presenta modelos de crecimiento o decaimiento exponencial y pide al alumnado analizar el comportamiento de la variación mediante tabulación para series de intervalos de igual longitud y gráficamente observar que el eje x es una asíntota horizontal para esta curva. Esta actividad es propuesta para ser

		trabajada en equipos.
Identifica patrones de cambio involucrados en el crecimiento o decaimiento de una función exponencial y bosqueja su gráfica. Analiza los efectos de los parámetros a, b y k en la gráfica de la función exponencial.	Estudio analítico y gráfico del comportamiento de funciones exponenciales del tipo: $f(x) = ab^{kx}$, con $b > 1$ ó $0 < b < 1, a \neq 0$ y $k \neq 0$. Relación entre los parámetros de $f(x) = ab^{x}$ con su gráfica.	• El profesor use modelos de crecimiento o decaimiento exponencial y pide a sus alumnos analizar el comportamiento de la variación mediante: la graficación, el cálculo de la razón de cambio para series de intervalos de igual longitud, el cálculo de la razón entre los valores de la función para valores de x igualmente espaciados. Esta actividad es propuesta para ser trabajada en equipos. • El alumnado en equipos realiza las gráficas de diferentes funciones exponenciales de la forma $f(x) = ab^{kx}$, con $b > 1$ ó $0 < b < 1$, $a \neq 0$ y $k \neq 0$. • El alumnado con *software* dinámico verifica el bosquejo de las gráficas realizadas a lápiz y papel, y analiza el efecto de los parámetros a, b y k en la gráfica de la función exponencial.
Identifica el dominio y rango de una función exponencial y traza su gráfica. Determina el dominio y el rango de una función exponencial y lo expresa por medio de intervalos. Bosqueja la gráfica de una función exponencial.	Relación entre los parámetros de: $f(x) = ab^{kx}$ con su gráfica. Dominio, rango y gráfica de funciones exponenciales	• El alumnado en equipos realiza la gráfica de funciones exponenciales y simboliza su dominio y rango por medio de intervalos. El profesorado debe destacar que en el modelo general el dominio son los números reales y que el rango debe estar constituido por los valores positivos o negativos de y dependiendo del valor de a. • El alumnado, con el uso de un *software* dinámico, verifica las gráficas realizadas a lápiz y papel.

Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
Analiza la relación entre Distingue la gráfica de funciones exponenciales con diferentes bases incluyendo el número *e* Utiliza la función exponencial de base *e* para resolver problemas en distintos contextos.	~~Importancia de~~ La función: $f(x) = ae^{kx}$, $a \neq 0$ y $k \neq 0$ ~~y sus aplicaciones.~~	• El profesorado propone problemas diversos, por ejemplo, de reinvesión interés compuesto que permitan aproximarse al número *e* y se hace énfasis en su importancia. • El alumnado analiza, por medio de un *software* dinámico, las gráficas de distintas funciones exponenciales de base *e*. • El alumnado grafica por medio de un *software* dinámico familias de funciones exponenciales variando los parámetros de las funciones.
Resuelven problemas en diferentes contextos, que se modelen con funciones exponenciales. Resuelve problemas en diferentes contextos que involucren funciones exponenciales.	Problemas de aplicación. Uso de funciones exponenciales para modelizar y resolver problemas teóricos o de aplicación práctica.	• El profesorado propone al estudiantado organizado en equipos resolver ecuaciones exponenciales sencillas. • El profesorado propone al alumnado organizado en equipos resolver problemas relacionados con cultivos de bacterias, desintegración radioactiva, interés compuesto, Torres de Hanoi, tablero de ajedrez, entre otros.
Funciones logarítmicas		
Define el concepto de logaritmo base *b* de un	Logaritmo base *b* de un número y su relación con la potencia	El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, cambiar expresiones sencillas en forma logarítmica a forma

número y las relaciones: $b^y = x \leftrightarrow y = log_b x$	base b.	exponencial y viceversa.
Opera con logaritmos de distintas bases ~~y aplicará~~ utilizando sus propiedades básicas.	Propiedades básicas de los logaritmos • $\log_b 1 = 0$ • $\log_b b = 1$ • $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$ • $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$ • $\log_b x^n = n \log_b x$ Cambio de base $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$	El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos y con base en las leyes de los logaritmos, resolver diferentes ecuaciones logarítmicas de la misma base o diferente base, enfatizando en los logaritmos de base 10 y base e.
Grafica funciones logarítmicas e identifica su dominio y rango. Determina el dominio y el rango de una función logarítmica y lo expresa por medio de intervalos. Analiza los efectos de los parámetros b y k en $f(x) = k \log_b(x)$ Elabora el bosquejo de la gráfica de una función logarítmica.	La función $f(x) = k \log_b(x)$ Definición, gráfica, dominio y rango de la función logarítmica.	El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, graficar diferentes funciones logarítmicas identificando el dominio y rango. En plenaria que propongan una definición de función logarítmica.

Verifica mediante gráficas o tablas que la función logarítmica es la función inversa de la exponencial.	La función logaritmo como inversa de la función exponencial.	• El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, obtener la inversa de la función logarítmica y su gráfica, con ejemplos sencillos. • El profesorado grafica: $f(x) = b^x$, $y = x$, $f(x) = \log_b x$ En esta construcción hay que señalar que una gráfica es la imagen de la otra y viceversa, si $y = x$ se considera un espejo. • El alumnado, por medio de un *software* dinámico, grafica diferentes funciones y sus inversas.
Resuelve problemas en diferentes contextos que se modelicen con funciones logarítmicas y exponenciales. Modeliza y resuelve problemas en diferentes contextos que involucren funciones logarítmicas.	• Situaciones que involucren variación de tipo logarítmico. • Ecuaciones logarítmicas y exponenciales. • Funciones exponenciales y logarítmicas como modelos para resolver problemas teóricos o de aplicación práctica.	• El profesorado analiza un caso de aplicación de funciones logarítmicas como los terremotos la medición de la intensidad de sismos. El alumnado, en equipo resuelve problemas sencillos que involucren el uso de las propiedades de logaritmos. • El profesorado propone realizar un proyecto de algún fenómeno natural relacionado con la sustentabilidad, que sea posible modelizar a través de una función exponencial o logarítmica, empleando datos obtenidos con los sensores de la estación meteorológica del Colegio (PEMBU), entre otros.
Resuelve problemas de aplicación empleando los conocimientos adquiridos anteriormente.	Resolución de problemas.	• Los alumnos en equipos resuelven problemas de cultivos de bacterias, de desintegración radioactiva, interés compuesto, escala de Richter, etcétera. • Los alumnos, por medio de un *software* dinámico, grafiquen funciones logarítmicas variando los parámetros.

Evaluación		
Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar las funciones exponenciales y logarítmicas.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones exponenciales y logarítmicas.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Demana, F. (2007) *Precálculo.* (Séptima edición). Pearson. Johnson, L. M., & Steffensen, A. R (1994). *Algebra y trigonometría con aplicaciones.* Editorial Trillas. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica* (12a edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., y Swokowski, E. W (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Algebra, y trigonometría: precálculo*. Editorial Trillas. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla Leithold, L. (1994) *El Cálculo* 7 ed. Oxford University Press Ramírez, C. et al. (2012). *Matemáticas IV, Cuaderno de trabajo.* Editorial Trillas. Rangel, L. (2008). *Funciones y Relaciones.* Editorial Trillas.

Alumno	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas VI: enfoque por competencias* (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones.* (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 4. Libro de trabajo para el Bachillerato General.* Ed. Trillas Jiménez, M., Estrada R. (2018). *Matemáticas 4.* Pearson Soto, E. (2020*). Matemáticas IV. Bachillerato SEP*. Ed. Trillas

Unidad 4. Funciones trigonométricas

Presentación

En esta última unidad se pretende profundizar en el estudio de las dos principales funciones trigonométricas: seno y coseno, las cuales permitirán modelizar situaciones o fenómenos que presentan variación periódica en la vida cotidiana. Para ello se inicia con la exploración de algunas situaciones o fenómenos que presentan variación periódica, por ejemplo, el movimiento circular, la oscilación de un péndulo o de un resorte, entre otras con el propósito de mostrar al alumnado la existencia de este tipo de fenómenos y la necesidad de estudiarlos. Posteriormente, se trabaja con el círculo unitario con centro en el origen ya que es el puente natural para transitar del concepto de razón a función trigonométrica, indicando la forma en que se mide un ángulo (positivo y negativo), la construcción de ángulos mayores a 360°, la definición del concepto de radian, así como la relación y conversión entre grados sexagesimales y radianes. La idea de esto último es para extender los dominios de las funciones trigonométricas a números reales.

A continuación, se busca que el alumnado comprenda la forma en que se extienden o generalizan las razones trigonométricas para ángulos de cualquier magnitud y la construcción de las funciones seno y coseno, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario. Para complementar esta construcción, se recomienda emplear tablas para realizar la gráfica de la función seno y coseno e identificar sus elementos como dominio, rango, periodo, máximo, mínimo y ceros.

Posteriormente, con lápiz y papel o mediante el empleo de algún software de geometría dinámica el estudiantado analiza el efecto de los parámetros A, B, C y D en las gráficas de las funciones

$f(x) = A\ sen(Bx + C) + D$ y $f(x) = A\ cos(Bx + C) + D$, identifica la frecuencia, la amplitud, el periodo, ángulo de desfasamiento y desplazamiento vertical, y utiliza este conocimiento para transitar entre los registros algebraico y gráfico para cada una de las funciones.

Esta unidad concluye con la aplicación de los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas. En general, se sugiere plantear al alumnado situaciones que requieran de su activa participación para resolverlos, donde el propósito no es solo obtener su solución, sino fortalecer su capacidad para enfrentar problemas, y reforzar el desarrollo de sus habilidades y formas de razonamiento.

Se propone al docente que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

Unidad 4. Funciones trigonométricas

<table>
<tr><td colspan="2">Propósito:

Al finalizar la unidad el alumnado:

Comprenderá la extensión del concepto de razón trigonométrica a función trigonométrica. Estudiará las funciones seno y coseno en su forma característica de variación y el análisis de sus parámetros. Modelará situaciones de comportamiento periódico para resolver problemas.

Comprenderá las funciones trigonométricas como extensión del concepto de razón trigonométrica, en particular el estudio de las funciones seno, coseno y su forma característica de variación, retomando los conceptos abordados a lo largo de las unidades anteriores y el análisis de sus parámetros, para modelizar situaciones de comportamiento periódico y resolver problemas.</td><td>Tiempo:

20 horas</td></tr>
<tr><th>Aprendizajes</th><th>Temática</th><th>Estrategias sugeridas</th></tr>
<tr><td>El alumnado:</td><td></td><td>Para el desarrollo de la unidad se sugiere, además del trabajo individual, el trabajo en equipo privilegiando la participación activa del grupo:
Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el estudiantado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella, debe promover respeto y equidad entre los participantes.</td></tr>
<tr><th colspan="3">Funciones trigonométricas</th></tr>
<tr><td>Explora situaciones o fenómenos de variación periódica.

Reconoce situaciones o fenómenos que presenten variación periódica</td><td>Situaciones o fenómenos de variación periódica.</td><td>El profesor ilustre ejemplos de variación periódica como: fases lunares, horas de luz solar, mareas, movimiento circular, de un péndulo, de un resorte, ondas electromagnéticas, sonoras, etcétera.

El o la docente presenta algunos ejemplos de situaciones o fenómenos que tienen variación periódica como: fases lunares, horas de luz solar, mareas, movimiento circular, de un péndulo o de un resorte, ondas electromagnéticas, sonoras, etcétera, para que sean analizadas e identificar qué tienen en común.</td></tr>
</table>

		El alumnado explora otros ejemplos para identificar la característica por la cual considera que existe variación periódica. Se pueden definir los conceptos de periodo y amplitud.
Reconoce el ángulo en el círculo unitario como una rotación de su radio, identificando su lado inicial y su lado final.	Círculo unitario	El profesorado explica qué es el círculo unitario y junto con el alumnado lo construyen en el plano cartesiano. El profesorado, a través de preguntas dirigidas guiará al alumnado para recordar el concepto de ángulo, la forma en que se mide (positivo o negativo). Construirán ángulos mayores a 360° (o menores a -360°) y el significado de radian, empleando el circulo unitario. Es importante indicar al alumnado las razones por las que el radian es la unidad adecuada en la medición de ángulos para la modelización de algunas situaciones o fenómenos con variación periódica.
Convierte medidas angulares de grados a radianes y viceversa Convierte medidas angulares de grados a radianes. Convierte medidas angulares de radianes a grados.	Medidas angulares en grados y radianes. Conversiones.	El alumno en equipos convierte las medidas angulares de grados a radianes y viceversa con ayuda de su calculadora. El alumnado, trabajando en equipo convierte las medidas angulares de grados a radianes y viceversa con ayuda de su calculadora. El profesorado puede proponer la construcción de una tabla que relacione los ángulos de 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 135°, 150°, 180°, 210°, 225°, 240°, 270°, 300°, 315°, 330° y 360°, con sus respectivos valores en radianes.
Comprende la forma en que se extienden o generalizan las razones trigonométricas para ángulos arbitrarios. Describe la forma en que se extienden o generalizan las razones trigonométricas para ángulos de cualquier magnitud.	Razones trigonométricas seno, cosenoy tangente para cualquier ángulo.	El profesor muestre la forma como se calculan valores de las razones trigonométricas para cualquier ángulo. El profesor propone elaborar en equipos una tabla para obtener seno, coseno y tangente de los ángulos $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$ empleando los triángulos rectángulos que tienen ángulos de 30°, 45° y el círculo unitario.

Calcula valores de las razones trigonométricas para ángulos de cualquier magnitud dados en radianes.		El profesorado explica la forma de calcular valores de las razones trigonométricas para cualquier ángulo, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario. El alumnado, trabajando en equipo elabora una tabla para obtener seno, coseno y tangente de algunos ángulos como $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$ empleando los triángulos rectángulos que tienen ángulos de 30° y 45° en el círculo unitario. El alumnado resuelve algunos ejercicios donde calcule el seno, coseno y tangente de distintos ángulos dados en radianes, empleando su calculadora.
Extiende el concepto de razón trigonométrica a función, mediante la elaboración de una tabla o gráfica de: ~~$f(x) = \operatorname{sen} x, \ f(x) = \cos x$~~ Generaliza el concepto de razón trigonométrica al de función trigonométrica. Construye la gráfica de $f(x) = \operatorname{sen} x$ a partir de su registro tabular. Construye la gráfica de $f(x) = \cos x$, a partir de su registro tabular. Determina dominio y rango, amplitud y periodo de las funciones $f(x) = \operatorname{sen} x$, $f(x) = \cos x$	Funciones trigonométricas: $f(x) = \operatorname{sen} x, \ f(x) = \cos x$ Gráfica, dominio, rango, ceros, amplitud, periodo.	El alumno, en equipos, grafique la función seno, coseno por medio del círculo unitario e identifique los ceros de la función, y los valores máximos y mínimos que adquieren las funciones. El alumnado, junto con el profesorado analizan el comportamiento del seno y coseno en el círculo unitario, cuando el ángulo varía de 0 a $\frac{\pi}{2}$; de $\frac{\pi}{2}$ a π; de π a $\frac{3\pi}{2}$ y de $\frac{3\pi}{2}$ a 2π empleando algún *software* de geometría dinámica, para obtener conclusiones sobre el signo, repetición de valores, los ceros, los máximos y mínimos, etc. El alumnado, en equipos, grafica las funciones seno y coseno con el uso de tablas e identifica sus ceros, y sus valores máximos y mínimos, periodo, amplitud, dominio, rango.
Analiza e identifica los parámetros que aparecen en las funciones: ~~$f(x) = D + A \operatorname{sen}(Bx + C)$~~	~~Gráfica de las funciones:~~ ~~$f(x) = D + A \operatorname{sen}(Bx + C)$~~ ~~$f(x) = D + A \cos(Bx + C)$~~	El alumno, en equipos, realice gráficas de las funciones seno y coseno con cada uno de los parámetros observando el cambio, con dos parámetros, con tres y con todos los parámetros.

~~$f(x) = D + A\cos(Bx + C)$~~ *D* desplazamiento vertical, *A* amplitud, *B* frecuencia, y C desfasamiento. Analiza los efectos de los parámetros A, B, C y D en las gráficas de las funciones: $f(x) = A\,\mathrm{sen}(Bx + C) + D$ $f(x) = A\cos(Bx + C) + D$ Identifica en las funciones: $f(x) = A\,\mathrm{sen}(Bx + C) + D$ $f(x) = A\cos(Bx + C) + D$ la amplitud, frecuencia, desfasamiento y desplazamiento vertical. Grafica las funciones: $f(x) = A\,\mathrm{sen}(Bx + C) + D$ $f(x) = A\cos(Bx + C) + D$ a partir de sus parámetros: amplitud, frecuencia, desfasamiento y desplazamiento vertical.	~~Análisis del comportamiento de la gráfica respecto de los parámetros:~~ ~~*A, B, C y D*~~ Funciones trigonométricas: $f(x) = A\,\mathrm{sen}(Bx + C) + D$ $f(x) = A\cos(Bx + C) + D$ Comportamiento de las gráficas respecto de los parámetros: A, B, C y D (amplitud, periodo, frecuencia, desfasamiento y desplazamiento vertical). Gráfica de las funciones a partir de sus valores máximos, mínimos, ceros, periodo y frecuencia.	El alumno por medio de un *software* dinámico realice diferentes gráficas variando los parámetros *A, B, C, D* y comprueba las gráficas realizadas con lápizy papel. El alumnado bosqueja la gráfica de funciones seno y coseno, obteniendo algebraicamente periodo, desplazamiento de fase, desplazamiento vertical, amplitud y por medio de un *software* de geometría dinámica valida su trabajo. El alumnado, con ayuda de software, analiza diferentes gráficas haciendo variar los parámetros *A, B, C y D.* El profesorado puede dejar como actividad extra clase que el estudiantado realice un reporte escrito de sus observaciones del papel que juega cada uno de los parámetros en la gráfica. El estudiantado, en equipo realiza gráficas de las funciones seno y coseno que contengan cada uno de los parámetros. Es importante que el docente plantee también ejercicios en donde se presente la gráfica y que el alumnado obtenga la representación algebraica de la función trigonométrica asociada.
Utiliza las funciones trigonométricas para representar fenómenos de variación periódica. Resuelve problemas de situaciones que involucren variación periódica.	Problemas de aplicación.	El profesor propone problemas de variación periódica para que los alumnos los resuelvan en equipos. Los alumnos se auxilien con un software dinámico para comprobar la solución de los problemas. El alumnado trabaja en equipo en la solución de problemas de variación periódica (propagación de ondas sísmicas, mareas,

		oscilación de la temperatura ambiente, variación de la temperatura ambiente y la humedad atmosférica, variación de la altura de la cabeza al andar, entre otros) planteados por el profesorado. Para comprender o modelizar las situaciones, el alumnado puede apoyarse con un *software* dinámico o un simulador.

Evaluación Cada docente realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo. Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del estudiantado sobre el ambiente, el desempeño docente y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.		
Diagnóstica	**Formativa**	**Sumativa**
Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado necesarios para abordar las funciones trigonométricas.	Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.	Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones trigonométricas.

Referencias

NOTA. Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad docente.

Profesor	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Demana, F. (2007) *Precálculo.* (Séptima edición). Pearson. Johnson, L. M., & Steffensen, A. R (1994). *Algebra y trigonometría con aplicaciones.* Editorial Trillas. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica* (12a edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., y Swokowski, E. W (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	Blanco, L. (1993) Una clasificación de problemas matemáticos. *Épsilon*, 25, Sevilla, 49-60 Flores Samaniego, Ángel Homero; Gómez Reyes, Adriana Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, agosto, 2009, pp. 117-142 Grupo Santillana México Distrito Federal, México Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Algebra, y trigonometría: precálculo*. Editorial Trillas. Leithold, L. (1987). *El Cálculo con Geometría Analítica.* Harla Leithold, L. (1994) *El Cálculo* 7 ed. Oxford University Press Ramírez, C. et al. (2012). *Matemáticas IV, Cuaderno de trabajo.* Editorial Trillas. Rangel, L. (2008). *Funciones y Relaciones.* Editorial Trillas.

Alumno	
Básica	Complementaria
Barnett, R. A., Ziegíer, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas* (Cuarta edición). McGraw-Hill. Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas VI: enfoque por competencias* (Quinta edición). McGraw-Hill Interamericana. Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (Primera edición). Cengage. Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones.* (3a edición). Grupo Editorial Patria. Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). *Precálculo matemáticas para el cálculo* (Séptima edición). Cengage Learning. Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* (Primera edición). Cengage Learning.	Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 4. Libro de trabajo para el Bachillerato General.* Ed. Trillas Jiménez, M., Estrada R. (2018). *Matemáticas 4.* Pearson Soto, E. (2020*). Matemáticas IV. Bachillerato SEP*. Ed. Trillas